RENDICONTO

DELL' ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

gennaio 1946 — dicembre 1947

SOCIETÀ DI SCIENZE, LETTERE ED ARTI
(GIÀ SOCIETÀ REALE DI NAPOLI)

RENDICONTO

DELL'ACCADEMIA

DELLE

SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SERIE IV. — VOL. XIV. — (Anni LXXXV-LXXXVI)

gennaio 1946 — dicembre 1947

NAPOLI
STABILIMENTO TIPOGRAFICO G. GENOVESE
Pallonetto S. Chiara, 22 - Telef. 22.568
1948

Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n, dell'S_r proiettivo complesso.

Nota I del socio **Nicolò Spampinato**

(Adunanza del dì 5 febbraio 1946)

Alla memoria del mio Maestro
Gaetano Scorza

Sunto. — Tempo fa, mentre mi accingevo ad introdurre negli spazi proiettivi, legati ad un'algebra complessa qualunque, le varietà rispondenti alle ordinarie *varietà virtuali* dell'S_r proiettivo complesso, ho osservato che queste varietà si possono introdurre con un nuovo metodo che offre il vantaggio di potersi generalizzare, dando luogo a quegli *enti geometrici dell'ordinario* S_r *proiettivo complesso*, che chiamo *varietà algebriche di indice di algebricità* n. *Le varietà virtuali risultano le varietà algebriche di indice di algebricità* 1. Mentre le varietà virtuali rispondono, come vedremo, alle funzioni razionali omogenee $f(x_0, \ldots, x_r)$ di $r+1$ variabili complesse, cioè a certe funzioni algebriche *ad un valore*, quelle più generali rispondono a *funzioni algebriche ad n valori*. È di queste varietà che inizieremo lo studio, occupandoci, in questa nota introduttiva, delle *ipersuperficie algebriche d'indice n*.

1. **Un'osservazione sulla definizione di varietà virtuale.** Al fine di fare le osservazioni che seguono, ricordiamo il metodo usato dal Severi per introdurre nell'S_r proiettivo complesso le varietà virtuali.

In primo luogo, in relazione ad un'assegnata varietà algebrica V_k, si introduce la *varietà virtuale negativa* $-V_k$, [per es. associando alla V_k il segno $-$]. Le altre varietà virtuali vengono introdotte come *insieme* o *somma* di una varietà effettiva A_k con una varietà virtuale negativa $-B_k$ supposto che B_k non faccia parte di A_k. Non essendo definito a priori che cosa significa *mettere insieme*, o *sommare*, le varietà A e $-B$, una tale varietà virtuale $A+(-B)$ non può interpetrarsi che come semplice *accoppiamento* della varietà effettiva A con la varietà virtuale negativa $-B$, e non come risultato di un'operazione (non ancora definita) che faccia passare dai due enti già definiti A e $-B$ ad un terzo ente.

Ora si domanda: non si può convenientemente estendere la definizione di varietà algebrica di S_r in modo da definire direttamente e contemporaneamente tutte le varietà virtuali ed effettive? Faremo vedere che ciò è possibile, anzi daremo una definizione che si può ulteriormente generalizzare, pervenendo così alle varietà algebriche di indice di algebricità n.

2. **Insiemi algebrici ad $r-1$ dimensioni di S_r.** La generalizzazione di varietà algebrica, a cui sopra abbiamo accennato, si presenta del tutto spontanea quando la definizione di ipersuperficie algebrica dell' S_r proiettivo complesso (da cui quella di varietà dipende) si mette sotto una forma che mette in evidenza che un tale ente geometrico non è semplicemente un insieme di punti di S_r. A tal fine premettiamo le seguenti osservazioni.

Indichiamo con E_{r+1} lo spazio euclideo numerico costituito dalle $(r+1)$ple ordinate di numeri complessi $(x_0, \ldots, x_r)$ e con S_r lo spazio proiettivo complesso costituito dalle rette della stella (O) di E_{r+1}, avente per centro l'*origine* $O(0, \ldots, 0)$, sicchè le coordinate omogenee di un punto X di S_r sono le coordinate $(hx_0, \ldots, hx_r)$ di un punto di E_{r+1} variabile, al variare di $h \neq 0$, in una retta della stella (O).

Sia

$$(1) \qquad y = f(x_0, \ldots, x_r) = k f_1^{\alpha_1}(x_j) \ldots f_t^{\alpha_t}(x_j)$$

una funzione razionale intera omogenea delle $r+1$ variabili complesse $x_0, \ldots, x_r$, definita in E_{r+1}, di grado positivo, con $f_1(x_j), \ldots, f_t(x_j)$ forme irriducibili di gradi positivi, $t \geq 1$, k complesso non nullo, ed $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ interi positivi.

Facendo variare nella (1) gl'interi positivi $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$, avremo infinite forme $f(x_j)$ che, eguagliate a zero, dànno infinite equazioni $f(x_j) = 0$ aventi tutte le stesse soluzioni, che sono tutte e sole le soluzioni di una almeno delle t equazioni algebriche irriducibili $f_1(x_j) = 0, \ldots, f_t(x_j) = 0$.

Se (x_j) è uno zero della funzione razionale intera omogenea $y = f(x_j)$, lo è pure (hx_j) con h numero complesso qualunque; ciò porta che gli zeri di $y = f(x_j)$ si distribuiscono in E_{r+1} in rette della stella (O) e quindi detta funzione determina, nell' S_r costituito da tale stella, un insieme di *punti*. *Tale insieme di punti non varia al variare nella* (1) *degli interi positivi* $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$. Esso si dirà un *insieme algebrico di* S_r, *di dimensione* $r-1$. Indichiamolo con J_{r-1}. Quando è $t = 1$, cioè quando è $f(x) = k f_1^{\alpha_1}(x)$, l'insieme algebrico J_{r-1} si dirà *irriducibile*. Se è $t > 1$, J_{r-1} si dirà *riducibile*, perchè risulta somma degli insiemi $J_{r-1}^{(1)}, \ldots, J_{r-1}^{(t)}$ algebrici irriducibili determinati in S_r dalle funzioni $f_1(x), \ldots, f_t(x)$, cioè si ha:

$$J_{r-1} = J_{r-1}^{(1)} + \ldots + J_{r-1}^{(t)}$$

L'intero t si dirà *carattere di riducibilità* di J_{r-1}.

3. **Osservazioni sulla definizione di ipersuperficie algebrica.** Dopo quanto è stato premesso nei n.i precedenti, osserviamo che ciascuna delle infinite ipersuperficie algebriche di S_r di equazione:

$$(2) \qquad f(x) = k f_1^{\alpha_1}(x_j) \ldots f_t^{\alpha_t}(x_j) = 0,$$

al variare degli interi positivi $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ *è costituita*, per quanto sopra è

detto, *dallo stesso insieme algebrico di punti* J_{r-1}. Per distinguere l' una dall' altra dette infinite ipersuperficie algebriche, bisogna tener conto della *multiplicità* che ciascuna di esse ha nei vari punti di J_{r-1}. Per lo scopo a cui miriamo, conviene introdurre il detto concetto di multiplicità come valore assunto, in un dato punto di S_r, da una *funzione numerica* determinata in S_r dalla funzione razionale intera *omogenea* $y = f(x_j)$ data in E_{r+1}. A tal fine diciamo $\lambda = N(X)$ la funzione numerica così definita in S_r: se è $f(x_j)$ non nulla nel punto $X'(hx'_j)$ di S_r, poniamo $N(X') = 0$. Se, in $X'(hx'_j)$ si annulla $f(x_j)$, ma non si annullano tutte le sue derivate prime, poniamo $N(X') = 1$. Se, in generale, in $X'(hx'_j)$ si annullano tutte le derivate $(\lambda-1)$me, ma non tutte le derivate λ — me di $f(x_j)$, poniamo $N(X') = \lambda$.

Se indichiamo con $\lambda_1 = n_1(X), \ldots, \lambda_t = n_t(X)$ le analoghe funzioni numeriche determinate in S_r dalle funzioni $f_1(x_j), \ldots, f_t(x_j)$, si ha $\lambda = \alpha_1\lambda_1 + \ldots + \lambda_t\alpha_t$, cioè la funzione $\lambda = N(X)$ è data dalla combinazione lineare:

$$N(X) = \alpha_1 n_1(X) + \ldots + \alpha_t n_t(X) \tag{3}$$

di $n_1(X), \ldots, n_t(X)$, secondo gl' interi positivi $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$. Se X è un punto dell' insieme algebrico J_{r-1}, il valore $\lambda = N(X)$ è la multiplicità in X della ipersuperficie algebrica V_{r-1} di equazione (2), con $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ interi positivi fissati. Variando $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ fra gl' interi positivi, l' insieme algebrico J_{r-1} non varia, invece varia la funzione $N(X)$ data dalla (3) e, con essa, l' ipersuperficie algebrica V_{r-1} di equazione (2). Due di tali ipersuperficie coincidono quando coincidono le rispettive funzioni $N(X)$ (ciò che avviene quando e solo quando rispondono ad una stessa t-pla di numeri interi positivi $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$)

Dalle considerazioni fatte risulta che *ciascuna delle infinite ipersuperficie* V_{r-1} *considerate si ottiene associando all' insieme algebrico* J_{r-1} *la funzione numerica* $N(X)$. Per ricordare ciò porremo:

$$V_{r-1} = [J_{r-1},\ N(X)].$$

L' insieme algebrico J_{r-1} si dirà il *sostegno* di ciascuna di dette ipersuperficie algebriche. Gl' interi $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ si diranno *coefficienti di riducibilità* della V_{r-1}.

Ciò che qui interessa mettere in evidenza è che: *la definizione di ipersuperficie algebrica dell'* S_r *proiettivo complesso è fondata sulla proprietà di una funzione razionale intera omogenea non costante* $y = f(x_j)$, *definita nello spazio euclideo complesso* E_{r+1}, *di determinare nell'* S_r *proiettivo complesso, oltre ad un insieme algebrico* J_{r-1}, *una funzione numerica* $\lambda = N(X)$.

Pervenuti a questo punto, viene spontaneo domandarsi: in corrispondenza all' insieme algebrico J_{r-1} sopra considerato, esistono altre funzioni [oltre alle funzioni razionali intere omogenee

$$y = f(x) = f_1^{\alpha_1}(x) \ldots f_t^{\alpha_t}(x)$$

(con $\alpha_1, \ldots, \alpha_t$ interi positivi)] atte a determinare in S_r, oltre il dato in-

sieme algebrico J_{r-1} una funzione numerica che generalizzi la funzione $\lambda = N(X)$, fornendo così la *possibilità di generalizzare la definizione di ipersuperficie algebrica di sostegno* J_{r-1}?

La risposta e affermativa. Vedremo che di tale proprietà gode ogni *funzione algebrica ad n valori* $y = f(x_j)$ che sia definita implicitamente da un' equazione algebrica

$$[1] \qquad \varphi_0(x_j)y^n + \varphi_1(x_j)y^{n-1} + \dots + \varphi_n(x_j) = 0$$

con le condizioni: 1) ciascun polinomio $\varphi_s(x_j)$ che non sia una costante, sia una forma di grado m_s positivo, nel qual caso la $y = f(x_j)$ si dirà *semi omogenea*; 2) i polinomi estremi φ_0 e φ_n non siano identicamente nulli; 3) il prodotto $\varphi_0(x_j)\varphi_n(x_j)$ ammetta tutti e soli i fattori irriducibili $f_1(x_j), \dots, f_t(x_j)$ che determinano in S_r l'insieme algebrico $J_{r-1} = J^{(1)}_{r-1} + \dots + J^{(t)}_{r-1}$ dato.

La 1ª condizione porta di conseguenza che gli *zeri*, i *poli* ed i *punti d'indeterminazione* della $y = f(x_j)$, definita nello spazio euclideo E_{r+1}, si distribuiscono in rette della stella (O). La 2ª condizione porta che tali rette non riempiono la stella (O), ma costituiscono, considerando (O) come S_r proiettivo complesso, un insieme algebrico ad $r-1$ dimensioni. La 3ª condizione porta che tale insieme è l'insieme dato J_{r-1}. Intanto si osservi esplicitamente che:

La funzione algebrica $y = f(x_j)$ *definita implicitamente dalla* [1], *con le condizioni* 1ª *e* 2ª, *determina nell'* S_r *proiettivo complesso un insieme algebrico ad* $r-1$ *dimensioni.*

In seguito vedremo come una tale funzione algebrica *ad n valori* $y = f(x_j)$ determina in S_r una funzione numerica $\lambda = N(X)$, *ad n valori*, che generalizza l'analoga funzione $N(X)$, già considerata nel caso particolare che $y = f(x_j)$ sia razionale intera omogenea. Associando all'insieme algebrico J_{r-1} detta funzione *ad n valori* $\lambda = N(X)$, si ottiene quell'ente geometrico W_{r-1} che chiameremo *ipersuperficie algebrica di* S_r *con l'indice di algebricità n*, pervenendo così alla *generalizzazione della definizione di ipersuperficie algebrica di* S_r. L'insieme J_{r-1} si dirà il *sostegno* di W_{r-1}.

È particolarmente interessante il caso $n = 1$, cioè il caso in cui $y = f(x_j)$ è una funzione razionale omogenea. Questo caso risponde alle *ipersuperficie virtuali*.

È anche interessante il caso in cui, per $n > 1$, i polinomi intermedî φ_1, φ_{n-1} nella [1] sono tutti identicamente nulli, cioè il caso in cui la $y = f(x)$ è la funzione algebrica, *ad n valori*, che si ottiene estraendo la radice $n-ma$ di una funzione razionale omogenea. Questo caso risponde alle *ipersuperficie ideali* (estendendo una denominazione introdotta dal Severi per le *curve ideali*).

4. **Generalizzazione della funzione $\lambda = N(X)$ in S_r.** Per generalizzare a funzione numerica $\lambda = N(X)$ determinata in S_r da una funzione razionale

intera omogenea $y=f(x_j)$ di E_{r+1}, conviene mettere sotto altra forma la definizione di detta funzione in modo da evitare la esplicita considerazione delle derivate parziali della $y=f(x_j)$. Per determinare il valore λ' che la funzione $\lambda=N(X)$ assume in un assegnato punto $X'(hx'_j)$ di S_r, si può procedere nel seguente modo.

Si consideri la sostituzione:

$$(4) \qquad x_s = x_s' + a_s\rho \qquad (s=0,\ldots,r),$$

essendo $a_0,\ldots,a_r$ complessi non tutti nulli e non proporzionali ad $x'_0,\ldots,x'_r$ e ρ variabile complessa, sicchè al variare di ρ il punto $X(x_j)$ descrive la retta $X'A$ di S_r, essendo A il punto di coordinate omogenee (a_j). Se è $r=1$, $X'A$ coincide con S_1. Distendendo la variabile ρ nel piano di Gauss e fissando su questo un cerchio γ di centro $\rho=0$ e raggio δ, mediante le (4), per $|\rho|<\delta$, si ottiene una rappresentazione *reale* dell'*intorno rettilineo* di X' appartenente alla retta $X'A$, sul cerchio γ. La $y=f(x_j)$, mediante la sostituzione (4), ci dà, nel piano di Gauss, una funzione razionale intera $y=g(\rho)$ e precisamente, per la formola del Taylor, si ha:

$$(5) \qquad y=g(\rho)=f(x'_j+a_j\rho)=f(x'_s)+\left(\sum\frac{\partial f}{\partial x'_s}a_s\right)\rho+\frac{1}{2!}\left(\sum\frac{\partial^2 f}{\partial x'_s\,\partial x'_t}a_sa_t\right)\rho^2+ \\ +\ldots+f(a_s)\rho^n.$$

La (5) ci dà, nello stesso tempo, lo sviluppo della $y=g(\rho)$ nell'intorno del punto $\rho=0$. Ora se la funzione $\lambda=N(X)$ nel punto $X'(hx')$ assume il valore λ', cioè se nel punto X' si annullano tutte le derivate $(\lambda'-1)$me di $f(x_j)$, ma non tutte le derivate λ'—me (ovvero se $\rho=0$ è uno *zero* di $g(\rho)$ di multiplicità λ'), nello sviluppo (5) di $y=g(\rho)$ il primo termine che non ha il coefficiente identicamente nullo nelle a_s è quello che porta la potenza $\rho^{\lambda'}$ di ρ. Sicchè l'intero λ' non è altro che l'esponente della ρ nel primo termine dello sviluppo (5) col coefficiente non identicamente nullo nelle a_s. Si ha perciò che:

La funzione numerica $\lambda=N(X)$ *determinata dalla funzione razionale intera omogenea* $y=f(x_j)$, *nell'* S_r *proiettivo, si può definire indicando con* λ *l'esponente del primo termine dello sviluppo della* y *nell'intorno rettilineo di* X' *posto, se è* $r>1$, *in una generica retta di* S_r *uscente da* X'.

Per generalizzare la funzione $\lambda=N(X)$ si sostituisce, nella definizione suddetta, alla funzione $y=f(x_j)$ *ciascuna delle* n *falde della funzione algebrica definita implicitamente dalla* (1), pervenendo così, per ogni punto X di S_r, *ad* n *numeri (razionali relativi)* $\lambda_1,\ldots,\lambda_n$ che costituiscono i valori di una funzione $\lambda=N(X)$ *ad* n *valori, definita in* S_r. È questa funzione che si associa all'insieme J_{r-1} per avere la ipersuperficie algebrica $W_{r-1}=[J_{r-1}, N(X)]$ di indice di algebricità n.

5. **Coincidenza assoluta e coincidenza funzionale di due ipersuperficie algebriche di indice di algebricità qualunque.** Siano

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)] \quad , \quad W^*_{r-1} = [J^*_{r-1}, N^*(X)]$$

due ipersuperficie algebriche di sostegni J_{r-1} ed J^*_{r-1}, con le funzioni numeriche $N(X)$ ed $N^*(X)$, ad n ed n^* valori.

Nel caso che W_{r-1} e W^*_{r-1} siano due ordinarie ipersuperficie V_{r-1} e V^*_{r-1}, la coincidenza delle funzioni $N(X)$ ed $N^*(X)$ porta di conseguenza la coincidenza dei sostegni J_{r-1} ed J^*_{r-1}. *Ciò però non si verifica in generale.*

Le due ipersuperficie si diranno *coincidenti assolutamente* e si scriverà $W_{r-1} \doteq W^*_{r-1}$, se sono coincidenti i loro sostegni e le loro funzioni; si diranno invece *funzionalmente coincidenti* se coincidono le funzioni $N(X)$ ed $N^*(X)$. Sicchè:

La coincidenza funzionale, nel caso delle ipersuperficie algebriche ordinarie, porta di conseguenza la coincidenza assoluta, ma ciò non si verifica in generale nemmeno nel caso delle ipersuperficie virtuali (n. 1).

Nota. Vedremo in seguito che *la coincidenza che considera il* Severi *per le ipersuperficie virtuali è quella funzionale, perchè trascura le ipersuperficie virtuali del tipo* $V_{r-1} + (-V_{r-1})$ *somma* di una ipersuperficie algebrica ordinaria V_{r-1} con la ipersuperficie virtuale negativa $-V_{r-1}$.

6. **Ipersuperficie di indice n a funzione nulla.** Se nella [1] si ha in particolare:

$$\varphi_0(x_j) = \varphi_1(x_j) = \ldots = \varphi_n(x_j),$$

la funzione ad n valori di $\lambda = N(X)$ determinata dalla funzione algebrica $y = f(x_j)$ in ogni punto di S_r assume valori tutti nulli, cioè coincide con la funzione nulla ad n valori, funzione che indicheremo con $O_n(X)$ In questo caso, l'ipersuperficie algebrica d'indice di algebricità n:

$$W_{r-1} = [J_{r-1}', O_n(X)]$$

si dirà *a funzione nulla.*

Il suo sostegno J_{r-1} coincide col sostegno della ipersuperficie algebrica ordinaria determinata in S_r dalla funzione razionale intera omogenea $z = \varphi_0(x_j)$.

Nel campo delle ipersuperficie algebriche ordinarie non esistono ipersuperficie a funzione nulla.

Nel campo delle ipersuperficie virtuali esistono ipersuperficie a funzione nulla [vedremo che esse sono tutte e sole quelle del tipo $V_{r-1} + (-V_{r-1})$ essendo V_{r-1} un'ipersuperficie algebrica ordinaria].

7. **Somma di due ipersuperficie di indici qualunque.** Dimostreremo che:

Date in S_r *due ipersuperficie algebriche:*

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)] \quad , \quad W^*_{r-1} = [J^*_{r-1}, N^*_{r-1}(X)],$$

di indici di algebricità n *ed* n*, *esiste una determinata persuperficie algebrica* $W^{**}_{r-1} = [J^{**}_{r-1}, N^{**}(X)]$, *di indice di algebricità* nn*, *con*

$$J^{**}_{r-1} = J_{r-1} + J^*_{r-1} \quad \text{ed} \quad N^{**}(X) = N(X) + N^*(X).$$

Se W_{r-1} *e* W^*_{r-1} *sono determinate in* S_r *dalle due funzioni algebriche* $y = f(x_j)$, $y = f^*(x_j)$, *ad* n *ed* n* *valori, la* W^{**}_{r-1} *si può considerare determinata in* S_r *dalla funzione algebrica prodotto* $y = f(x_j) f^*(x_j)$ *ad* nn* *valori.*

La W^{**}_{r-1} per il fatto che ha per sostegno l'insieme algebrico somma dei sostegni di W_{r-1} e W^*_{r-1}, e per funzione la somma delle funzioni $N(X)$ ed $N^*(X)$ di W_{r-1} e W^*_{r-1}, si dirà la *somma* di W_{r-1} e W^*_{r-1} e si scriverà:

$$W^{**}_{r-1} = W_{r-1} + W^*_{r-1}.$$

Nota. Se la $N(X)$ è la funzione nulla $O_n(X)$, cioè se la W_{r-1} è a funzione nulla, ed è $n > 1$, la W^{**}_{r-1} *non* risulta coincidente con W^*_{r-1} nè assolutamente, nè funzionalmente. Se è $n = 1$, cioè se W_{r-1} e una ipersuperficie virtuale $[J_{r-1}, O_1(X)]$ è a funzione nulla, essendo $N^{**} = O_1(X) + N^*(X) = N^*(X)$, la W^{**}_{r-1} risulta coincidente funzionalmente con W^*_{r-1}, ma non assolutamente, salvo il caso in cui il sostegno J_{r-1} di W_{r-1} è contenuto nel sostegno J^*_{r-1} di W^*_{r-1}, perchè in tal caso risulta pure $J^{**}_{r-1} = J_{r-1} + J^*_{r-1} = J^*_{r-1}$.

8. **Ipersuperficie opposte**. Dimostreremo che:

Data in S_r *un' ipersuperficie algebrica d'indice* n:

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)],$$

esiste una determinata ipersuperficie, che indicheremo con $-W_{r-1}$, *e diremo opposta di* W, *avente lo stesso sostegno* J_{r-1} *di* W_{r-1} *e per funzione la funzione* $-N(X)$ *opposta di* $N(X)$. *Se* W_{r-1} *è determinata in* S_r *dalla funzione algebrica* $y = f(x_j)$, *la sua opposta* $-W_{r-1}$ *si può considerare determinata dalla funzione* $z = \frac{1}{f(x_j)}$ *inversa della* $y = f(x_j)$.

Si osservi che sommando la funzione $N(X)$ con la sua opposta $-N(X)$, quando la $N(X)$ è ad n valori, con $n > 1$. non si ottiene in generale una funzione nulla, perchè sommando n numeri $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ con i loro opposti $-\lambda_1, \ldots, -\lambda_n$ si ottengono n^2 numeri $\lambda_i - \lambda_j$, fra i quali, in generale, solo n sono nulli. Se è invece $n = 1$, e $N(X) - N(X) = O_1(X)$.

Dunque: *la somma di una ipersuperficie virtuale con la sua opposta è una ipersuperficie a funzione nulla.* Ciò non si verifica in generale per le ipersuperficie algebriche con l'indice $n > 1$.

Nel caso delle ipersuperficie algebriche ideali, la funzione numerica $\lambda = N(X)$ assume in ogni punto valori *sempre eguali fra di loro.* In tal caso la somma di $N(X)$ con la sua opposta $-N(X)$ è la funzione nulla $O_{n^2}(X)$. Dunque *la somma di una ipersuperficie ideale con la sua opposta è una ipersuperficie a funzione nulla.*

9. **Ipersuperficie autopposte.** Una funzione ad n valori, con $n > 1$, può coincidere con la sua opposta senza essere la funzione nulla (ad n valori). Una tale funzione si dirà *autopposta.* Un'ipersuperficie W_{r-1} si dirà *autopposta* quando è autopposta la funzione $N(X)$ e quindi coincide assolutamente con la sua opposta $-W_{r-1} = [J_{r-1}, -N(X)]$. Vedremo che:

Esistono ipersuperficie algebriche, con l' indice di algebricità n > 1, *che sono autopposte senza essere a funzione nulla.* Si ha però che:

Ogni ipersuperficie ideale (in particolare virtuale) che sia autopposta è a funzione nulla.

10. **Differenza di due ipersuperficie di indici qualunque.** La differenza di due ipersuperficie s' introduce al solito modo come somma della prima con l' opposta della seconda. Segue che se $y = f(x_j)$ ed $y^* = f^*(x_j)$ sono due funzioni algebriche determinanti in S_r due ipersuperficie $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$, $W^*_{r-1} = [J^*_{r-1}, N^*(X)]$, la differenza di queste:

$$W^{**}_{r-1} = W_{r-1} - W^*_{r-1} = [J_{r-1} + J^*_{r-1}, N(X) - N^*(X)]$$

si può considerare determinata dalla funzione algebrica $y^{**} = \frac{f(x_j)}{f^*(x_j)}$.

11. **Prodotto di una ipersuperficie per un intero relativo.** Dimostreremo che:

Data un' ipersuperficie algebrica, d' indice n, $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$ *ed un intero relativo* m, *esiste una determinata ipersuperficie algebrica dello stesso indice* n, *con lo stesso sostegno e con la funzione* mN(X), *prodotto di* m *per* N(X). Tale ipersuperficie si dirà *prodotto* di W_{r-1} per m e si indicherà con mW_{r-1}, cioè si pone $mW = [J_{r-1}, mN(X)]$.

Se $y = f(x_j)$ è la funzione algebrica ad n valori che determina in S_r l' ipersuperficie W_{r-1}, l' ipersuperficie mW_{r-1} si può considerare determinata dalla funzione algebrica ad n valori $y^* = [f(x_j)]^m$.

Per $m = -1$ si ha $(-1)\, W_{r-1} = [J_{r-1}, -N(X)]$, cioè $(-1)\, W_{r-1}$ è l'opposta $-W_{r-1}$ di W_{r-1}.

Per $m = 0$ si ha $0 . W_{r-1} = [J_{r-1}, 0 . N(X)] = [J_{r-1}, O_n(X)]$ e quindi $0 . W_{r-1}$ è l'ipersuperficie nulla di indice n col sostegno J_{r-1} di W_{r-1}.

Si osservi esplicitamente per es. che le due funzioni $[f(x)]^2$ ed $f(x_j)\, f(x_j)$ se è $n > 1$, *non* coincidono. Basta osservare che la prima è ad n valori, mentre la seconda è ad n^2 valori. Ne segue che se W_{r-1} è un' ipersuperficie algebrica d'indice $n > 1$, le due ipersuperficie algebriche $2W_{r-1}$ e $W_{r-1} + W_{r-1}$ *non* coincidono (nè assolutamente nè funzionalmente) perchè la prima è di indice n, mentre la seconda è di indice n^2.

12. **Composizione di due ipersuperficie di indice qualunque.** Nel campo delle ipersuperficie algebriche d'indice di algebricità qualunque, oltre alla nozione di *somma* che generalizza quella già nota nel campo delle ipersuperficie ordinarie, è bene introdurre un altro concetto; quello di *composizione* che risponde alla composizione di due funzioni algebriche. A tal fine si introduce una notazione. Se in E_{r+1} abbiamo le due funzioni algebriche $f(x_j)$ ed $f^*(x_j)$ determinanti in S_r le due funzioni numeriche $N(X)$ ed $N^*(X)$, indichiamo con $C[f(x_j), f^*(x_j)]$ la funzione algebrica *composta* mediante $f(x_j)$ ed $f^*(x_j)$. Se questa funzione è semiomogenea, essa determina in S_r la funzione numerica $C[N(X), N^*(X)]$ *composta* mediante $N(X)$ ed $N^*(X)$, e l'insieme algebrico somma degli insiemi algebrici determinati da $f(x_j)$ ed $f^*(x_j)$.

In generale porremo la seguente definizione:

Date in S_r *le due ipersuperficie algebriche*

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)] \qquad \text{e} \qquad W^*_{r-1} = [J^*_{r-1}, N^*(X)]$$

di indici di algebricità n *ed* n*, *se esiste una ipersuperficie algebrica di indice* n n*, *avente per sostegno la somma* $J_{r-1} + J^*_{r-1}$ *e per funzione* $C[N(X), N^*(X)]$, tale ipersuperficie si indicherà con $C(W_{r-1}, W^*_{r-1})$ e si dirà *composta* con W_{r-1} e W^*_{r-1}.

13. **Quoto di una ipersuperficie per un intero relativo non nullo.** Se la funzione algebrica $y = f(x_j)$ ad n valori risponde alla ipersuperficie algebrica $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$, abbiamo visto che la funzione $[f(x_j)]^m$, con m intero relativo, risponde alla ipersuperficie $mW_{r-1} = [J_{r-1}, mN(X)]$. Supposto m non nullo, si vedrà che alla funzione ad $n|m|$ valori $[f(x)]^{\frac{1}{m}}$ risponde la ipersuperficie algebrica, di indice nm, che ha per sostegno lo stesso sostegno J_{r-1} di W_{r-1} e per funzione la funzione composta con $|m|$ funzioni eguali ad $\frac{1}{m} N(X)$. Tale ipersuperficie si dirà *quoto della* W_{r-1} *per l'intero relativo non nullo* m e si indicherà con $\frac{1}{m} W_{r-1}$.

14. **Osservazioni relative al caso ideale.**

In relazione alle quattro operazioni:

1°) *somma di due ipersuperficie;*
2°) *differenza di due ipersuperficie;*
3°) *prodotto di una ipersuperficie per un intero relativo;*
4°) *quoto di una ipersuperficie per un intero relativo non nullo;*

si osservi che operando con esse nel *campo delle ipersuperficie ideali* si ottiene sempre una ipersuperficie ideale, cioè, come diremo, tale campo ammette dette operazioni come *operazioni interne*.

Invece, per il *campo delle ipersuperficie virtuali*, contenuto nel precedente, sono operazioni interne solo le prime tre operazioni.

15. **Il principio del trasporto dei termini.** Nelle relazioni fra funzioni ad n valori, con $n > 1$, non vale *il principio del trasporto dei termini;* di conseguenza tale principio non vale nelle relazioni fra ipersuperficie algebriche di indice qualunque. Perchè valga il principio del trasporto dei termini occorre e basta che le ipersuperficie vengano definite a meno di ipersuperficie additive del tipo $W_{r-1} - W_{r-1}$, differenze di una ipersuperficie con sè stessa. Queste ipersuperficie sono (di indice n^2 ed) autopposte.

16. **Relazione fra la 3ª e 4ª operazione.** Sia m un intero relativo non nullo di valore assoluto > 1 ed $f(x_j)$ una funzione algebrica ad n valori. La funzione $\{[f(x)]^m\}^{\frac{1}{m}}$ è ad $n|m|$ valori, quindi non può coincidere con $f(x_j)$. In corrispondenza si ha che una ipersuperficie W_{r-1} non coincide con la ipersuperficie $\frac{1}{m}(mW_{r-1})$. Si dimostra che questa ipersuperficie, di indice $n \cdot |m|$, è la ipersuperficie composta con $|m|$ ipersuperficie coincidenti con W_{r-1}, cioè si ha:

$$\frac{1}{m}(mW_{r-1}) = \underset{1 \ldots\ldots |m|}{C(W_{r-1}, \ldots, W_{r-1})}.$$

Si dimostra inoltre che questa ipersuperficie coincide con la somma di W_{r-1} con la ipersuperficie a funzione nulla, di indice $|m|$, avente lo stesso sostegno di W_{r-1}. Ne segue che se nel calcolo delle ipersuperficie si vuole che valga la relazione $\frac{1}{m}(mW_{r-1}) = W_{r-1}$, occorre e basta definire le ipersuperficie a meno di ipersuperficie additive a funzione nulla. Anche queste ipersuperficie sono autopposte.

17. **Nota.** Da quanto è detto nei n.i 15 e 16 si ricava che:

Volendo che nel calcolo delle ipersuperficie algebriche di indice qualunque valga il principio del trasporto dei termini e la relazione $\frac{1}{m}(mW_{r-1}) = W_{r-1}$, *basta considerare le dette ipersuperficie definite a meno di ipersuperficie additive autopposte.*

Ricordando che nel campo delle ipersuperficie ideali le ipersuperficie autopposte sono tutte e sole le ipersuperficie a funzione nulla, si ha che:

Volendo che nel calcolo delle ipersuperficie ideali valga il principio del trasporto dei termini e la relazione $\frac{1}{m}(mW_{r-1}) = W_{r-1}$, *basta considerare dette ipersuperficie definite a meno di ipersuperficie additive a funzione nulla.*

Su di un tipo di algebra di ordine n

Nota di **Ulderico Bencivenga**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 5 febbraio 1946)

Sunto. — Si introduce un tipo di algebra di ordine n e si dimostra: 1°) che esso è riducibile alla somma di algebre reali ordinarie e di algebre di numeri complessi; 2°) che esso dà luogo nel campo complesso all'algebra dei numeri n-complessi.

1) — Stralcio il presente studio da un mio molto più ampio lavoro rimasto inedito a causa della guerra e che si compone delle seguenti parti:

1° — *Su alcuni gruppi di funzioni esponenziali e su alcuni sistemi metrici che da esse derivano* [1]). Queste funzioni hanno una grande analogia con le funzioni circolari ed iperboliche delle quali possono considerarsi una estensione. Ho specialmente sviluppato lo studio di alcune di queste funzioni per le quali è possibile una rappresentazione geometrica nel piano o nello spazio.

2° — *Su alcuni tipi di algebre di ordine qualunque.* In special modo ho trattato delle algebre reali del 3° ordine, di alcune delle quali, applicando i risultati della 1ª Parte, ho posto gli elementi sotto una forma analoga a quella trigonometrica dei numeri complessi ordinari e li ho rappresentati geometricamente nello spazio.

Nel primo Capitolo della 2ª Parte ho introdotto l'algebra reale i cui elementi sono le radici di un'equazione algebrica di grado qualunque espresse come funzioni lineari a coefficienti reali delle radici dell'equazione binomia o di un'altra da me introdotta, aventi lo stesso grado. Ho poi più generalmente considerate le due algebre le cui unità hanno la stessa tabella di moltiplicazione delle radici suddette. Alla prima di queste algebre si riferisce questa Nota. Eccone la matrice e la tabella di moltiplicazione:

$$\left\|\begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \dots\dots a_n \\ a_n & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \dots\dots a_{n-1} \\ a_{n-1} & a_n & a_1 & a_2 & a_3 \dots\dots a_{n-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \dots\dots a_1 \end{matrix}\right\| \qquad \begin{array}{c|cccccc} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \dots\dots u_n \\ \hline u_1 & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \dots\dots u_n \\ u_2 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \dots\dots u_1 \\ u_3 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 \dots\dots u_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_n & u_n & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \dots\dots u_{n-1} \end{array} \qquad (1)$$

[1]) Vedi anche « Geometria e trigonometria iperboliche e fondamenti di una geometria a metri variabili » dell'A. (presso l'A. — Viale di Villa Massimo 24 — Roma)

La tabella di moltiplicazione è tale che se u_p e u_q sono due unità, l'unità prodotto è u_{p+q-1} con l'avvertenza che dalla quantità $p+q-1$ va tolto n quando essa lo supera.

Scopo di questa Nota è di dimostrare che l'algebra considerata è *riducibile* alla somma di algebre reali ordinarie e di algebre di numeri complessi e che, nel campo complesso, essa dà luogo all'algebra dei numeri n-complessi.

(2) — Prendiamo altre unità t legate alle u mediante le relazioni lineari seguenti, distinguendo il caso di n dispari da quello di n pari.

1° Caso:

$$t_1 = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n} u_p \qquad t_{2r} = \frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} \cos\frac{2(p-1)r\pi}{n} u_p \qquad t_{2r+1} = -\frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} \operatorname{sen}\frac{2(p-1)r\pi}{n} u_p$$

essendo $r = 1, 2, 3, 4 \ldots \frac{n-1}{2}$.

2° Caso:

$$t_1 = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n} u_p \qquad t_2 = \frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n} (-1)^{p+1} u_p \qquad t_{2r+1} = \frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} \cos\frac{2(p-1)r\pi}{n} u_p$$

$$t_{2r+2} = \frac{2}{n}\sum_{p=1}^{n} \operatorname{sen}\frac{2(p-1)r\pi}{n} u_p$$

essendo $r = 1, 2, 3, 4 \ldots \frac{n-2}{2}$.

Ricerchiamo la tabella di moltiplicazione di queste nuove unità.

1° Caso. — Abbiamo in generale:

$$t_{2r}\, t_{2s} = \frac{4}{n^2}\sum_{p,q}^{1\ldots n} \cos\frac{2(p-1)r\pi}{n} \cos\frac{2(q-1)s\pi}{n} u_{p+q-1} =$$

$$= \frac{2}{n^2}\sum_{p,q}^{1\ldots n} \left\{ \cos\frac{2(rp+sq)-2(r+s)}{n}\pi + \cos\frac{2(rp-sq)-2(r-s)}{n}\pi \right\} u_{p+q-1}. \qquad (2)$$

Raccogliamo i termini in cui $p+q-1$ ha lo stesso valore m. Sarà $p+q=m+1$ ovvero $p+q=m+\underline{n}+1$ dove la n sottolineata può essere zero. Ricavando p da quest'ultima uguaglianza e sostituendolo nella (2), il termine in u_m diviene:

$$\frac{2}{n^2}\left\{ \sum_{q=1}^{n} \cos\frac{2(rm-s)-2q(r-s)}{n}\pi + \sum_{q=1}^{n} \cos\frac{2(rm+s)-2q(r+s)}{n}\pi \right\} u_m. \qquad (3)$$

Si hanno così due somme di coseni i cui argomenti formano una progressione aritmetica, cioè somme del tipo $\cos a + \cos(a+h) + \cos(a+2h) + \ldots + \cos[a+(n-1)h]$ che, come è noto, sono date dalla formola:

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{nh}{2}\cos\left(a+\frac{n-1}{2}h\right)}{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}.$$

Nel nostro caso i valori di h sono $\frac{2(s-r)\pi}{n}$ e $\frac{2(r+s)\pi}{n}$; quindi $\operatorname{sen}\frac{nh}{2}=0$ e pertanto se $r \neq s$, i due sommatori della (3) sono nulli e quindi è nullo ogni coefficiente di u_m e quindi $t_{2r}\, t_{2s}=0$. Se però $r=s$, il primo sommatorio è diverso da zero ed uguale a $n\cos\frac{2(m-1)r\pi}{n}$. In questo caso il prodotto considerato diviene t^2_{2r} e il coefficiente di u_m in questo prodotto è $\frac{2}{n}\cos\frac{2(m-1)r\pi}{n}$, cioè il coefficiente di u_m nell'espressione di t_{2r}. Se ne deduce che $t^2_{2r}=t_{2r}$.

Vediamo ora il prodotto $t_{2r+1}\, t_{2s+1}$. Seguendo un procedimento analogo; sostituendo al prodotto dei seni la differenza dei coseni, si avrà il seguente termine in u_m:

$$\frac{2}{n^2}\left\{\sum_{q=1}^{n}\cos\frac{2(mr+s)-2q(r+s)}{n}\pi-\sum_{q=1}^{n}\cos\frac{2(mr-s)-2q(r-s)}{n}\pi\right\}u_m. \qquad (4)$$

Come abbiamo visto nel caso precedente, se $r \neq s$, i due sommatori sono nulli, e quindi $t_{2r+1}\, t_{2s+1}$ è nullo. Se invece $r=s$, il primo sommatorio è nullo ed il secondo è uguale a $n\cos\frac{2(m-1)r\pi}{n}$ e la (4) diviene $-\frac{2}{n}\cos\frac{2(m-1)r\pi}{n}u_m$, cioè il termine in u_m di t^2_{2r+1} è uguale e di segno contrario a quello corrispondente di t_{2r}, onde si ha $t^2_{2r+1}=-t_{2r}$.

Per il prodotto $t_{2r}\, t_{2s+1}$ adottando il medesimo procedimento e sostituendo al prodotto del seno per il coseno la somma dei seni, avremo come termine in u_m il seguente:

$$-\frac{2}{n^2}\left\{\sum_{q=1}^{n}\operatorname{sen}\frac{2(mr-s)-2q(r-s)}{n}\pi+\sum_{q=1}^{n}\operatorname{sen}\frac{2(mr+s)-2q(r+s)}{n}\pi\right\}u_m.$$

La formola che dà la somma dei seni i cui argomenti stanno in progressione aritmetica essendo

$$\frac{\operatorname{sen}\frac{nh}{2}\operatorname{sen}\left(a+\frac{n-1}{2}h\right)}{\operatorname{sen}\frac{h}{2}}$$

si ha che quando $r \neq s$, $\operatorname{sen}\frac{nh}{2} = 0$; i due sommatori sono nulli e quindi $t_{2r}\ t_{2s+1} = 0$; mentre, quando $r = s$, il secondo sommatorio è nullo ed il primo è uguale a $n \operatorname{sen}\frac{2(m-1)r\pi}{n}$ e quindi il termine in u_m del prodotto è $-\frac{2}{n}\operatorname{sen}\frac{2(m-1)r\pi}{n} u_m$, che è uguale a quello corrispondente di t_{2r+1}, cosicchè si ha $t_{2r}\ t_{2r+1} = t_{2r+1}$.

Troviamo infine i prodotti di t_1 per $t_1\ t_{2r}\ t_{2r+1}$. Si ha:

$$t_1^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{p,q}^{1\ldots n} u_{p+q-1} \qquad t_1\, t_{2r} = \frac{2}{n^2}\sum_{p,q}^{1\ldots n}\cos\frac{2(q-1)r\pi}{n}\, u_{p+q-1}$$

$$t_1\, t_{2r+1} = -\frac{2}{n^2}\sum_{p,q}^{1\ldots n}\operatorname{sen}\frac{2(q-1)r\pi}{n}\, u_{p+q-1}.$$

I termini in u_m di ciascuno di questi prodotti sono rispettivamente:

$$\frac{1}{n}u_m \qquad \frac{2}{n^2}\left[\sum_{q=1}^{n}\cos\frac{2(q-1)r\pi}{n}\right]u_m \qquad -\frac{2}{n^2}\left[\sum_{q=1}^{n}\operatorname{sen}\frac{2(q-1)r\pi}{n}\right]u_m.$$

In queste due ultime espressioni figurano somme di seni e di coseni i cui argomenti stanno in progressione aritmetica, e poichè $h = \frac{2r\pi}{n}$, si ha $\operatorname{sen}\frac{nh}{2} = 0$. Ne segue che $t_1\, t_{2r}$ e $t_1\, t_{2r+1}$ sono sempre nulli. Rimane $t_1^2 = t_1$.

2° Caso — Per brevità omettiamo i calcoli dei prodotti delle unità t, poichè essi sono perfettamente analoghi a quelli del 1° caso. Si avrà:

$$t_1^2 = t_1 \qquad t_2^2 = t_2 \qquad t^2_{2r+1} = t_{2r+1} \qquad t^2_{2r+2} = -t_{2r+1} \qquad t_{2r+1}\, t_{2r+2} = t_{2r+2}$$

mentre tutti gli altri prodotti sono nulli.

Applicando, per fare un esempio, quanto abbiamo trovato al caso di $n = 5$ e $n = 6$, si ha:

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
t_1	t_1	0	0	0	0
t_2	0	t_2	t_3	0	0
t_3	0	t_3-t_2	0	0	
t_4	0	0	0	t_4	t_5
t_5	0	0	0	t_5-t_4	

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
t_1	t_1	0	0	0	0	0
t_2	0	t_2	0	0	0	0
t_3	0	0	t_3	t_4	0	0
t_4	0	0	t_4-t_3		0	0
t_5	0	0	0	0	t_5	t_6
t_6	0	0	0	0	t_6-t_5	

Concludendo possiamo dire che:

1° — Le algebre considerate di ordine n dispari sono la somma dell'algebra ordinaria e di $\frac{n-1}{2}$ algebre di numeri complessi.

2° — Le algebre dello stesso tipo ma di ordine n pari sono la somma dell'algebra dei numeri bireali e di $\frac{n-2}{2}$ algebre di numeri complessi.

(3) — Nell'elemento dell'algebra la cui matrice e la tabella di moltiplicazione sono le (1) sostituiamo ai coefficienti a i numeri complessi dati dalla relazione generica

$$a_r = \frac{1}{n\alpha_1}\left\{ b_1\alpha_1 + b_2\alpha_{n-r+2} + b_3\alpha_{2(n-r)+3} + b_4\alpha_{3(n-r)+4} + \dots + b_n\alpha_r \right\} =$$
$$= \frac{1}{n\alpha_1}\sum_{m=1}^{n} b_m \cdot \alpha_{(n+1-r)m-(n-r)}$$

essendo le α le radici dell'equazione binomia di grado n; prolunghiamo cioè nel campo complesso i numeri dell'algebra suddetta. Avremo, ponendo $\alpha_1 = 1$

$$\sum_{r=1}^{n} a_r u_r = \frac{1}{n}\left\{ b_1 \sum_1^n u_r + b_2 \sum_1^n \alpha_{n-r+2} u_r + b_3 \sum_1^n \alpha_{2(n-r)+3} u_r + \right.$$
$$\left. + b_4 \sum_1^n \alpha_{3(n-r)+4} u_r + \dots + b_n \sum_1^n \alpha_r u_r \right\}.$$

Prendiamo le seguenti unità:

$$z_1 = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} u_r \quad z_2 = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} \alpha_{n-r+2} u_r \quad z_3 = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} \alpha_{2(n-r)+3} u_r \dots z_h = \frac{1}{n}\sum_{r=1}^{n} \alpha_{(h-1)(n-r)+h} u_r$$

e ricerchiamone la tabella di moltiplicazione. Si ha in generale:

$$z_h z_k = \frac{1}{n^2}\sum_{r,s}^{1\dots n} \alpha_{(h-1)(n-r)+h}\,\alpha_{(k-1)(n-s)+k}\, u_r u_s = \frac{1}{n^2}\sum_{r,s}^{1\dots n} \alpha_{(h-1)(n-r)+h}\,\alpha_{(k-1)(n-s)+k}\, u_{r+s-1}.$$

Detto p l'indice del prodotto delle α, si ha $p = n(h+k-2)+(h+k)-r(h-1)-s(k-1)-1$. Posto il prodotto sotto la forma $\cos\frac{2(p-1)\pi}{n} + i \operatorname{sen}\frac{2(p-1)\pi}{n}$, togliendo dall'indice p il termine in n poichè non ha influenza sul valore del seno e del coseno, avremo:

$$\alpha_p = \cos\frac{(h+k)-r(h-1)-s(k-1)-2}{n}\pi + i \operatorname{sen}\frac{(h+k)-r(h-1)-s(k-1)-2}{n}\pi.$$

Raccogliamo i termini del prodotto $z_h\, z_k$ che hanno la stessa u, ad es. u_m. Sarà $r+s-1=m$ donde $r=m+1-s$. Sostituendo questo valore nell'espressione dell'argomento del seno e del coseno, questo diverrà $h+k-(m+1)(h-1)+s(h-k)-2=P+s(h-k)$. Il coefficiente di u_m sarà quindi:

$$\sum_{s=1}^{n} \cos \frac{P+(h-k)s}{n}\pi + i \sum_{s=1}^{n} \operatorname{sen} \frac{P+(h-k)s}{n}\pi.$$

Si hanno così delle somme di seni e coseni i cui argomenti stanno in progressione aritmetica. Adoperando le note formole e il procedimento più volte applicato, si ha che quando $h \neq k$ i due sommatori sono nulli e nulli conseguentemente il coefficiente di u_m e quindi il prodotto $z_h\, z_k$. Soltanto se $h=k$ si hanno valori non nulli, cioè solo per i quadrati delle z. Vediamo il valore di questi. Facendo $h=k$ nell'espressione di p si ha $p-1=2nh+(h-1)(1-m)$ quindi:

$$\alpha_p = \cos \frac{(h-1)(1-m)\pi}{n} + i \operatorname{sen} \frac{(h-1)(1-m)\pi}{n}.$$

Il termine in u_m di z_h^2 sarà $\frac{1}{n}\alpha_p\, u_m$. Quello in u_m di z_h è $\frac{1}{n}\alpha_{(h-1)(n-m)+h}\, u_m$. È facile vedere che l'indice p è, a meno di un multiplo di n, uguale a quello di α nell'espressione di z_h, quindi $z_h^2 = z_h$. Dunque la tabella di moltiplicazione delle z è formata dalla sola diagonale principale ed è quindi quella dell'algebra dei numeri n-complessi.

(4) — Applicando quanto abbiamo trovato in precedenza al caso dell'algebra di ordine 3° avremo:

matrice

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_3 & a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 & a_1 \end{vmatrix}$$

tab. di molt. delle u

	u_1	u_2	u_3
u_1	u_1	u_2	u_3
u_2	u_2	u_3	u_1
u_3	u_3	u_1	u_2

tab. di molt. delle t

	t_1	t_2	t_3
t_1	t_1	0	0
t_2	0	t_2	t_3
t_3	0	t_3	$-t_2$

essendo $t_1 = \frac{1}{3}(u_1+u_2+u_3)$ $t_2 = \frac{1}{3}(2u_1-u_2-u_3)$ $t_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u_2-u_3)$.

Quest'algebra è quella che il VALERIAS espose in una sua Memoria pubblicata dal « Circolo matematico di Buenos-Aires » [1] introducendo le funzioni *monogene* di un'algebra reale del 3° ordine. Risulta ora da questa

[1] Publicaciones del « Circulo Matematico del Instituto Nacional del Profesorado secundario » n. 5 — 1939.

mia Nota che essa è riducibile ed è un caso assai particolare delle algebre qui trattate.

Nel lavoro citato in principio ho studiate le funzioni monogene di queste e trovate le relazioni tra le derivate parziali che sono necessarie e sufficienti per l'esistenza di tali funzioni, applicando il noto teorema dello SPAMPINATO sulle funzioni totalmente derivabili. Lo SPAMPINATO stesso, in una sua Nota sull'algebra del VALERIAS [1]), applicò il suo teorema trovando rapidamente le condizioni esposte dal VALERIAS.

LE ESPANSIONI NERVOSE DELLA VESCICA NATATORIA DEL CIPRINIDE DORATO *(Carassius auratus)*

Nota del dott. **Bernardo Terio**, *presentata dal socio* **U. Pierantoni**

(Adunanza del dì 5 marzo 1946)

Sunto. — L'Autore, ammessa l'esistenza di una triplice innervazione nella vescica natatoria di *Carassius auratus*, accerta la presenza di numerose cellule nervose bipolari e multipolari ed insiste sulla esistenza di un enorme sviluppo di reticoli espansionali diffusi simpatici-parasimpatici.

Le ricerche del DEIMEKA (1904), dell'EWANS (1925) e dello SCEVOLA (1938) [2]), pur dimostrando una ricca innervazione della vescica natatoria nei pesci, non furono conclusive, specialmente riguardo i reticoli nervosi espansionali diffusi. Inoltre molti dubbi rimasero anche sulla esistenza di sicure cellule nervose nelle pareti dell'organo.

Le presenti ricerche risalgono al 1913 e sono rimaste giacenti causa le note interruzioni delle comunicazioni. Avendo nell'epoca predetta avuto occasione di allestire dei preparati col metodo del RUFFINI all'oro e col metodo BIELSCHOWSKY all'argento di vescica natatoria di *Carassius auratus* ho potuto constatare frequentemente la presenza di numerosi ganglietti

---

[1]) Bollettino dell'Unione Matematica Italiana. Serie II, Anno II, N. 4, Aprile-Maggio 1940.

[2]) DEINEKA D., *Zur Frage über den Bander d. Schwimmblase*. Zeit. wiss. Zool., 1904. — EWANS H. M., *A contribution to the anatomy and physiology of the airbladder, and Wiberian ossicles in Cyprinidae*. Proc. Ross. Soc. London, 1925. — SCEVOLA D., *Contributo alla conoscenza dell'innervazione della vescica natatoria dei Ciprinidi*. Monit. Zool. Ital., 1938.

nervosi, e di cellule nervose sparse lungo i rami nervosi, appena penetrati nelle pareti della vescica. Più volte mi e stato possibile di osservare la presenza di cellule nervose multipolari, i cui prolungamenti si andavano ramificando dapprima in ampie reti e poi rami di queste ultime continuarsi con espansioni a reticoli delicatissime, facenti parte naturalmente di un esteso reticolo diffuso in seno al tessuto muscolare liscio e connettivale dell'organo. Ammetto quindi che tali reti non hanno nulla in relazione con quelle reti descritte dai precedenti e da altri autori, perchè costoro non videro e disegnarono altro se non plessi grossolani e superficiali osservabili già a medio ingrandimento, mentre le predette sono soltanto visibili a fortissimo ingrandimento perche sono, come ripeto, soltanto queste da considerarsi come reticoli espansionali diffusi più volte descritti nei lavori dello Stefanelli.

È assai interessante notare come spesso, ma non sempre, le maglie del reticolo si addossino alle fibrocellule muscolari, ed alle cellule del connettivo, senza peraltro penetrare mai nei rispettivi protoplasmi secondo come afferma la errata dottrina del terminalreticolo dello Sthör.

Interessante è anche notare come i reticoli diffusi derivino da due fonti distinte, e cioe da fibre nervose midollate corredate di cellule bipolari, e da fibre nervose amieliniche, sul cui decorso si riscontrano le cellule multipolari La presente disposizione conferma sempre più la fusione in circuito chiuso delle due differenti specie di fibre in seno ai vasti e folti reticoli espansionali. Altre fibre midollate invece, liberandosi dai tronchi nervosi, vanno ad espandersi in espansioni terminali ad arberello, a grappolo, a fiorami vari, nelle zone più esterne dell'organo dove esistono plessi grossolani e non reticoli espansionali diffusi. Queste espansioni e questi plessi sono quelli che appunto sono stati descritti già da molti altri autori.

Penso che le espansioni terminali predette siano di natura somatica, mentre i reticoli espansionali siano formati da fibre miste di natura simpatica e parasimpatica, perchè essi provengono dalla ramificazione di fibre amieliniche (simpatiche) e da fibre irregolarmente midollate (parasimpatiche).

La vescica natatoria dei pesci dunque è un organo attivamente funzionante perchè è atto certamente a percepire il grado di pressione che agisce sopra di essa, percezione che determina nel pesce i movimenti riflessi, specialmente quando nei suoi spostamenti avvengono cambi eccessivi e repentini di profondità, oppure anche nell'ambiente, indipendentemente dal suo spostarsi, avvengono oscillazioni di pressione considerevoli e repentine. (Arcangeli). Penso che è dovuta alla sensibilità dei suoi numerosi reticoli espansionali diffusi la funzione idrostatica regolatrice del contenuto gassoso dell'organo.

Conclusione. — Nella vescica natatoria confermo: 1°) la presenza di numerosi gangli nervosi nei tratti più superficiali di essa.

2°) La presenza di una ricca innervazione, rappresentata da fibre midollate somatiche, da fibre midollate parasimpatiche e da fibre amieliniche simpatiche.

3°) La esistenza alla estremità delle prime di espansioni sensitive a fiorami arborescenti e a grappoli, alla estremità delle seconde e delle terze di delicatissimi e intricati reticoli espansionali diffusi.

Il termine di Chandler nelle variazioni di livello del lago Victoria

Nota di **Tito Nicolini**, *presentata dal socio* **Luigi Carnera**

(Adunanza del dì 2 aprile 1946)

Sunto. — Si considerano i livelli mensili del lago Victoria, che oltre al ciclo annuo esibiscono evidentemente il ciclo undecennale solare, dal 1896. Classificandoli per intervalli corrispondenti ai successivi cicli di Chandler della polodia, e sommando per colonne, risulta un termine sensibile, di ampiezza circa 6 od 8 cm, ed il cui massimo corrisponde approssimativamente alla minima latitudine nel termine chandleriano.

Il dubbio che l'effetto sia un'apparenza dovuta alla irregolarità e variabilità del termine annuo, è ridotto dall'esecuzione di tentativi diversi, e particolarmente dalla conferma ottenibile da pochi intervalli in cui la variabilità è minima.

La quantità di pioggia misurata da 10 stazioni situate nelle regioni del lago ed altrove nell'Uganda, mostrano anche il termine, con uno sfasamento o anticipo di circa 7 mesi; mentre pel termine annuo il massimo livello ritarda di 1 o 2 mesi sul massimo principale delle piogge, e 6 o 7 sul secondario.

1°) Per quanto riguarda i dati finora pubblicati (1896-1927), il livello del lago Victoria nell'Africa Orientale britannica, oltre al ciclo annuale esibisce chiaramente una preponderante periodicità corrispondente al ciclo undecennale solare [1]. Se così è, vuol dire che un tale fenomeno geofisico, o il regime delle precipitazioni della regione, hanno una relativamente grande regolarità, cioè le loro variazioni accidentali non sono molto accentuate: e quindi è giustificata a priori la ricerca di altre eventuali oscillazioni a periodo in qualche modo giustificato fisicamente. Si noti che questa giustificazione preliminare non ha luogo generalmente: serie anche lunghissime di dati, come le precipitazioni di Padova, Milano, o altre, mostrano variazioni accidentali, ed anche secolari, così vistose, da occultare comple-

[1]) *London, Air Ministry, Met. Office, Geophysical Memoirs, N° 20, 1923.* V. anche *Quart. Journ. Roy. Met. Soc., april 1930,* p. 113; e *Mo. Wea. Rev., March 1924.*

tamente eventuali oscillazioni regolari piccole; da cui si comprende il carattere illusorio di tante periodicità meteorologiche (o geofisiche, o astronomiche), trovate da molti ricercatori, con procedimenti aritmetici o con l'analisi di FOURIER. Una periodicità ha un significato utile quando possa servire a scopo di previsione; essa non è reale, o per lo meno è insignificante, quando altre variazioni, ed accidentalità, sono grandemente preponderanti. A questo proposito, H. N. RUSSELL riferisce una frase caratteristica, udita da E. W. BROWN: basarsi sullo studio delle macchie solari per prevedere il tempo, « è come osservare una formica per prevedere quale via sarà seguìta da un elefante » [1].

Per riguardo al livello del lago Victoria, si vuole ricercare qui una eventuale oscillazione in corrispondenza a quella di CHANDLER dell'asse terrestre. Oltre che dalle attenuate variazioni accidentali del livello del lago, la ricerca è giustificata fisicamente dalla seguente considerazione: il moto del polo terrestre si effettua entro un quadrato di pochi metri di lato; ma si comprende subito che anche uno spostamento così minuto dell'asse di rotazione dell'enorme massa terrestre debba corrispondere all'azione di forze immense, di notevole importanza geofisica; e che siano coinvolte, con notevole spostamento in latitudine, immense masse atmosferiche. Si noti che qui non si tratta del moto polare annuo, poichè il termine annuo nei fenomeni geofisici e meteorologici è assai individuato e preponderante [2]); ma si tratta del residuo moto di CHANDLER, di periodo prossimo a 14 mesi, che è il periodo d'oscillazione naturale delle masse atmosferiche, mentre quello annuale è imposto dall'azione delle radiazioni solari nel corso dell'anno.

2) Prima di eseguire l'indagine progettata sul livello del lago, occorre ricercare l'oscillazione chandleriana della polodia, eliminando l'oscillazione annua. È sufficiente riferire queste ocillazioni al meridiano 33° E, che è approssimativamente centrale pel lago Victoria. Non è possibile, per ragioni di spazio, riportare le tabelle numeriche in proposito, e si descrive solo il procedimento eseguito e i risultati finali qui occorrenti. Si proiettano i punti della polodia corrispondenti a metà dei vari mesi sul meridiano prescelto, e per tutti gli anni considerati; si fa quindi la media di tutti i valori corrispondenti ai mesi di gennaio, quella dei mesi di febbraio, ecc.; le 12 medie individuano l'oscillazione annua proiettata sul meridiano detto. Sottraendo per mesi corrispondenti dalle proiezioni primitive il termine annuo ottenuto, si ottiene la oscillazione residua chandleriana, che risulta ben definita, con periodo di circa 14 mesi, e proiettata sul meridiano detto.

---

[1]) *Scientific American*, June 1928.

[2]) Per la giustificazione del moto polare annuo in conseguenza delle variazioni atmosferiche stagionali, v. H. JEFFREYS: *Causes contributory to the annual variation of latitude*, M. N. 76, 499; L. ROSENHEAD: *The annual variation of latitude*, M. N., Geoph. suppl. 2, 140.

Basterà qui riportare soltanto le epoche di minimo di questa oscillazione (ossia le epoche di minima latitudine, in relazione al solo termine chandleriano):

TAB. 1ª: *Epoche di minima latitudine del lago Victoria relativamente alla sola oscillazione chandleriana.*

1895.96	1904.37	1912.71	1921.04
1897.25	1905.54	1913.87	1922.12
1898.45	1906.62	1915.04	1923.33
1899 67	1907.83	1916.37	1924.50
1900.83	1909.08	1917.54	1925.62
1902.00	1910.29	1918 58	1926 62
1903.12	1911.45	1919.83	1927.96

Questa tabella mostra sufficientemente che il periodo di CHANDLER non è una quantità del tutto determinata in pratica. Infatti dal 1895.96 al 1915 04 risulta di mesi 14.40; dal 1915.04 al 1923.33 mesi 14.21; dal 1923.33 al 1927.96 mesi 13.89. Ricerche esaurienti rendono evidente questo fatto, e si preferisce seguendo G. U. YULE [1]) concepire varî fenomeni oscillatorî osservati in natura in analogia alle oscillazioni di un pendolo assoggettato a bombardamento con piccoli proiettili, di modo che l'ampiezza e la fase delle oscillazioni risultano variabili. Nel caso attuale il periodo libero di oscillazione del polo sarebbe secondo H. JEFFREYS [2]) 14.42 mesi, ma le perturbazioni producono notevoli irregolarità in ampiezza e fase.

In tali condizioni è evidente, che la ricerca degli effetti di una oscillazione perturbata, va fatta tenendo conto dei successivi intervalli d'oscillazione empirici osservati, e non del periodo libero, fisso, calcolato. Infatti i cambiamenti di fase si accumulano successivamente, e per lunghi intervalli di tempo possono raggiungere e sorpassare il semiperiodo; di modo che intervallando le osservazioni in base al periodo libero costante, viene ad annullarsi la possibilità di individuare l'effetto cercato. E si giunge al paradosso, che mentre per intervalli di tempo relativamente brevi (per cui lo sfasamento cumulativo è piccolo), l'effetto è rintracciabile, per intervalli lunghi risulta invece annullato.

3) Rappresentando graficamente il livello del lago Victoria, si vede subito che la periodicità preponderante (almeno dal 1896 al 1927) è quella di periodo undecennale. Per determinarne un'altra a periodo minore, p. es. la annuale, basta considerare (per l'eliminazione della precedente) un numero intero qualsiasi di cicli undecennali. Ma per eliminare l'effetto dello

---

[1]) *On a method for investigating periodicities in disturbed series.* Phil. Trans. A, 226, p. 267.

[2]) *The variation of latitude.* M. N. 100, p. 139.

andamento preponderante sulla periodicità minore, non v'è stretta necessità di ciò: basta considerare un intervallo di tempo tale, che gli estremi della curva rappresentativa del livello siano sulla stessa orizzontale. Infatti tra due intersezioni successive della curva colla orizzontale l'effetto perturbatore del tratto ascendente sulla periodicità indagata è corretto dal discendente; resta solo spostato l'asse orizzontale origine della oscillazione in generale, ma la oscillazione in ampiezza e fase resta determinata. Dopo questa osservazione, l'ampiezza e fase del termine annuo nel livello del lago, si determinano più convenientemente tra i due intervalli seguenti: *a)*, luglio 1899-giugno 1927; *b)*, giugno 1898-maggio 1927. I risultati sono i seguenti:

Tab. 2ª: *Medie mensili del livello del lago Victoria.*

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
a)	3.07	2.98	3.09	6.38	11.77	12.23	9.07	6.07	3.77	2.48	2.21	3.59
b)	3.66	3.52	3.60	6.78	12.10	12.74	9.55	6.62	4.41	3.16	2.83	4.24
c)	4.82	4.63	4.73	7.77	12.81	13.21	10.02	7.11	4.76	3.37	3.08	4.42

(il livello è espresso in pollici da un riferimento fisso). Come vedesi le due determinazioni differiscono per la orizzontale di riferimento, ma corrono strettamente parallele; cioè, come si è detto, ampiezza e fase è determinata. La riga *c)* riguarda tutto l'intervallo dal 1896 al 1927, e mostra ad ogni modo che l'andamento non varia molto pel complesso dei dati.

Questa considerazione è qui utilizzata per interpolare 9 valori mancanti (agosto 1897-aprile 1898), per comodità di computo; ma la inclusione di questi valori non è necessaria, e non porta conseguenza alcuna nei risultati.

Ora si possono disporre i livelli mensili per gruppi di approssimativamente, ma non esattamente 14 mesi, in modo che ogni gruppo o riga della *Tab. 3ª* che segue corrisponda ad un reale ciclo di Chandler, nella 1ª colonna essendo posto per ogni ciclo il mese più prossimo alla minima latitudine (relativamente alla sola oscillazione chandleriana). Per mantenere la disposizione di 14 colonne, evitando l'accumularsi dello sfasamento (a causa della differenza tra il ciclo reale e 14 mesi), si sono saltati i mesi: marzo 1897 (liv. 19.5), sett. 1899 (4.5), nov. 1908 (10.5), dic. 1909 (0.5), marzo 1912 (— 14.5), mag. 1915 (6.5), sett. 1915 (1.5); e si sono ripetuti i mesi: agosto 1906, mar. 1918, dic. 1925, lug. 1926. Così l'ordine dei livelli mensili della *Tab. 3ª* è perfettamente determinato: essa parte dal gennaio 1896 e giunge al settembre 1927; riporta i dati originari senza eliminazione di alcuna oscillazione, e sia i mesi ripetuti che saltati sono disposti con la possibile simmetria nella tabella, in modo da evitare effetti nocivi sulle medie complessive *m*. Le medie *M* sono ottenute trascurando la 5ª riga e le due ultime della tabella, dalle quali, a causa del termine annuo anormalmente vistoso, può sospettarsi una alterazione notevole del termine

TAB. 3ª: *Prova della periodicità chandleriana nei livelli mensili del lago Victoria. Sono riportati i livelli in pollici dal gennaio 1896 al settembre 1927, con le avvertenze del testo.*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	26.0	23.0	22.5	22.0	23.0	22.0	19.5	18.5	14.5	11.0	15.5	17.5	17.5	18.5
	22.5	22.0	24.5	24.0	20.0	18.0	16.5	16.5	17.5	17.0	17.0	17.0	20.0	25.0
	22.0	23.0	22.0	22.5	22.0	22.0	22.5	20.0	18.5	18.0	18.0	21.5	22.0	15.5
	5.5	— 1.0	— 1.5	2.0	1.5	0.0	0.5	1.0	5.0	3.5	— 1.5	— 3.0	— 2.0	— 8.5
	— 13.0	— 5.5	— 4.0	— 4.5	— 2.5	11.5	20.0	18.5	11.0	4.0	— 1.0	— 3.5	— 4.5	— 7.5
	— 10.0	— 10.5	— 10.5	— 11.0	— 6.0	— 8.5	— 11.5	— 10.5	— 13.5	— 11.0	— 10.0	— 3.5	— 1.5	0.5
	4.5	4.0	8.5	20.0	20.5	19.5	18.5	20.5	19.5	21.0	16.0	19.5	18.0	22.0
	27.5	21.5	19.5	22.0	10.5	12.5	12.5	15.0	16.5	19.5	19.5	19.0	20.0	19.0
	15.0	13.0	7.5	8.5	8.5	14.0	15.0	16.5	21.5	35.0	41.0	41.5	27.0	35.5
	35.5	32.5	25.5	27.0	26.5	25.0	24.0	20.5	22.0	29.0	29.0	25.0	20.5	14.5
	14.5	13.0	13.5	12.5	9.5	10.0	8.5	12.0	12.0	11.5	10.5	8.5	8.5	10.0
	10.0	11.0	12.5	11.0	13.5	11.5	10.0	4.0	4.0	4.5	— 1.5	0.5	— 2.0	— 1.0
	1.5	11.0	5.5	2.0	1.5	0.5	— 3.5	— 4.5	0.0	— 5.0	— 8.5	— 10.0	— 5.5	0.0
	2.0	— 2.5	— 6.0	— 9.5	— 13.0	— 15.5	— 14.5	— 14.5	— 11.0	— 11.5	— 4.0	— 4.0	— 8.0	— 10.0
	— 10.5	— 13.5	— 13.0	— 12.0	— 12.5	— 9.0	— 6.5	— 6.5	4.0	8.0	7.5	0.5	— 3.0	— 6.0
	— 4.0	— 4.0	— 7.5	— 6.5	— 5.0	— 2.0	1.5	2.0	0.0	— 0.5	— 2.0	— 4.0	0.0	1.5
	0.0	— 2.5	3.0	4.5	11.5	13.0	2.5	1.5	2.0	4.5	6.0	9.5	8.0	13.0
	17.5	23.5	20.5	16.5	16.5	18.5	17.5	16.0	20.0	23.0	23.0	30.5	40.5	43.5
	38.5	36.0	37.0	39.5	43.5	40.5	40.5	36.5	33.0	33.0	32.0	35.0	33.0	28.5
	22.5	20.0	17.0	14.5	15.5	9.0	— 2.0	— 0.5	3.0	14.5	18.5	13.5	7.0	8.5
	6.5	6.0	7.0	6.5	3.5	0.5	6.5	10.0	10.5	4.5	1.5	— 0.5	— 2.5	— 5.0
	— 4.0	0.5	1.5	0.0	— 1.0	— 1.5	— 1.5	— 2.5	— 6.5	— 9.0	— 10.5	— 11.5	— 13.0	— 16.0
	— 14.0	— 18.5	— 13.0	— 11.0	— 13.0	— 14.0	— 18.0	— 18.5	— 17.0	18.0	— 17.5	— 20.5	— 20.5	— 20.0
	— 12.0	— 4.0	— 2.5	— 2.0	— 3.0	— 6.0	— 5.0	— 6.0	— 3.0	— 3.0	— 3.0	— 4.5	— 2.0	7.0
	+ 2.5	— 2.0	— 4.0	— 6.0	— 8.0	— 8.0	— 8.0	— 7.0	— 7.0	— 6.0	— 4.0	— 3.5	— 2.0	— 3.0
	— 6.0	— 8.0	— 12.5	— 10.0	— 5.0	— 5.0	— 5.0	— 3.0	0.0	7.0	17.0	20.0	18.0	18.0
	15.0	10.5	11.5	11.5	10.5	13.0	13.0	11.5	15.0	18.5	17.0	14.0	10.0	5.0
m	7.98	7.35	6.83	7.18	7.00	6.94	6.50	6.18	7.11	8.26	8.35	8.31	7.59	7.72
M	8.13	7.48	7.02	7.30	6.89	6.22	5.46	5.18	6.15	7.16	7.13	7.15	7.09	7.15

chandleriano ricercato. Nella fig. 1 sono riportate appunto le medie M; le m esibiscono il carattere generale del termine, ma alquanto deformato infatti.

Come vedesi dalla fig. 1, risulta una oscillazione abbastanza definita, di ampiezza circa 7 cm, ed il cui minimo corrisponde alla parte centrale, cioè alla massima latitudine (relativamente alla sola oscillazione chandleriana); la scala è quella a sinistra della figura.

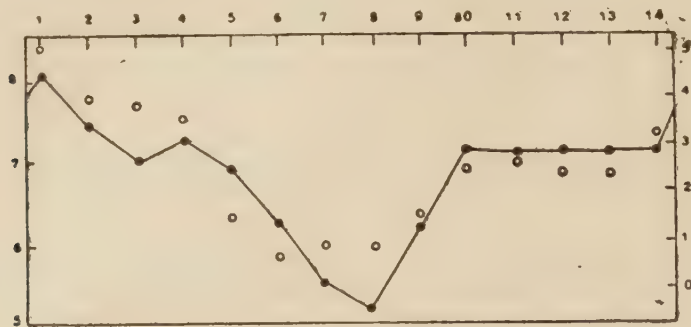



Fig. 1. — Il termine chandleriano nei livelli mensili del lago Victoria. Ascisse, mesi successivi; ordinate, livelli in pollici dai riferimenti delle tab. 3ª (a sinistra) e 4ª (a destra).

I dati riportati si estendono per un intervallo di circa 32 anni, che corrisponde quasi a 3 cicli solari, ma non esattamente. Inoltre l'effetto della irregolarità del termine annuo, già rilevato per la 5ª, la 26ª e 27ª riga (1901, 1926, 1927), pone il dubbio che qualche effetto spurio abbia condotto al risultato. Per risolvere questo dubbio, con periodicità regolari, generalmente si considera un intervallo di tempo che sia multiplo intero di tutti i periodi agenti, o anche si cerca di eliminare qualcuna delle periodicità per semplificare. Nel caso attuale la cosa non è semplice: le periodicità non sono abbastanza regolari, e l'intervallo totale delle osservazioni è breve.

Si possono però effettuare altre prove, in modo che la fiducia nella realtà del termine periodico individuato, risulti notevolmente accresciuta.

1°) Un primo nuovo tentativo può farsi usando pochi cicli chandleriani, ma particolarmente convenienti: precisamente si considerino quelli in cui la differenza tra i livelli mensili estremi non superi 10 pollici, ed in cui la oscillazione massima non superi 20 pollici. Si vengono così a selezionare le righe 1ª, 6ª, 8ª, 11ª, 12ª, 16ª, 21ª, 24ª, 25ª. Siccome non si ha un numero intero di anni successivi, la media pura e semplice non elimina propriamente l'oscillazione annua (all'atto pratico, questa considerazione non porta sensibile conseguenza numerica); perciò qui si liberino i livelli mensili dal termine annuo, preso dalla riga *c)* della *Tab. 2ª*, e ridotto al valore zero per gennaio (ossia, pei mesi successivi, si considerano i valori della riga *c)* meno 1.82). Si ha la tabella e le medie M seguenti:

Tab. 4ª: *Prova della periodicità chandleriana nei livelli mensili del lago Victoria, per alcuni cicli selezionati e liberati dal termine annuo.*

	1	2	3	4	5	6	7
	26.0	23.0	22.5	19.0	15.0	13.5	14.5
	— 10.0	— 10.5	— 10.5	— 14.0	— 14.0	— 17.0	— 16.5
	19.5	13.0	14.5	19.5	10.5	14.0	14.0
	16.0	14.5	14.0	12.5	9.5	10.0	5.5
	10.0	11.0	12.5	8.0	5.5	3.0	5.0
	— 2.5	— 3.5	— 7.5	— 6.5	— 5.0	— 5.0	— 6.5
	8.0	7.5	7.5	6.5	3.5	0.5	3.5
	— 15.0	— 12.0	— 11.0	— 7.0	— 5.5	— 6.0	— 3.5
	— 6.0	— 7.0	— 6.5	— 6.0	— 6.5	— 6.5	— 7.5
M_1	5.11	4.00	3.89	3.56	1.44	0.72	0.94

	8	9	10	11	12	13	14
	16 0	14.5	12.5	17.0	18.0	17.5	18.5
	— 13.0	— 13.5	— 9.5	— 8.5	— 3.0	— 1.5	0.5
	15.5	16.5	19.5	19.5	16.0	12.0	10.5
	4.0	3.5	6 5	8.0	8.5	10.0	10.5
	1.5	4.0	6.0	0.0	0.5	— 2.0	— 1.0
	— 6.5	— 5.0	— 3.0	— 2.0	— 2.5	1.5	2.0
	2.0	2.0	— 0.5	— 1.0	— 0.5	— 1.0	— 3.5
	— 4.5	— 2.5	— 3.0	— 3.0	— 4.5	— 5.0	— 1.0
	— 7.0	— 7.0	— 6.0	— 7.0	— 11.5	— 10.5	— 8.0
M_1	0.89	1.39	2.50	2.56	2.33	2.33	3.17

Questi valori sono rappresentati dai cerchietti vuoti nella stessa fig. 1. Come vedesi, l'andamento fondamentale è confermato; l'ampiezza dell'oscillazione chandleriana risulta qui circa una decina di centimetri, abbastanza in accordo con quella sopra trovata, e la fase è ancora la stessa; la scala è segnata a destra nella figura.

Un secondo nuovo tentativo è stato effettuato considerando i livelli dal 1902 al 1921 (estremi compresi), intervallo che dal diagramma risulta comprendere due grandi oscillazioni in connessione al ciclo solare, cosicchè questo appare eliminato. Non solo, ma i livelli mensili sono stati liberati dal termine annuo, determinato nuovamente in corrispondenza al detto intervallo. Per brevità non si riporta in disteso questo tentativo ma si riportano le sole medie finali M_3:

TAB. 5ª: *Periodicità chandleriana risultante per l' intervallo 1902.0-1922.0.*

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M_3	0.65	— 0.09	0.31	— 0.83	— 0.76	— 0.68	— 1.25	— 0.06	— 0.10

10	11	12	13	14
0.38	0.87	— 0.81	0.18	1.26.

Questo tentativo è meno raccomandabile dei precedenti, in quanto è stato eseguito con un periodo di CHANDLER supposto regolare di mesi 14.22. ciò che non corrisponde esattamente alla realtà, e conduce a qualche sfasamento dei dati. Ad ogni modo risultano ancora i caratteri fondamentali rilevati; l'ampiezza d'oscillazione appare qui di circa 6 cm.

Come vedesi, la linea di riferimento corrispondente al valore zero della media, varia da prova a prova, ma ciò non ha importanza degna di rilievo.

5°) Un'altra prova per l'accertamento della periodicità può effettuarsi nel dubbio che intervengano nel livello del lago termini lunari; precisamente ineguaglianze dovute alla rivoluzione del nodo (anni 18.6) ed alla rivoluzione del perigeo (anni 8.85). Qui la difficoltà di disporre di un intervallo di osservazioni multiplo di tutti i periodi eventualmente interferenti, evidentemente è di molto accresciuta.

Di fronte all'insufficienza dei dati, non si può che escogitare qualche artificio in modo da superare, solo in parte la difficoltà. I massimi effettivi delle macchie solari hanno avuto luogo il 1907.0 e 1917.6, ed i minimi il 1901.7, 1913.6, 1923.6. Ora si consideri la solita distribuzione dei dati mensili in 14 colonne per gli intervalli:

1900.5-1906.5; 1906.5-1912.5; 1912.5-1918.5;
1905.5-1911.5; 1911.5-1917.5; 1917.5-1923.5.

Ognuno degli intervalli di 6 anni, è approssimativamente multiplo del periodo chandleriano. Inoltre ognuna delle 2 righe comprende un intervallo circa uguale alla rivoluzione del nodo e doppio della rivoluzione del perigeo, ed uguale ancora a circa una volta e mezza il ciclo solare. Considerando il complesso dei dati livelli mensili per tutti i 6 intervalli. (di cui due ripetuti), cioè per circa 2 cicli undecennali, data la disposizione degli intervalli stessi e delle righe quanto possibile simmetrica rispetto al periodo undecennale solare, lo scopo di eliminare le periodicità enumerate è almeno in parte raggiunto. Infatti, sempre in via approssimativa, ogni intervallo di 6 anni elimina la periodicità annua, ognuna delle 2 righe elimina la rivoluzione del nodo e quella del perigeo; l'insieme delle 2 righe comprende 3 cicli undecennali, la parte centrale da massimo a massimo essendo doppiata (l'intervallo totale è 2 cicli), di modo che è eliminato anche il ciclo solare.

L'inconveniente che qui si verifica, è il seguente (oltre all'imperfetta eliminazione dei cicli): la parte considerata 2 volte, e quindi le sue accidentalità, vengono ad avere un peso doppio. Per brevità non si riportano particolari numerici, ma il risultato conferma quello dei tentativi riportati.

6°) Una ulteriore conferma viene data dalla ricerca della periodicità in esame per le pioggie nelle regioni del lago. Si considerino i dati di pioggia riportati dall'ultima fonte citata alla nota [1]), e relativi all'intervallo 1895-1922. Per brevità, dei dati si considerano le somme trimestrali; cosicchè nella *Tab. 6ª* sono riportate piogge medie trimestrali (contate dalle normali o medie trimestrali), in pollici. I dati sono particolarmente convenienti, non solo per il regime meteorologico regolare già rilevato, ma anche perchè essi sono forniti da 10 stazioni situate lungo le rive del lago ed altrove in Uganda. Il periodo di Chandler è inferiore a 5 trimestri, quindi per restare in fase col periodo stesso sono ripetuti i dati trimestrali indicati con asterisco. La tavola inizia col 1° trimestre 1895, e termina col 1° trimestre 1922.

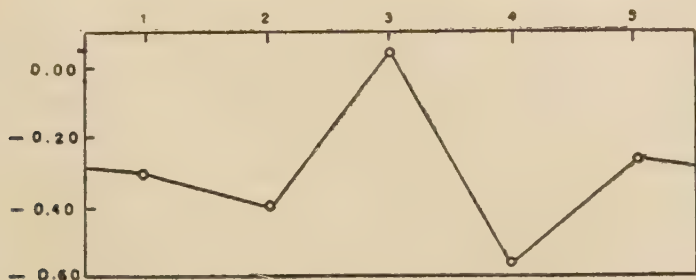



Fig. 2. — Il termine chandleriano nelle pioggie dell' Uganda. Ascisse, trimestri successivi; ordinate, pioggie trimestrali in pollici dal riferimento della tab. 6ª.

Tab. 6ª: *Prova della periodicità chandleriana nelle piogge dell'Uganda: deviazioni dalle piogge medie trimestrali.*

	+ 4.93	— 2.40	— 5.40	— 1.37	+ 5.17
	— 0.97	+ 1.70	+ 7.80	+ 1.67	— 1.65
	— 4.10	+ 0.93	— 0.78	— 4.67	— 2.80
	— 6.21	— 2.02	+ 4.91	— 5.61	— 1.91
	+ 6.42	+ 1.00	— 2.47	— 4.11	— 4.00
	— 4.00*	— 1.98	— 1.61	— 1.98	+ 2.34
	+ 0.66	+ 4.31	+ 0.91	— 2.06	+ 3.22
	— 1.13	+ 0.52	+ 6.11	+ 3.64	— 3.42
	+ 2.03	+ 8.00	+ 4.22	+ 4.22*	+ 3.00
	+ 0.83	— 2.36	— 1.71	+ 6.77	— 1.19
	+ 3.19	— 3.39	+ 3.03	— 1.01	— 0.58
	— 0.28	+ 0.59	+ 3.41	+ 2.35	+ 2.04
	+ 2.54	+ 1.60	+ 1.07	— 0.11	— 0.11*
	+ 0.67	— 3.71	— 5.38	+ 1.15	+ 1.63
	+ 1.95	— 0.40	— 0.31	— 0.60	— 4.54
	— 3.87	— 1.06	— 2.50	+ 2.39	— 0.19
	— 0.62	— 1.51	— 2.14	— 0.59	+ 0.01
	— 0.20	+ 1.44	— 1.69	— 0.52	+ 2.86
	— 0.20	— 0.20*	— 4.03	— 3.79	— 1.59
	— 2.43	— 4.37	+ 1.95	— 3.74	— 3.05
	— 1.80	— 2.02	+ 0.16	— 2.33	— 0.37
	— 3.82	— 3.77	— 3.77*	— 0.78	— 0.78
M_4	— 0.29	— 0.41	+ 0.08	— 0.57	— 0.27

Le medie M_4 risultanti sono riportate nella fig. 2; come vedesi, si ottiene un termine abbastanza bene definito di ampiezza circa 15 mm. con la classificazione trimestrale, e si ha uno sfasamento di circa 7 mesi tra il massimo delle piogge e il massimo livello del lago, considerati relativamente al solo termine chandleriano. Mentre pel termine annuo il massimo livello risulta in ritardo di 1 o 2 mesi sul massimo principale delle piogge (e 6 o 7 sul secondario).

In conclusione, i tentativi che è possibile effettuare, mostrano concordemente l'esistenza della oscillazione chandleriana nel livello del lago; ed una oscillazione analoga relativa alle piogge dell'Uganda si accorda fisicamente alla stessa conclusione.

SU DI UN'ESPRESSIONE DEGLI ELEMENTI DI UN TIPO DI ALGEBRA DI ORDINE n MEDIANTE CERTE FUNZIONI ESPONENZIALI

Nota di **Ulderico Bencivenga**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 7 maggio 1946)

Sunto. — Si pongono gli elementi dell' Algebra della Nota precedente sotto una forma analoga a quella trigonometrica dei numeri complessi mediante certe funzioni esponenziali.

Proseguo con questa seconda Nota lo studio del tipo di algebra complessa di ordine n esaminato nella prima, presentata all' Adunanza del 6 febbraio scorso. Introdurrò dapprima una delle funzioni esponenziali delle quali feci menzione nella prima Nota e l' adopererò poi per porre gli elementi dell' algebra suddetta sotto una forma analoga a quella trigonometrica dei numeri complessi ordinari.

1. Consideriamo la funzione esponenziale

$$X = C_1 e^{w_1 x} + C_2 e^{w_2 x} + C_3 e^{w_3 x} + \dots + C_s e^{w_s x} + \dots + C_n e^{w_n x} \tag{1}$$

dove le w sono le radici di un' equazione algebrica di grado n a tutte radici immaginarie o con una sola radice reale. Esamineremo il caso di n dispari, ma quanto diremo si potrà facilmente applicare anche al caso di n pari.

Premetto che le radici w possono mettersi sotto la forma generica:

$$w_s = d_1\alpha_1 + d_2\alpha_s + d_3\alpha_{2s-1} + d_4\alpha_{3s-2} + \dots + d_r\alpha_{(s-1)(r-1)+1} + \dots + d_n\alpha_{n-s+2}$$
$$(s = 1, 2, 3 \dots n) \tag{2}$$

dove $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2, \alpha_3, \dots \alpha_n$ sono le radici dell' equazione binomia di grado n e le d sono quantità reali. Infatti, consideriamo le due radici generiche seguenti:

$$w_s = d_1\alpha_1 + d_2\alpha_s + d_3\alpha_{2s-1} + d_4\alpha_{3s-2} + \dots + d_r\alpha_{(s-1)(r-1)+1} + \dots + d_n\alpha_{n-s+2}$$
$$w_{n-s+2} = d_1\alpha_1 + d_2\alpha_{n-s+2} + d_3\alpha_{n-(2s-1)+2} + d_4\alpha_{n-(3s-2)+2} + \dots + d_r\alpha_{n-(s-1)(r-1)+1} + \dots + d_n\alpha_s.$$

Le α corrispondenti alle stesse d sono coniugate e pertanto anche w_s e w_{n-s+2} sono coniugate. Sommandole e sottraendole si ha:

$$w_s + w_{n-s+2} = 2d_1\alpha_1 + d_2(\alpha_s + \alpha_{n-s+2}) + d_3(\alpha_{2s-1} + \alpha_{n-(2s-1)+2}) + \dots\dots + d_n(\alpha_{n-s+2} + \alpha_s)$$
$$w_s - w_{n-s+2} = d_2(\alpha_s - \alpha_{n-s+2}) + d_3(\alpha_{2s-1} - \alpha_{n-(2s-1)+2}) + \dots\dots + d_n(\alpha_{n-s+2} - \alpha_s).$$

Nella prima relazione le quantità entro parentesi, essendo la somma di due immaginari coniugati, sono reali, e nella seconda sono immaginari puri. Sopprimendo nella seconda relazione il fattore i che compare anche al primo membro poichè le due w che si considerano sono coniugate, si avranno, per ogni coppia di radici coniugate, due composti lineari delle d a coefficienti reali. In tutto si avranno $n-1$ equazioni che aggiunte alla $w_1 = d_1\alpha_1 + d_2\alpha_1 + \ldots + d_n\alpha_1$ daranno il mezzo di ricavare le d. Essendo i coefficienti delle d ed i termini noti delle quantità reali, le d risulteranno tutte reali.

Prendiamo poi in generale:

$$C_s = \frac{1}{n}(m_1\alpha_1 + m_2\alpha_s + m_3\alpha_{2s-1} + m_4\alpha_{3s-2} + \ldots + m_r\alpha_{(s-1)(r-1)+1} + \ldots + m_n\alpha_{n-s+2}$$

Seguendo il ragionamento fatto per le w, risulterà che le quantità m sono tutte reali. Sostituiamo questi valori delle C nella (1). Avremo:

$$X = \sum_{r=1}^{n} m_r X_r$$

dove

$$X_r = \frac{1}{n}(\alpha_1 e^{w_1 x} + \alpha_r e^{w_2 x} + \alpha_{2r-1} e^{w_3 x} + \alpha_{3r-2} e^{w_4 x} + \ldots + \alpha_{(r-1)(s-1)+1} e^{w_s x} + \\ + \ldots + \alpha_{n-r+2} e^{w_n x}). \tag{3}$$

Con queste X formiamo i composti dati dalla formola generica:

$$P_h = \alpha_1 X_1 + \alpha_h X_2 + \alpha_{2h-1} X_3 + \alpha_{3h-2} X_4 + \ldots + \alpha_{(r-1)(h-1)+1} X_r + \ldots + \alpha_{n-h+2} X_n. \tag{4}$$

Sostituiamo alle X i valori dati dalla (3). Avremo:

$$nP_h = \sum_{s=1}^{n} e^{w_s x} \sum_{r=1}^{n} \alpha_{(r-1)(h-1)+1} \alpha_{(r-1)(s-1)+1} = \sum_{s=1}^{n} e^{w_s x} \sum_{r=1}^{n} \alpha_{(r-1)(h+s-2)+1}.$$

Ora

$$\sum_{r=1}^{n} \alpha_{(r-1)(h+s-2)+1} = \sum_{r=1}^{n} \cos\frac{2(r-1)(h+s-2)\pi}{n} + i\sum_{r=1}^{n} \operatorname{sen}\frac{2(r-1)(h+s-2)\pi}{n}.$$

È facile vedere che gli argomenti dei seni e dei coseni sono in progressione aritmetica e che la differenza di due termini consecutivi è $\frac{2(h+s-2)\pi}{n}$. Per le note formole della trigonometria i sommatori sono nulli se $h+s-2$ è differente da zero. Quando invece $h+s-2=0$, la somma dei seni è nulla.

mentre quella dei coseni è uguale ad n. Quindi si ha $P_h = e^{w_s x}$, essendo $s \equiv (2-h)$ mod. n e pertanto:

$$P_1 = e^{w_1 x} \quad P_2 = e^{w_n x} \quad P_3 = e^{w_{n-1} x} \ldots P_h = e^{w_{n-h+2} x} \ldots P_n = e^{w_2 x} \qquad (5)$$

donde:

$$P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \ldots\ldots P_n = e^{(w_1 + w_2 + \ldots + w_n) x}.$$

Ora:

$$\sum_1^n w_s = \sum_{r=1}^n d_r \sum_{s=1}^n \alpha_{(s-1)(r-1)+1} = \sum_{r=1}^n d_r \left\{ \sum_{s=1}^n \cos \frac{2(s-1)(r-1)\pi}{n} + i \sum_{s=1}^n \operatorname{sen} \frac{2(s-1)(r-1)\pi}{n} \right\}.$$

Anche qui si hanno le somme di coseni e di seni i cui argomenti stanno in progressione aritmetica. Esse sono nulle salvo quando $r = 1$ nel qual caso la somma dei seni è nulla mentre quella dei coseni è uguale ad n. Ne segue che $\sum_{s=1}^n w_s = n d_1$ e quindi:

$$P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \ldots P_n = e^{n d_1 x}$$

e se $d_1 = 0$

$$P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \ldots P_n = 1. \qquad (5')$$

Consideriamo ora le coppie delle P i cui indici abbiano per somma $n + 2$. Sia ad es. la coppia $P_h P_{n-h+2}$. Poichè

$$P_h = \alpha_1 X_1 + \alpha_h X_2 + \alpha_{2h-1} X_3 + \alpha_{3h-2} X_4 + \ldots + \alpha_{(r-1)(h-1)+1} X_r + \ldots + \alpha_{n-h+2} X_n$$
$$P_{n-h+2} = \alpha_1 X_1 + \alpha_{n-h+2} X_2 + \alpha_{n-2h+3} X_3 + \alpha_{n-3h+4} X_4 + \ldots + \alpha_{n-(r-1)(h-1)+1} X_r + \ldots + \alpha_h X_n$$

Le α corrispondenti alle stesse X sono coniugate e quindi anche P_h e P_{n-h+2} sono immaginari coniugati, cosicchè il loro prodotto è una funzione reale delle X. Ne segue che il prodotto $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \ldots P_n$ è una funzione reale delle X, non solo, ma è anche una funzione algebrica razionale intera omogenea di esse. È evidente l'analogia delle funzioni X rispetto alle funzioni circolari, il che si verifica anche sotto altri aspetti. Ad esempio, innalzando alla potenza m una qualunque delle (5), supponiamo la $P_h = e^{w_{n-h+2} x}$, si ha:

$$(P_h)^m = e^{w_{n-h+2} m x} = \sum_{r=1}^n \alpha_{(r-1)(h-1)+1} X_r(mx)$$

e quindi:

$$\left(\sum_{r=1}^{n} \alpha_{(r-1)(h-1)+1} X_r\right)^m = \sum_{r=1}^{n} \alpha_{(r-1)(h-1)+1} X_r(mx)$$

relazione che rammenta il teorema di MOIVRE per le funzioni circolari.

2. Ricerchiamo ora l'espressione di $X_r(x+y)$. Si avrà:

$$X_r(x+y) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{n} e^{w_s x}\; e^{w_s y} \,.\, \alpha_{(r-1)(s-1)+1}.$$

Poichè $P_s = e^{w_{n-s+2} x}$, sarà $e^{w_s x} = P_{n-s+2}$: quindi, indicando con Y il valore della funzione X per il valore di y della variabile:

$$e^{w_s x} = \sum_{v=1}^{n} X_v \alpha_{(v-1)(n-s+1)+1} \qquad e^{w_s y} = \sum_{t=1}^{n} Y_t \alpha_{(t-1)(n-s+1)+1}$$

e pertanto:

$$\sum_{s=1}^{n} e^{w_s x}\; e^{w_s y} \alpha_{(r-1)(s-1)+1} = \sum_{s=1}^{n} \alpha_{(r-1)(s-1)+1} \sum_{v,t}^{1\ldots n} X_v Y_t \alpha_{(n-s+1)(v+t-2)+1} =$$

$$= \sum_{s=1}^{n} \sum_{v,t}^{1\ldots n} X_v Y_t \alpha_{(n-s+1)(v+t-2)+(r-1)(s-1)+1} =$$

$$= \sum_{s=1}^{n} \sum_{v,t}^{1\ldots n} X_v Y_t \left(\cos \frac{2(s-1)(r+1-v-t)\pi}{n} + \mathrm{i}\ \mathrm{sen}\ \frac{2(s-1)(r+1-v-t)\pi}{n}\right).$$

Infine:

$$X_r(x+y) = \frac{1}{n} \sum_{v,t}^{1\ldots n} X_v Y_t \sum_{s=1}^{n}\left(\cos \frac{2(s-1)(r+1-v-t)\pi}{n} + \mathrm{i}\,\mathrm{sen}\, \frac{2(s-1)(r+1-v-t)\pi}{n}\right).$$

Ora possono aversi due casi: $r+1-v-t \neq 0$ o $r+1-v-t=0$. Nel primo caso, essendo gli argomenti del coseno e del seno in progressione aritmetica con la differenza tra due termini consecutivi uguale a $\frac{2(r+1-v-t)\pi}{n}$, per le note formole della trigonometria si ha che i sommatori sono nulli: nel

secondo caso il seno è nullo ed il coseno è uguale ad 1, cosicchè si ha:

$$X_r(x+y)=\sum X_v Y_t \tag{6}$$

essendo v e t collegati dalla relazione $v+t\equiv(r+1)$ mod. n.

3. Abbiamo visto (1) che le radici di un'equazione di grado n a tutte radici immaginarie o con una sola radice reale possono mettersi sotto la forma (2). Già dissi nella mia prima Nota come le w possono considerarsi quali elementi di un'algebra avente per unità le α. L'insieme degli n elementi di quest'algebra che si ottengono variando nella (2) la s da 1 ad n forma il gruppo degli elementi da me chiamati *congenei* per significare che essi sono generati dalla stessa equazione.

Ciò premesso, consideriamo l'insieme degli elementi dell'algebra complessa di ordine n e di unità u di cui alla precedente Nota, che si ottiene dall'espressione generica

$$a_1u_1+a_2u_h+a_3u_{2h-1}+a_4u_{3h-2}+\dots\dots+a_ru_{(r-1)(h-1)+1}+\dots\dots+a_nu_{n-h+2} \tag{7}$$

variando h da 1 ad n. Per analogia a quanto ho detto sopra, chiameremo *congenei* gli elementi di questo insieme.

Chiameremo *modulo* di uno qualunque di questi elementi la radice n.ma del valore assoluto del prodotto dei congenei. Data l'analogia formale di questi con la (1), se $d_1=0$, questo prodotto è una funzione algebrica razionale intera omogenea dei numeri reali $a_1a_2a_3a_4\dots a_n$. Indicheremo con ∂ questo modulo.

Consideriamo uno qualunque degli elementi (7), ad es. l'elemento

$$a_1u_1+a_2u_2+a_3u_3+\dots\dots+a_ru_r+\dots\dots+a_nu_n$$

e scriviamolo come segue:

$$\partial\left(\frac{a_1}{\partial}u_1+\frac{a_2}{\partial}u_2+\frac{a_3}{\partial}u_3+\dots\dots+\frac{a_r}{\partial}u_r+\dots\dots+\frac{a_n}{\partial}u_n\right).$$

Dico che potremo porre $\frac{a_1}{\partial}=X_1\quad \frac{a_2}{\partial}=X_2\quad \frac{a_3}{\partial}=X_3\dots\dots$ essendo le X le funzioni (3) quando $d_1=0$. Infatti, ponendo le quantità precedenti nella funzione (5') il cui primo membro è una funzione F delle X intera, omogenea di grado n, essa è soddisfatta perchè si ha:

$$\frac{F(X_1X_2X_3\dots X_n)}{\partial^n}=1.$$

Dunque l' elemento dato può scriversi

$$\partial(X_1u_1 + X_2u_2 + X_3u_3 + \ldots\ldots + X_ru_r + \ldots\ldots + X_nu_n).$$

Riprendiamo le w facendovi $d_1 = 0$. Avremo in generale:

$$w_s = d_2\alpha_s + d_3\alpha_{2s-1} + d_4\alpha_{3s-2} + d_5\alpha_{4s-3} + \ldots\ldots + d_r\alpha_{(s-1)(r-1)+1} + \ldots\ldots + d_n\alpha_{n-s+2}$$

dove le d sono reali e le α sono numeri complessi che potremo porre sotto la forma generale $\alpha_h = p_h + iq_h$. Si avrà così:

$$\begin{aligned} w_s = (d_2p_s + d_3p_{2s-1} + d_4p_{3s-2} + \ldots\ldots + d_rp_{(s-1)(r-1)+1} + \ldots\ldots + d_np_{n-s+2}) + \\ + i(d_2q_s + d_3q_{2s-1} + d_4q_{3s-2} + \ldots\ldots + d_rq_{(s-1)(r-1)+1} + \ldots\ldots + d_nq_{n-s+2}) = \mu_s + i\nu_s. \end{aligned}$$

La funzione X generica potrà pertanto scriversi:

$$X_r = \frac{\alpha_1 e^{\mu_1 x + i\nu_1 x} + \alpha_r e^{\mu_2 x + i\nu_2 x} + \alpha_{2r-1} e^{\mu_3 x + i\nu_3 x} + \ldots\ldots +}{n}$$
$$\frac{+ \alpha_{(r-1)(s-1)+1} e^{\mu_s x + i\nu_s x} + \ldots\ldots + \alpha_{n-r+2} e^{\mu_n x + i\nu_n x}}{n}$$

Notiamo che w_s e w_{n-s+2} sono coniugate, quindi si avranno solo $\frac{n-1}{2}$ quantità μ distinte ed altrettante ν: perciò si avranno in totale $n-1$ delle quantità μx e νx. Chiameremo *argomenti* della funzione X queste $n-1$ quantità.

Concludendo potremo dire che un elemento dell'algebra, invece che dalle quantità $a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_n$, può essere determinato dal modulo ∂ e dagli $n-1$ argomenti μx e νx.

Quest' ultima forma si presta bene al calcolo del prodotto e del quoziente di due elementi. Siano infatti

$$\begin{aligned} &\partial(X_1u_1 + X_2u_2 + X_3u_3 + \ldots\ldots + X_ru_r \ldots\ldots + X_nu_n) \\ &\partial_1(Y_1u_1 + Y_2u_2 + Y_3u_3 + \ldots\ldots + Y_su_s + \ldots\ldots Y_nu_n) \end{aligned}$$

due elementi qualsiasi e facciamone il prodotto. Avremo:

$$\partial\partial_1 \sum_{r,s}^{1\ldots n} X_r Y_s \cdot u_{r+s-1}.$$

Raccogliamo i termini aventi la stessa unità u_m, cioè quelli per i quali $r + s - 1 \equiv m$ (mod. n), ovvero $r + s \equiv (m+1)$ mod. n. Per la (6), quando si verifichino tali condizioni, il sommatorio $\Sigma X_r Y_s$ equivale alla funzione X_m per il

valore $x+y$ della variabile, quindi il prodotto dei due elementi dati è:

$$\partial\partial_1 \{ X_1(x+y)u_1 + X_2(x+y)u_2 + X_3(x+y)u_3 + \ldots + X_m(x+y)u_m + \ldots + X_n(x+y)u_n \}.$$

Si ha dunque che il modulo del prodotto di due elementi è uguale al prodotto dei moduli e gli argomenti di esso sono uguali alla somma degli argomenti corrispondenti dei due fattori.

Riprendiamo la relazione del n. 3 della prima Nota per mezzo della quale prolungammo nel campo complesso l'algebra di unità u: cioè la relazione:

$$a_r = \frac{1}{n} \left\{ b_1\alpha_1 + b_2\alpha_{n-r+2} + b_3\alpha_{2(n-r)+3} + b_4\alpha_{3(n-r)+4} + \ldots\ldots + b_n\alpha_r \right\}.$$

Scriviamo una sotto l'altra le n relazioni che si ottengono dando ad r i valori 1, 2, 3 ... n; moltiplichiamole rispettivamente per $\alpha_1, \alpha_{n-r+2}, \alpha_{2(n-r)+3}, \ldots$ e sommiamo. Eseguiti i calcoli, che omettiamo per brevità, si giungerà alla formola:

$$b_s = a_1\alpha_1 + a_2\alpha_s + a_3\alpha_{2s-1} + a_4\alpha_{3s-2} + \ldots + a_r\alpha_{(s-1)(r-1)+1} + \ldots + a_n\alpha_{n-s+2}. \quad (8)$$

Consideriamo ora il determinante della matrice dell'algebra n-complessa di cui al n. 3 della prima Nota. Esso ha evidentemente il valore $b_1\, b_2\, b_3 \ldots b_n$. Se alle unità α delle (8) sostituiamo le unità u, le b verranno a rappresentare i congenei di un elemento dell'algebra di unità u. Abbiamo visto che il prodotto di questi congenei è indipendente dalle unità dell'algebra e poichè la tabella di moltiplicazione delle u è uguale a quella delle α, il prodotto anzidetto uguaglierà qnello delle (8), cioè il valore del determinante della matrice dell'algebra n-complessa. Potremo dunque dire che il modulo di un elemento dell'algebra di unità u si ottiene prendendo la radice n.ma del valore assoluto del determinante della matrice dell'algebra n-complessa che da quella deriva ed esprimendo le b mediante le (8).

Infine, per un teorema riguardante la trasformazione delle coordinate in un'algebra [1]) essendo questo determinante uguale a quello della matrice dell'algebra di unità u, potremo dire che il modulo di un elemento di quest'ultima è uguale alla radice n.ma del valore assoluto del determinante della sua matrice.

[1]) SCORZA, *Corpi numerici e algebre*, Parte Seconda, Cap. V § 2.

Osservazioni sulla autotomia e la rigenerazione di *Salmacina incrustans* Clap. (Policheti, Serpulidae)

Nota del dott. **Marcello La Greca**, *presentata dal socio corr.* **M. Salfi**

(Adunanza del dì 4 giugno 1946)

Sunto. — Viene brevemente descritta la rigenerazione anteriore e posteriore delle due parti in cui si autotomizza il corpo di *Salmacina incrustans* Clap., per azione di agenti chimici o di un trauma, confrontandone l'andamento con lo sviluppo post-larvale dell'oozoite e lo sviluppo dello schizozoite.

Avendo avuto occasione di osservare in *Salmacina incrustans* Clap. casi di autotomia del corpo e di rigenerazione delle parti in cui l'animale si scinde, comunico in questa breve nota preliminare le fasi e modalità principali dell'andamento del fenomeno, che verrà ampiamente descritto e discusso in un prossimo lavoro.

Ho ottenuto sperimentalmente l'autotomia del corpo di numerosi individui di questa specie sottoponendoli ad azione traumatica o di taluni agenti chimici. Infatti, una colonia di quest'anellide tubicolo posto in acqua di mare col 2 °/₀ di alcool a 90°, dopo alcune ore presenta un gran numero di individui che hanno abbandonato il tubo e di essi, numerosissimi, manifestano una cospicua dilatazione della zona acheta intermedia fra torace ed addome. Molti di questi individui ad un dato momento, per rottura dei tegumenti si liberano di una notevole quantità di globuli arancioni, ammassati nel tubo digerente in corrispondenza della zona acheta e provenienti dal tratto mediano del tubo digerente parzialmente istolizzato. Si verifica pertanto un vero e proprio scoppio dell'animale, quasi sempre fra addome e torace e dal lato dorsale. Successivamente l'istolisi e la lacerazione si estende lateralmente e, in tempo variabile da caso a caso, l'autotomia si completa con il distacco dell'addome dal torace.

Ho ottenuto lo stesso fenomeno, però in un numero inferiore di individui, ponendo una colonia di *Salmacina* in acqua marina col 3,50 °/₀ di $MgSO_4$ oppure in pochi esemplari di un gruppo a cui avevo asportato la corona di tentacoli.

Dalle osservazioni fatte non è improbabile che tale autotomia si verifichi talvolta anche in natura, specialmente in condizioni anormali di vita per la colonia.

Quando i due tronconi in cui l'animale si divide non soggiacciono agli

attacchi di bacteri o protozoi, entrambe le parti sono capaci di rigenerazione.

La rigenerazione posteriore del torace avviene abbastanza facilmente, tanto più se resta ad essa unita ancora parte della zona intermedia: rigenera per primo il pigidio e successivamente, fra questo ed il torace, ad opera di una zona di proliferazione situata immediatamente anteriormente al pigidio, si formano vari segmenti addominali, ma mai segmenti toracici, contrariamente a quanto avviene in *Sabella pavonina* (Berrill, Huxley e Gross). La rigenerazione posteriore segue quindi la stessa via che la formazione dell'addome nello sviluppo post-larvale di questo Serpulide, come indicato da Malaquin.

La ricostituzione dell'animale a partire dall'addome che si è distaccato per autotomia, avviene per rigenerazione anteriore e per « riorganizzazione », secondo il termine introdotto da Huxley e Gross nelle ricerche sulla rigenerazione in *Sabella*, in cui si ha un andamento analogo a quello da me ora riscontrato in *Salmacina*. Ad opera di un blastema anteriore rigenerano la corona di tentacoli, il capo ed i due primi segmenti toracici, detti protoracici; essi sono il segmento del collare con sole setole dorsali e senza tori uncinigeri ed il primo dei segmenti toracici con setole dorsali ed uncini ventrali. La corona di tentacoli, che è la prima a comparire, si presenta sotto forma di due papille digitiformi, sorgenti dal blastema anteriore e ciascuna delle quali successivamente si divide prima in due e poi in quattro, dando così origine ai quattro rami per lato della corona di tentacoli. Nel frattempo si costituiscono i successivi segmenti toracici, metatoracici, non per rigenerazione ma bensì per trasformazione, dai segmenti addominali già esistenti (riorganizzazione). Infatti, questi gradualmente, in senso anteroposteriore, vanno perdendo prima gli uncini, che qui originariamente sono dorsali mentre nel torace sono ventrali, e poi le setole, poste ventralmente (fase degenerativa). Successivamente (fase ricostitutiva) si formano setole dorsali ed uncini ventrali ed i segmenti, già addominali, assumono un aspetto toracoide. Il numero dei segmenti che si riorganizzano è estremamente variabile e può spesso superare il numero di segmenti metatoracici che si possono riscontrare in individui sviluppatisi normalmente dall'uovo o per schizogenesi (le Salmacine possono riprodursi indifferentemente sessualmente o asessualmente). È da notare che l'origine dei segmenti pure negli individui provenienti dalla riproduzione sessuata o da quella asessuata, è dovuta a trasformazione di segmenti addominali in toracici (Malaquin, Faulkner).

In conseguenza di quanto sopra si possono trarre le seguenti conclusioni:

1) L'autotomia di *Salmacina incrustans*, dovuta a particolari agenti chimici e all'asportazione della corona di tentacoli, può essere considerata un'autotomia riproduttiva, data la capacità di rigenerazione delle due parti

in cui si divide l'animale. L'intero fenomeno può essere paragonato alla riproduzione per architomia.

2) Dato il graduale andamento della riorganizzazione si può ammettere l'esistenza di un gradiente assiale fisiologico che si manifesta, non per una diversa intensità con cui avviene il fenomeno nei vari segmenti, ma per la successione nel tempo della trasformazione dei segmenti stessi, in senso antero-posteriore.

3) Dei segmenti del tronco, i segmenti metatoracici rappresentano una fase secondaria e stabile, i segmenti protoracici ed addominali una fase primaria che nei primi ha già raggiunto il suo assetto definitivo mentre i secondi rappresentano uno stato transitorio suscettibile di trasformarsi nella fase stabile. La trasformazione, durante lo sviluppo post-larvale, si arresta quando viene raggiunto l'equilibrio fra i due tipi di segmenti e riprende quando interviene un fattore (quale l'asportazione dei segmenti toracici) a turbare questo equilibrio.

4) Esiste uno stretto parallelismo fra sviluppo post-larvale, sviluppo degli individui prodottisi per schizogenesi e rigenerazione anteriore e posteriore, rispettivamente dell'addome e del torace.

LAVORI CITATI

1. N. J. Berril, *Regeneration in Sabella pavonina and other sabellid worms.* (J. Exp. Zoöl. 58, 1931).

2. N. J. Berril e Doris Mees, *Reorganization and regeneration in Sabella.* (J. Exp. Zoöl. 73, 1936).

3. G. H. Faulkner, *The anatomy and the histology of bud-formation in the Serpulid Filograna implexa together with some cytological observations on the nuclei of the neoblasts.* (J. Linn. Soc. 37, 1930-32).

4. F. Gross e J. S. Huxley, *Regeneration and reorganization in Sabella.* (Arch. Entw. Mech. Organ. 133, 1935).

5. J. S. Huxley e F. Gross, *Regeneration und « Organisatorwirkung » bei Sabella.* (Die Naturwissenschaft, 22, 27, 1934).

6. A. Malaquin, *L'accroissement et les phases sexuelles et asexuelles de Salmacina dysteri* Huxley. (Zool. Anz. 37, 1911).

Istituto di Anatomia Comparata dell' Università.

Le divisioni del Quaternario europeo

Nota del prof. **Federico Sacco**, *presentata dal socio* **G. De Lorenzo**

(Adunanza del dì 4 giugno 1946)

Sunto. — L'A., dopo brevi cenni generali, esamina sinteticamente i depositi marini, fluviali, glaciali e vulcanici del Quaternario europeo, nonchè i rispettivi fossili principali e le distinzioni archeologiche, oltre alla successione degli Ominidi, in tale Era, riassumendo le fatte osservazioni in un quadro sintetico comparativo.

L'era quaternaria, come la più recente della serie geologica, e quindi coi suoi depositi meglio conservati e più accessibili ai nostri studi, parrebbe *a priori*, che dovesse essere la meglio conosciuta. Invece ciò non è, in causa della grande varietà dei suoi terreni, in rapporto con la tanta differenza dei suoi diversi ambienti fisici e biologici, anche vicini, sovente intrecciati e variabili in breve spazio, tanto che le loro comparazioni riescono spesso difficili ed incerte.

Per convincerci di tali incertezze basta consultare i lavori comparativi dei numerosi studiosi del Quaternario, come: De Mortillet (1883-1903), Stella (1895), Depéret (1903-1923), Haug (1907), Penck (1909, ecc.), Taramelli (1910), Biasutti (1905-1921), Kilian (1911), Boule (1888 1923), Wright (1914), Gignoux (1902-1934), Battaglia (1917, ecc.), Blanc (1920-38), Werth (1921), Schaffer (1921), Kaiser (1924, ecc.), Rellini (1926-27), Majet (1926), Obermajer (1908 25), Mochi (1911-28), Osborn (1922-27), Soergel (1925), Bayer (1927), Gortani (1929-38), Wolstedt (1929), Breuil (1930, ecc.), Dubois e Stehlin (1924-30), Gams (1930), Wright (1936), Renngarte (1927), Weinert (1930), Wetters (1937), Vaufrey (1928-31), Cozzaglio (1932-34), Sestini (1930), Capitan (1931), Beck (1933), Vecchi (1933), Simpson (1934), Leonardi (1934), Theobald (1935), Villa (1941), ecc.

Le più o meno gravi differenze nella interpretazione comparativa e nel parallelismo dei depositi quaternari dipendono in parte anche dal fatto che generalmente gli studiosi si occuparono ciascuno di una data formazione (marina o fluviale o glaciale) oppure di determinati fossili (vegetali o molluschi o mammiferi) oppure solo delle industrie umane, ecc.; perciò quando si cerca di parallelizzare i varii elementi così raccolti da diversi studiosi si trovano mancare i dati di collegamento.

Durante il sessantennio in cui percorsi l'Italia, esaminandone specialmente i terreni ed i fossili terziari e quaternari, ebbi spesso occasione di fare tali comparazioni, di cui parmi opportuno di presentare sinteticamente

alcuni risultati, delineando, pel Quaternario, uno schema generale nel quale si potranno poi inquadrare gli studi speciali.

Una prima e notevole incertezza tra gli studiosi si incontra nel separare il Quaternario dal Pliocene, sia marino che continentale. Ricordo su tale proposito che gli studi geologici e paleontologici mi indussero nel 1886 [1], a proporre il nuovo sottopiano *Fossaniano* (a cui credo corrisponda il piano *Calabriano* di Gignoux 1911) per una formazione di mare basso talora salmastra, con frequenti resti di Ostriche, Cardii, Pettini, Littorine, Cerizidi, Balanidi, ecc., ancora di tipo complessivamente pliocenico; età pliocenica che è anche confermata dal fatto che tale formazione trovasi talora a notevoli altitudini (persino sui 1000 m. s. l. m.) e si spinge anche sino al fondo del golfo padano (come nella prov. di Cuneo), mentre le formazioni marine susseguenti son più o meno limitate alle regioni marginali dei continenti ed assai meno elevate. Osservo però che il *Calabriano* è generalmente attribuito invece già al Quaternario.

Anche la formazione continentale del *Villafranchiano* (Pareto 1865), che da molti studiosi (con a capo autorevole l'Haug) è riferita al Quaternario, non dubito debba collocarsi ancora nel Pliocene, come lo indicano i suoi fossili caratteristici (*Mastodon arvernensis*, *Elephas meridionalis*, *Rhinoceros etruscus*, *Equus Stenonis*, ecc.). Tale attribuzione cronologica è basata su varii fatti, così: 1°) trattasi di fauna di tipo caldo, pliocenico, complessivamente ben diversa da quella quaternaria di tipo temperato freddo; 2°) percorrendo la incassata valle della Stura di Cuneo si può materialmente constatare l'intreccio, per ripetute alternanze, dei depositi marino-litoranei dell'*Astiano* superiore con quelli continentali fluvio-lacustri deltoidi del *Villafranchiano*; 3°) si trovano talvolta Anomie, Ostriche e Balanidi dell'*Astiano* appiccicati ad ossa e denti dei sovraccennati Proboscidati, i quali evidentemente vivevano sui delta subalpini ed i cui cadaveri furono poi fluitati e deposti nel vicino mare astigiano. Anche le formazioni analoghe a quelle del tip. *Villafranchiano*, denominate *Saint-Prestiano* (De Lapparent 1883), *Cromeriano* (Mayer 1881), *Arnusiano* (Mayer 1881), *Forestiano* (Geikie 1895), ecc. con resti di *El. meridionalis*, ecc. spesso attribuite al Quaternario, debbono certamente riferirsi al Pliocene superiore, come pure parecchi dei cosidetti *Deckenschotter* del versante settentrionale delle Alpi.

Passiamo ora ad esaminare i terreni veramente quaternari, cominciando da quelli *marini*, i quali però hanno minore sviluppo e minore importanza di quelli anteriori, terziari, trovandosi essi ancora in gran parte sottomare.

Fu il Doderlein che, per il primo, nel 1872, distinse col nome di *Siciliano* una formazione, ben differente dalla *calabriana* in generale, per minore

[1]) F. Sacco, *Le Fossanien* (Bull. Soc. géol. France, 2ª serie, tome XXV, 1886).

elevazione, sviluppo più o meno marginale-costiero (prova che essa non prese parte al primo, grande diastrofismo che aprì l'Era quaternaria) e specialmente per la fauna già assai diversa da quella pliocenica, più vicina all'attuale e con diverse forme (come: *Cyprina islandica, Panopaea norvegica, Mya truncata, Chlamys tigerina, Trichotropis borealis, Buccinum undatum, Chrysodomus sinistrorsus,* ecc.) di tipo nordico, evidentemente penetrate nel Mediterraneo dall'Atlantico settentrionale.

È quindi ben naturale di connettere il *Siciliano* al grande Glacialismo plistocenico, di cui esso è il tipico rappresentante marino, specialmente per i periodi *Mindeliano-Rissiano*, poichè probabilmente l'interglaciale M-R non fu tanto lungo ed importante da influenzare notevolmente la fauna marina di quel periodo; mentre naturalmente invece vi è differenza fra la fauna *siciliana* del Mediterraneo settentrionale e quella del Mediterraneo meridionale, oltre alle tante differenze ambientali, batiali, ecc.

Il susseguente piano, o forse solo sottopiano, *Milazziano* (Depéret 1918), contenente ancora qualche specie atlantica, è meno importante; racchiude *Tapes rhomboides, Venus fasciata, Cancellaria piscatoria, Mytilus galloprovincialis,* ecc., in complesso con forme essenzialmente attuali, di clima piuttosto temperato.

Ma quando giungiamo al seguente ben noto piano *Tirreniano* (Issel 1914) troviamo che esso è ben più importante per il suo sviluppo (vedi la Panchina) e la sua ricca fauna col famoso *Strombus bubonius* (o *mediterraneus*), il *Conus guinaicus*, la *Cardita senegalensis*, il *Mytilus senegalensis*, la *Natica lactea*, ecc. a tipo complessivamente caldo-temperato; fauna la quale ci indica che essa si è sviluppata in un periodo interglaciale, che potrebbe essere il Mindel-Rissiano per la connessione coll'*El. antiquus* (vedi Grotte dei Balzi rossi, ecc.), ma che per i tanti suoi Molluschi viventi potrebbe piuttosto riferirsi all'interglaciale Riss-Wurmiano.

Quanto alla formazione che vien dopo, detta *Monastiriana* (Depéret 1918), essa, di tipo intermedio, ma senza più forme di fauna calda, ha relativamente poca importanza, tanto che alcuni non ne tengono conto, pur rappresentando essa un passaggio delle faune plistoceniche a quelle oloceniche.

Terminata la grande epoca glaciale plistocenica, mentre si andava sempre più ravvicinando la fauna marina a quella attuale, per potervi distinguere alcuni sottopiani dobbiamo portarci nelle regioni nordiche, essenzialmente in quelle baltiche o scandinave, dove le formazioni marine sono indicate col nome complessivo di *Fiandriano* (Rutot e V. d. Broeck 1885, non Mayer 1881); in esso, per mutazioni del suolo ed oscillazioni della massa glaciale in graduale regresso alternate con periodi di arresto, ecc. si può distinguere un piano a *Yoldia* (anche suddivisibile in due), uno (lacustre) ad *Ancylus*, uno a *Littorina* e finalmente uno recente a prevalenza di *Mya*.

Riguardo alla elevazione sul livello marino, i sovraccennati depositi

marini si trovano, generalmente, tanto più alti quanto più sono antichi, in rapporto coi successivi diastrofismi che fecero emergere i continenti. Ma non credo generalmente accettabili quotazioni precise in proposito, come per es. quelle proposte dal Depéret che indica pel *Siciliano* 90-100 m. s. l. m. pel *Milazziano* 50-60 m., pel *Tirreniano* circa 30 m., pel *Monastiriano* 18-20 m., mentre che pel *Fiandriano* si avrebbe solo un'elevazione di meno di 5 metri sul livello marino attuale. Infatti sono troppo grandi le differenze che si verificarono, sia nello spazio sia nel tempo, tra regioni anche vicine riguardo ai rispettivi movimenti orogenici od epirogenici, per fondarvi regole altimetriche generali (basti ricordare i noti piani d'Aspromonte dove i depositi *calabriani* furono sollevati anche oltre 1000 metri e quelli *siciliani* ben sopra i 150 metri); senza parlare dei movimenti eustatici (in rapporto coll'accumulo o lo scioglimento delle masse glaciali sui continenti), che debbono avere variamente influito su tali dati numerici, bensì interessanti, ma che certamente debbono essere assai variabili da luogo a luogo.

Riguardo ai depositi *fluviali* o *fluvio-lacustri*, già si accennò sopra che quelli *villafranchiani* ad *Elephas meridionalis* debbono essere riferiti al Pliocene. Quelli veramente plistocenici antichi sono rappresentati dal cosiddetto *Diluvium*, vasto e potente, più o meno alterato, idrossidato, ferrettizzato, quindi giallo-rossastro, coperto da un ammanto argilloso di *limo* o *lehm*, od argilloso-sabbioso-calcareo di *loess*. Depositi questi ultimi che, rappresentando il tranquillo accumulo della fase finale (fangosa) dei precedenti depositi sabbioso-ghiaiosi-ciottolosi delle fasi diluviali, si ripeterono due o tre o più volte durante il Plistocene, alla fine dei principali periodi fluvio-glaciali (specialmente del *Mindeliano* e del *Rissiano*), fra i cui depositi essi si presentano quindi talora interstratificati, sovra o giustapposti. Ciò si può osservare in profonde sezioni naturali nella parte esterna di alcuni anfiteatri morenici e si potè pure constatare in molte trivellazioni profonde fatte attraverso la potente formazione diluviale della valle padana [1]).

I fossili racchiusi nei depositi diluviali (compresi quelli delle caverne) oltre alle Corbicule, Unionidi, Paludine, ecc. con specie estinte od emigrate sono: nella parte inferiore *Elephas antiquus, Rhinoceros Mercki, Hippopotamus maior* e nella parte superiore (con passaggio fra i due casi) *El. primigenius* o *Mammut* e *Rhinoceros tichorhinus* (essendo scomparso l'Ippopotamo), a cui si aggiunsero, specialmente verso l'alto e nelle caverne, numerosi resti di Cervidi *(Cervus euryceros, C. elaphus)*, Bovidi *(Bos primigenius, Bison priscus)*, Capre, Alci, Stambecchi, Camosci, Marmotte, Arvicole, Lepri, Castori, *Ursus spelaeus, Hyaena spelaea*, Volpi, Lupi, Linci, Leoni, Leopardi, Suini, *Equus caballus*, ecc., nonchè poi anche il *Rangifer*

[1]) F. Sacco, *Geoidrologia dei pozzi profondi della Valle Padana* (1912-22-33).

tarandus, che diventa tanto abbondante da caratterizzare quasi un' « epoca della Renna », forse anche per la sua semidomesticazione.

La flora presentò notevoli differenze specialmente fra i periodi glaciali (con *facies* di steppa o di tundra, oltre a Pini, Betule e Salici) e quelli interglaciali, assai più ricca con estese foreste di alberi d'alto fusto (con Abeti, Pioppi, Querce, Olmi, Tigli, Aceri, Frassini, Alni, Noccioli, Faggi, Carpini, Cornioli, ecc., talora con *Buxus sempervirens, Rhododendron ponticum* ecc.); cioè una flora ben diversa da quella *villafranchiana* a *Taxodium, Sequoia, Myrica, Liquidambar, Cassia,* ecc.

Per terminare l'argomento della flora possiamo qui accennare che dopo il Plistocene, nell'Olocene, essa andò sempre più identificandosi coll'attuale, talora con qualche speciale predominanza, come per esempio dei Querceti, Noccioleti, Abeti ecc. nel Neolitico, dei Faggi e dei Castagneti nell'epoca dei metalli, oltre sempre naturalmente la differenza fra le regioni alpine a Pini, quelle prealpine ad Abeti e quelle delle pianure nei cui stagni prosperarono gli Sfagni delle torbiere.

Nel Plistocene, oltre alle differenze faunistiche fra periodi interglaciali e periodi glaciali, è notevole il graduale passaggio, dal basso all'alto della serie, dalla fauna a tipo caldo temperato (segnata dall'*El. antiquus* collo Ippopotamo) con specie in parte estinte, a quella di tipo temperato-freddo-nordico o alpino (pel susseguente rifugio) con Renne, Stambecchi, Marmotte (e perfino una avifauna boreale rappresentata da Pinguini, *Alca impennis*, ecc.) con specie in gran parte analoghe alle viventi, solo per lo più emigrate verso il nord o sulle Alpi. Nè mancano gli intrecci faunistici.

Quanto ai Molluschi, i cui gusci delicati sono essenzialmente racchiusi nei fini depositi di *loess*, essi sono in gran parte di specie bensì viventi, ma ora spesso in regioni subalpine, cioè relativamente fredde [1]).

Riguardo agli Elefanti è opportuno accennare al fatto che i loro caratteri specifici (fondati specialmente sui molari) sono tanto variabili che non è sempre facile il separare certe varietà di *El. antiquus* da alcune dell'*El. primigenius*, ciò che ci spiega certe indicazioni del primo assai più in alto nella serie stratigrafica di quanto razionalmente sia probabile. Così per es. il molare dell'Elefante trovato in un deposito ghiaioso sottostante a potente *loess* sul fianco meridionale della collina di Torino sopra la borgata Testona e determinato dal Parona [2]) come *El. primigenius*, non è certo riferibile al tipo di tale specie, ma tende verso l'*El. antiquus*, particolarmente verso la var. *Trogontheri*, colla quale però non è identificabile, tanto che parmi opportuno costituirne una var. *taurinensis* (Vedi descrizione e figura in: Zuffardi, *Gli elefanti fossili del Piemonte*, 1912, pag. 180, tav. XII, fig. 7).

[1]) F. Sacco, *I terreni quaternari della Collina di Torino* (1888).

[2]) C. F. Parona, *A proposito dei resti di un elefante (Elephas primigenius) scoperto in un deposito quaternario della Collina di Torino* (1907).

Quanto al *loess* è opportuno ricordare che, mentre esso è generalmente ritenuto di origine eolica e quindi lo si considera come prova di clima arido, secco e ventoso, invece sin dal 1887 scrivendo « *Sur l'origine du loess en Piémont* » e studiando « *I terreni quaternari della collina torinese* » (1888), come anche nel recente lavoro sopra « *Il loess delle colline torinesi* » (1943), basandomi su diversi dati di fatto ho sviluppato il concetto che trattasi prevalentemente di depositi fatti da un tranquillo agente acqueo dopo periodi di piene diluviali e diluvio-glaciali.

Notevole per es. è il fatto (oltre ai ciottoli racchiusi qua e là nel *loess*), specialmente ben osservabile sul fianco meridionale dei Colli torinesi, che il *loess* si presenta in grandi ripiani o terrazzi (resi poi un po' irregolari dall'erosione torrenziale) sviluppantisi, il più alto fra i 400 ed i 350 m. s. l. m., il secondo sui 300 m. in media, il terzo fra i 280 e i 260 m., finchè si giunge al grande bassopiano: indicandoci così di essere stato depositato da una tranquilla fiumana, padana, ritirantesi ed abbassantesi in tre o quattro successivi periodi principali, forse anche in qualche rapporto con movimenti orogenici della collina stessa. Del resto se osserviamo una carta dell'estensione del *loess* in Europa dagli Urali alla Francia vediamo che esso è legato essenzialmente alla vasta regione frontale meridionale della immensa massa glaciale scandinavo-europea, cioè alla grande zona di fusione glacio-fluviale, con fenomeni diluviali e non già eolici.

Prima di lasciare i depositi fluviali plistocenici ricordiamo ancora che il Pareto sin dal 1865, in una importante « *Note sur les subdivisions que l'on pourrait établir dans les terrains tertiaires de l'Appennin septentrional* » (Bull. Soc. Géol. France), propose il nome di *Areneano* (da Arena Po) per questi depositi quaternari, distinguendovi la *facies* ciottolosa del *Diluvium* da quella a grossi blocchi *erratici* delle morene glaciali, nonchè dal deposito superiore argilloso di *lehm* o *loess*.

In detta formazione diluviale il Pareto segnalò resti di *El. primigenius, Bos primigenius, Cervus euriceros, Ursus spelaeus*, ecc., per cui il nome di *Areneano* è ben fondato, solo alquanto comprensivo per modo da corrispondere quasi al *Pleistocene* di Lyell (1839).

Verso il chiudersi dell'epoca plistocenica o diluvio-glaciale le fiumane, che avevano fino allora compiuto generalmente un'opera piuttosto positiva cioè di deposizione, cominciarono a presentare un'azione prevalentemente negativa o di erosione ed incisione, terrazzando i fianchi del loro alveo sempre più ristretto, donde il nome di *Terrazziano* che diedi nel 1886 a questo periodo postglaciale od olocenico. Ne derivarono sui fianchi delle vallate più o meno numerose *terrazze*, che dalle più *alte* (passanti superiormente agli altipiani plistocenici) scendono a gradinata sino alle più *basse* del fondo vallivo attuale.

Alcuni autori, con a capo il Depéret, credettero di aver trovato una

specie di regola circa tali terrazzamenti vallivi, anche in rapporto alle terrazze marine ed ai depositi glaciali, cioè:

Terrazza fluv. di 18-20 m. corrisp. al *Monastiriano* ed al *Wurmiano*
» » » 30-35 » » » *Tirreniano* ed al *Rissiano*
» » » 55-60 » » » *Milazziano* ed al *Mindeliano*
» » » 90-100 » » » *Siciliano* ed al *Gunziano.*

Ma questi rapporti, per quanto attraenti, non credo accettabili in linea generale, anzi in parte contradittorii; basti accennare che si fa corrispondere il *Tirreniano*, a tipica fauna calda, col *Rissiano*, che rappresenta quasi il massimo del glacialismo; e, peggio ancora, si fa corrispondere a piani plistocenici terrazze che furono in gran parte prodotte solo nell'Olocene. Del resto i terrazzamenti sfuggono a regole fisse, essendo straordinariamente variabili, sia con forti differenze tra un fianco e l'altro di una stessa vallata, sia tra le regioni a monte ed a valle pure in uno stesso fiume, sia secondo la natura del terreno, la massa acquea erodente, i periodi di magra o di piena, i movimenti orogenetici varii da luogo a luogo, ecc.

Basta ricordare, circa tali differenze, il fatto che nell'alta valle padana (prov. di Cuneo) i corsi acquei della parte occidentale (Grana, Varaita, Po, ecc.) presentano alvei quasi non terrazzati ed incassati solo di uno o due metri, mentre che i corsi acquei della parte orientale (Stura, Pesio, Tanaro, ecc.) presentano vallate amplissime, incise di oltre 100-150 metri anche con dieci o più ordini di terrazze, come segnalai sin dal 1886 trattando del « *Terrazzamento dei litorali e delle vallate* » e precisai meglio in recenti lavori (con sezioni e carte geologiche) riguardanti i magnifici terrazzamenti della Stura e del Tanaro (1939-1942).

In conclusione, pur notando che nei terrazzamenti fluviali si possono distinguere spesso due o tre ordini di terrazze principali, non pare possansi segnare regole fisse in proposito.

Veniamo ora ad accennare alle divisioni del Quaternario in rapporto col *Glacialismo*, ciò che è relativamente facile, specialmente nella regione degli anfiteatri morenici, data l'imponenza dei relativi depositi, ben osservabili e studiabili anche in dettaglio.

Sono noti a questo proposto gli studi fondamentali di Penck, Brückner e Du Pasquier sopra « i Sistemi glaciali delle Alpi » colla divisione nei piani o periodi *Gunziano, Mindeliano, Rissiano* e *Wurmiano* dell'epoca glaciale (e nei piani, o sottopiani minori, di *Buhl, Gschnitz* e *Daun* del postglaciale), alle quali divisioni corrispondono più o meno quelle proposte nel 1895 dal Geikie in *Scaniano, Saxoniano, Polandiano* o *Poloniano* e *Meklemburgiano*, per l'Europa centro-settentrionale, quelle riferentisi al nord America *(Nebraskian, Kansan, Illinois* o *Jowa, Wisconsin)* e quelli, piuttosto pluviali che glaciali, di *Eburnian, Enderian, Gamblian* e *Makalian*, sino al postglaciale *Nakuran*, per l'Africa, ecc.

Una prima questione si presenta, quella cioè della unicità o molteplicità dell'epoca glaciale.

Riguardo al Glacialismo quaternario è da premettere che, oltre a quelli grandiosi, antichi dell'Arcaico e del Paleozoico (specialmente quello complesso e straordinario dell'*Erciniano*), l'ultimo, denominabile *alpino*, cominciò già a verificarsi saltuariamente in gran parte del Cenozoico, specialmente come è naturale, nelle regioni alpine, come precisai in alcuni recenti lavori [1], notando che ad ogni ripresa del glacialismo (specialmente nei periodi geologici detti *Tongriano, Aquitaniano* ed *Elveziano*) esso presentò tre fasi principali: una iniziale relativamente debole e breve, una intermedia intensa e lunga ed una finale di nuovo debole, ciò che generalmente si osserva pure nei fenomeni sismici e vulcanici.

Un po' analogamente ebbe a comportarsi il Glacialismo quaternario, sia nella vera grande epoca glaciale plistocenica, sia in quella neoglaciale olocenica. Si può quindi dedurre che anche l'epoca glaciale plistocenica fu nel suo complesso unica, salvo oscillazioni più o meno notevoli: tre o quattro principali, e numerose (anche oltre una trentina) minori, secondarie.

Non parmi accettabile l'idea, espressa da vari autori, che ad ogni periodo interglaciale corrispondesse il ritiro del ghiacciaio sin nei suoi alti recessi montani, ritornando poi esso con la sua fronte al punto di prima, dove costruiva così in successivi periodi un anfiteatro morenico. Lo studio di tutti gli anfiteatri morenici italiani mi convinse che trattasi di un fenomeno complessivamente unico, con naturali oscillazioni di vario numero, di varia importanza e di varia durata; talora con forti differenze nelle deposizioni moreniche tra valli anche vicine, come, per esempio, in valle d'Aosta, tra le valli laterali contigue dell'Evancon (o Brusson) e del Lys (o Gressoney), in rapporto a tante cause come: grandezza, forma, esposizione della valle, natura delle rocce, ecc. Notisi inoltre che, se si fossero realmente verificati tanti e tanto grandiosi progressi e regressi, le conche lacustri subalpine avrebbero dovute essere colmate da ripetuti potenti depositi fluviali e glaciali, ciò che si verificò solo in piccola parte.

Seguendo la classica divisione del PENCK troviamo dapprima il *Gunziano*, che deve corrispondere ad una breve, fugace ma notevole espansione glaciale, di cui troviamo talora residui in massi sparsi anche all'esterno degli anfiteatri morenici, quasi per effetto di un primo, impetuoso corso fluvio-glaciale. Cronologicamente potrebbe forse ancora attribuirsi al tramonto del Pliocene, ma secondo l'idea dell'unicità sovraccennata è forse meglio riferire questo primo glacialismo iniziale alla vera aurora del Quaternario, quasi come preludio della grande epoca glaciale plistoc. Fra tutti gli anfiteatri italiani si può osservare bene questa formazione specialmente

---

[1]) F. SACCO, *Il fenomeno diluvio-glaciale nelle Alpi durante l'era terziaria* (1936), e *Il pluvionivografo ed orogenografo cenozoico delle Alpi* (1942).

nel fianco destro dell'anfiteatro del Garda, come precisai trattando del « *Glacialismo atesino* » (1935), con depositi sabbioso-argillosi ferrettizzati e ciottoli striati, in connessione con un conglomerato *ceppoide*, il tutto ben soggiacente alla tipica morena *mindeliana*.

Il *Mindeliano* costituisce la prima grande e potente formazione glaciale del Plistocene ed è rappresentato da depositi ondulati, spesso solo poco elevati, specialmente nella parte periferica, marginale esterna, degli anfiteatri; sono depositi più o meno profondamente alterati, ferrettizzati, tanto che paiono talora passare marginalmente a *Diluvium*, di cui rappresentano quasi la *facies* glaciale. Infatti questa formazione passa inferiormente a depositi fluvio-glaciali più o meno ben stratificati, come si può osservare per es. nella grande scarpata della ripa sinistra del T. Sangone, presso Sangano, sul fianco destro dell'anfiteatro di Rivoli.

Le formazioni *mindeliane* sono spesso parzialmente nascoste (per sovrapposizione o giustapposizione) da quelle rissiane; di rado ne sono ben staccate, come mostra per es. il bell'arco morenico *mindeliano* di Lonato-Calcinate sviluppantesi sul lato destro dell'anfiteatro benacense. Trattasi di un effetto di spostamento della fronte glaciale tra una espansione e l'altra, come osservasi anche in altri anfiteatri, ma meno spiccatamente.

Il *Rissiano* corrisponde, secondo i miei studi, alla massima e più elevata parte degli anfiteatri morenici; è rappresentato da numerosi archi ancora abbastanza ben conservati. Mentre le fasi interglaciali precedenti, cioè la *Gunz mindeliana* e la *Mindel-rissiana*, sono generalmente poco accentuate e quindi probabilmente furono meno lunghe ed importanti di quanto generalmente si creda, invece tra Riss e Wurm si verificò un accentuato fenomeno di interglacialismo, provato sia da un salto orografico anche di oltre 100-200 metri (vedi per es. quello tra il Moncuni ed i laghi di Avigliana nell'anfiteatro di Rivoli, quelle di oltre 300 metri tra la cresta della Serra e l'arco di Bollengo nell'anfiteatro d'Ivrea, ecc.), sia da forte differenza di conservazione, sia spesso da un distacco più o meno notevole tra gli archi *rissiani* e quelli *wurmiani* con formazioni intermedie depresse, spesso lacustri come i laghi di Avigliana, quello d'Azeglio, ecc.

Il *Wurmiano* è rappresentato (secondo i miei studi) da depositi morenici assai meno importanti (almeno negli anfiteatri morenici di cui costituisce la parte interna) dei due precedenti, quindi da poche colline basse, spesso staccate, anche di qualche chilometro, da quelle del *Rissiano*; generalmente in uno stato di conservazione assai buono, con aspetto più o meno fresco, tanto da ricordare talora assai bene le morene storiche delle alte valli.

Il *Wurmiano*, che, secondo le mie ricerche in tutti i depositi glaciali italiani, è meno esteso di quanto è generalmente ritenuto, rappresenta quasi il preludio, per quanto ancora plistocenico, del grande ritiro ed abbassamento glaciale che inizierà l'Olocene. Per comprendere tale fatto è opportuno consultare le carte sintetiche annesse alle diverse monografie che ho

pubblicato sul Glacialismo piemontese (1938), lombardo (1936), atesino (1935) e veneto (1937).

Chiusa col *Wurmiano* la grande vera Epoca glaciale plistocenica, si verificò un imponentissimo lungo periodo, a cui forse non si è ancora data tutta l'importanza che esso ha in tutte le sue varie conseguenze. Cioè tra la lunga importantissima fase glacio-fluviale del Plistocene e quella erosiva-alluviale, terrazziana, dell'Olocene, vi fu una lunga fase, detta di *Aachen* o *Laufen* (causata dal grande [1]) accasciamento continentale che tenne dietro al gigantesco sforzo orogenico del Plistocene), a clima notevolmente migliorato, per cui i ghiacciai, sia della immensa placca nord-europea, sia delle Alpi, rapidamente si ingracilirono, si abbassarono e ritrassero la loro fronte.

Se nella immensa massa glaciale nord-europea la forma e la irregolarità del terreno rendono un po' difficile seguire tale fenomeno che portò alla costituzione di un grande ghiacciaio balteo o scandinavo, invece nelle valli alpine esso è più limitato e quindi più facile a constatare, seguire e precisare, osservando le morene stadiarie depositate dai ghiacciai vallivi in ogni periodo di sosta durante il loro complessivo regresso. Le valli piemontesi di Susa e di Aosta si presentano molto bene a tale precisa constatazione. Infatti il ghiacciaio susino (della Dora Riparia) che nel Plistocene era lungo circa 100 km., nella fase di *Achen* si accorciò di circa la metà, arrestandosi a pressochè 16 km. dalla fronte rissiana, depositando gli archi *buhliani* di Exilles-Salbertrand. Il ghiacciaio balteo della valle d'Aosta, già lungo circa 124 km. nel Plistocene, regredì, nella fase acheniana, pure di circa la metà, cioè di 64 km., deponendo gli archi morenici *buhliani* di Nus-Chambave.

Analogamente si comportarono i ghiacciai minori; così per es. il ghiacciaio brembano, già lungo circa 26 km., si accorciò di 12; il ghiacciaio seriano da 32 si ridusse a circa 15 km., e così via per tanti altri ridottisi di circa la metà nel primo periodo di regresso *acheniano*, ma però con forti varianti secondo la massa glaciale, il manto morenico, l'ampiezza, forma ed esposizione delle rispettive valli, ecc.

Si comprende facilmente quanto questo fenomeno, che assieme al clima migliorato lasciava libere immense regioni (specialmente dell'Europa centrale) prima coperte dal ghiaccio, abbia contribuito al cangiamento delle flore e delle faune, alle loro immigrazioni, espansioni, ecc., comprese quelle dell'uomo che, oltre ad espandersi notevolmente in tutta l'Europa, poteva iniziarvi veramente e rapidamente la propria civiltà, passando così dalla primitiva fase paleolitica preistorica a quella neolitica e poi metallica proto-

[1]) Complesso, successivo, affondamento e restringimento marginale dei Continenti che cagionò pure le gradinate paraclasiche circumcontinentali sottomarine, i fiordi, isolò la Tirrenide, interruppe i primi facili collegamenti italo-africani, malesio-asiatici, aleutinici, produsse l'atollismo del Pacifico, corrispose al disseccamento di Continenti, ecc.

storica, specialmente in quelle regioni che per clima, forma pianeggiante, fertilità di suolo, ecc. meglio si prestavano in ogni modo allo sviluppo umano.

Nella fase *postglaciale* o *neoglaciale* (*Turbariano*, GEIKIE 1895), dopo gli importanti arresti delle fronti glaciali del *Buhliano*, esse regredirono poi ancora (negli ultimi millenni) con altri arresti stadiari varii (distanti pochi chilometri gli uni dagli altri): essenzialmente due principali (oltre a moltissimi secondari) detti *gschnitziani* e *dauniani*; dopo di che i ghiacciai si ritirarono abbastanza rapidamente negli attuali alti recessi alpini, dove non mostrano più che oscillazioni non molto grandi, al più di un km. circa.

Anche per queste oscillazioni storiche la valle d'Aosta ci offre tipici esempi, specialmente per il ghiacciaio del Rutor che per fenomeni diversi ci mostra le sue variazioni dal secolo XIV in poi [1]), finchè giunse a costruire il mirabile Anfiteatrino recente che ci permette di constatarne le oscillazioni dal 1820 ad oggi [2]), prevalentemente in regresso.

In questa fase di regresso neoglaciale, mentre alcune forme come per es. Elefanti, Rinoceronti, ecc. presto scomparvero, altre, come Alci, Renne, ecc., si ritirarono nelle regioni nordiche, altre invece, come Stambecchi, Camosci, Marmotte, ecc., poterono adattarsi a seguire il regresso glaciale nelle regioni alte delle Alpi.

Oltre ai ghiacciai alpini anche quello grande scandinavo boreale, o *balteo*, ebbe analoghi periodi di regresso e di arresto indicati coi nomi di *Dani*, *Gothi* e *Fini* o *Skandi*.

Naturalmente durante i vari periodi glaciali la *linea delle nevi persistenti* dovette pure variare assai ed inoltre essere anche diversa in uno stesso periodo tra le diverse regioni, come oggi si verifica; così mentre attualmente detta linea nivale nelle diverse regioni delle Alpi varia tra 2500 e 3200 m. s. l. m. con una media di circa 2900 m. s. l. m., per i primi periodi glaciali essa poteva oscillare intorno ai 1300-1600 m. s. l. m., nel *Wurmiano* sui 1600-1700, nel *Buhliano* sui 1900-2000 m., nel *Gschnitziano* sui 2100-2200, e nel *Dauniano* sui 2300-2400 m. s. l. m. e più; ma trattasi al riguardo di calcoli alquanto ipotetici e di importanza relativa; però essi ci fanno pensare che durante il Plistocene l'Europa doveva essere per molti mesi coperta da neve e quindi poco atta allo sviluppo degli uomini, ciò che ci spiega la rarità dei resti umani nei depositi di tale epoca, specialmente in Europa.

Quanto ai *depositi vulcanici* del Quaternario, sappiamo bensì che essi, in linea generale, furono estesi e talora anche molto potenti su notevole parte della Terra, in rapporto con la grande attività orogenetica del Plistocene, connessa a sua volta coi grandiosi sollevamenti che causarono il diluvio-glacialismo di quell'epoca; ma non conosciamo ancora precise distin-

---

[1]) Vedi: DE TILLIER, *Histoire Duché d'Aoste* (1738); BARETTI, *Il lago del Rutor* (1889) e SACCO, *Il ghiacciaio ed i laghi del Ruitor* (1917).

[2]) F. SACCO, *L'anfiteatro morenico recente del Rutor* (1934).

zioni cronologiche un po' minute, salvo quelle litologiche senza fossili e quindi non parallelizzabili coi piani indicati in questa nota.

Ricordiamo però, come esempio in generale, che il De Lorenzo nella sua *History of volcanic action in the Flegrean Fields* sin dal 1904 vi distinse: 1°) una zona inferiore pipernoide con conglomerati-brecce, 2°) il tufo giallo, 3°) il tufo grigio subaereo ecc; sulla cui base il Bellini in *Alcune note sui depositi fossiliferi della regione flegrea* nel 1917 attribuì il tufo giallo (colla massima attività d'Ischia, il tufo pipernoide, ecc.) al *Calabriano-Chelleano* ed il tufo grigio (colle formazioni flegree, ecc.) al Neolitico; ma è sperabile che nelle regioni in cui i depositi vulcanici sono fossiliferi o alternati con terreni fossiliferi (come appunto nell'isola d'Ischia ed in altre del Napoletano, nella regione laziale, ecc.) si possa giungere a stabilire dei piani cronologici parallelizzabili con quelli sovraccennati marini, fluviali, ecc. [1]).

Riguardo al Vulcanismo laziale si può delineare la seguente schematica serie, dall'alto in basso:

a) Depositi vulcanici varii (tufo bianco pomiceo poco omogeneo e poco consistente) recenti, dell'*Olocene*;

b) Intervallo *(hiatus)*; forse corrispondente al periodo *acheniano*;

c) Deposito fluvio-lacustre (sabbie e ghiaie) con resti del *Protoanthropus neanderthalensis* e selci di tipo *mousteriano*, con residui della fauna calda precedente (*Elephas antiquus, Rhinoceros Mercki*, ecc.) perchè in regione merid. calda, assieme a *Bos primigenius, Cervus elaphus*, ecc., mentre l'*El. primigenius*, il *Rh. tichorhinus*, ecc. erano già apparsi nelle regioni nordiche. Tale deposito è cronologicamente riferibile al *Prewurmiano* e *Wurmiano* (l. s.);

d) Complessa, potente, serie del materiale vulcanico (Sabbie vulcaniche grigie sciolte, Pozzolanella, Tufo litoide da costruzione *(lapis ruber)*, Pozzolana nera, Tufo litoide giallo, Pozzolana rossa, ecc.); intercalazioni travertinose In strati-lenti intrecciati e ripetuti;

e) Tufi antichi varii (tufo granulare) di colore cinereo, litoide (*cappellaccio* degli Archeologi).

Tutta questa potente serie complessa (*c, d, e*) è riferibile cronologicamente alla grande, vera, *epoca diluvio-glaciale del Plistocene*; corrisponde al grandioso parossismo vulcanico connesso col gigantesco diastrofismo orogenetico che, innalzando le montagne, originò il fenomeno diluvio-glaciale. Tale corrispondenza è provata dal trovarsi fini elementi vulcanici fra i depositi morenici dell'alta Valle Aniene [2]).

---

[1]) Vedi notizie sintetiche in: F. Sacco, *L'Appennino merid.* (1910).

[2]) Quanto alle colate laviche basaltoidi (prevalentemente di Leucite, Leucitofiro, Leucotefrite, ecc.) ben note per l'utilizzazione nella pavimentazione stradale, esse si intercalano più volte ai prodotti piroclastici (tufi, pozzolane, ecc.) della serie vulcanica laziale specialmente attorno ai centri eruttivi, come è precisato

f) Complessa formazione maremmano-lagunare, con *Cardium* (sabbie, ghiaie, argille, *tartaro*, ecc.) riferibile al *Fossaniano*. Forse allora già si iniziò il vulcanismo, preludio di quello grandioso quaternario.

g) Sabbie gialle marine fossilifere dell'*Astiano*.

Venendo ora al delicato argomento della *Cronologia* del Quaternario in misura di anni, per quanto molti geologi, specialmente americani, diano cifre precise, se ne può dubitare mancando ancora l'orologio geologico adatto; quello della disintegrazione uranica o simile è ancora troppo grossolano pel nostro caso.

Partendo dal periodo storico e quindi ben datato si arriva con una certa sicurezza fino al quarto millennio a. C. e per certe grandi civiltà, come l'egiziana, sino al V millennio a. C.; ma giungendo così al Neolitico il concetto di tempo, con significato di anno o anche di secolo, viene a perdere il suo valore. Possiamo pensare, con incertezza però, che il principio del Neoglaciale olocenico possa essere calcolato come corrispondente al XI-XIII? Millennio a. C. Poi troviamo il grande interglaciale *Acheniano* che può aver durato parecchi millenni; così giungiamo al *Wurmiano* verso il XX millennio circa avanti Cristo. Ma quando discendiamo nella serie plistocenica e nella subparallela paleolitica, le indicazioni, fatte da alcuni studiosi, di 500 millenni ed anche più, sembrano alquanto fantastiche e probabilmente esagerate; come anche paiono esagerati i 50-60 millenni indicati per la durata dei periodi interglaciali, tanto più se, come penso, si tratta solo di oscillazioni (calcolabili anche solo a qualche millennio) di un'unica grandiosa Epoca glaciale. È, ad ogni modo, meglio attendere qualche dato un po' sicuro prima di giudicare su tale argomento.

Per dare almeno un'idea di queste cifre cronologiche ricorderò per es. che, secondo vari autori, il *Wurmiano* risalirebbe a 30.000-70.000-100.000 anni fa, il *Rissiano* a 130.000-170.000-220.000, il *Mindeliano* a 150.000-250.000-315.000 anni fa, il *Gunziano* a 370.000-400.000-550.000 anni fa, ed il *Pliocene* sarebbe terminato verso i 500-600 millenni fa. Ma, ripeto, ritengo tali cifre inaccettabili e alquanto esagerate.

Per chiudere quanto riguarda le divisioni proposte sul Quaternario, possiamo accennare ancora a quelle basate sui resti della *Industria umana*.

È certo che gli Ominidi sono già apparsi nel Terziario in qualche speciale regione dell'Asia meridionale con passaggi all'Africa, sorgendo da qualche particolarmente elevato gruppo antropomorfico, che vi è infatti rappresentato da tante diverse forme, specialmente nella serie di Siwalik; forme relativamente rare e sparse, che non lasciarono generalmente residui riconoscibili del loro lungo periodo *eolitico*, finchè non usarono l'inumazione,

---

nella Nota di F. Sacco « *Dati geologici di trivellazione nella Vulsinia e nel Sabatino* » (Boll. S. g. i. — XLIX — 1930).

utilizzando prima soltanto per offesa e difesa le schegge delle pietre, i ciottoli dei torrenti ed i rami degli alberi, come bastoni, senza quindi lasciar resti aventi segno di intenzionalità.

Ma in seguito, all'aprirsi dell'era quaternaria, nell'Europa in via di continentalizzazione, durante il regresso, di 100 km. circa (in direzione complessiva verso il Baltico), dell'immensa, irregolare fronte meridionale della gigantesca calotta glaciale, cominciarono a comparire ed avanzarsi nel lungo periodo *paleolitico*, alcuni Ominidi, i cui resti si trovarono qua e là nelle alluvioni e nei loro rifugi naturali, le caverne: così (nel periodo *Chelleano*) quelli del *Palaeoanthropus heidelbergensis* raccolti nel 1907 a 21 metri di profondità in una cava di sabbia presso Mauer (Germania), dello *Eoanthropus Dawidsoni* pure trovati in una cava di sabbia presso Piltdown (Inghilterra), accennando solo, come extraeuropei, il *Pithecanthropus erectus* di Giava, il *P. rhodensis* dell'Africa meridionale, il *Sinanthropus sinensis* della China ecc.; talora con resti di selci scheggiate, ecc.

Più tardi (intorno al periodo *Wurmiano* l. s.) comparve e si sviluppò estesamente il *Protoanthropus neanderthalensis* o *primigenius*, di cui si raccolsero già molti crani in varie regioni della Francia, della Germania, del Belgio, della Croazia, dell'Italia, dell'Asia, assieme a resti di Mammut, di Rinoceronte ticorino, di Renna, di Iene, ecc., talora anche con forme di tipo meno freddo, nonche cenni della sua industria selciosa di tipo *musteriano* (l. 3.).

Sulla fine dell'epoca glaciale plistocenica e nella lunga fase del grande regresso glaciale dell'*Acheniano*, migliorando rapidamente il clima dell'Europa, vi comparvero finalmente varie razze (Grimaldi, Cro-Magnon, Chancelade, Grenelle; i Baltici accumulatori dei Kjokkenmoedinger, ecc.) di *Homo sapiens*, provenienti sia dal sud (Mediterraneo) con tipi piuttosto dolicocefali melanodermi, sia dall'est (Asia e bacino danubiano) con tipi prevalentemente brachicefali, leucodermi, accompagnati da vari mammiferi (in parte già addomesticati per vario scopo) come, oltre la Renna, Buoi, Pecore, Cavalli, Cani, ecc.; ciò insieme con una notevole coltura agricola e talora persino artistica, oltre a sepolture, strumenti, armi di selce, d'ossa, di corna, ecc., indicandoci svariate immigrazioni, in diversi sensi, di queste genti in cui andava sviluppandosi una primitiva civiltà, non solo pastorale ed agricola, ma anche industriale (colla ceramica e poscia coi metalli), commerciale, ecc., sempre più complicata, svariata e perfezionata, con costumi sempre più raddolciti, linguaggio più complicato, ecc. (Vedi: *Homo medit.*, *H. nord.* e *alpinus*).

In tal modo l'Umanità andò passando nel lungo periodo interglaciale attraverso diversi tipi, dal *miolitico* (o asturiano, mesolitico o protoneolitico ecc.) sino a quello *neolitico* (compreso il *Campiniano*) ed infine a quello dei *metalli*, tanto importante per il progresso della civiltà. La fase metallica si sviluppò (susseguentemente ma con intrecci e lunghi ritardi regionali) con un primitivo uso del *Rame* (periodo *cuprolitico* o *eneolitico*) fin dal VI

mill. a. C. nella antichissima civiltà egiziana e poi nelle asiatiche; poscia, nel IV e III mill. a. C. nelle civiltà cicladiche, minoiche ed elladomiceniche del Mediterraneo (*periodo calcolitico*).

In seguito andò sviluppandosi la civiltà del *Bronzo*, sempre con ritardo di circa un millennio da quelle asiatiche e mediterranee a quelle dell'interno europeo (nordico e subalpino), in cui vivevano ancora gli ultimi cavernicoli, terramaricoli, palafitticoli e capannicoli. Si giunse infine al periodo del *Ferro* (divisibile in: *Hallstatt* o *geometrico* o *protoetrusco* e *La Tène* o *ionicoetrusco*), col quale, sempre con notevole ritardo, dal sud al nord europeo, si entrò nel pieno periodo storico di una vera, alta, Civiltà umana, essenzialmente mediterranea, greco romana, all'aurora del Cristianesimo.

Osservazioni sul Quadro.

È una tavola riassuntiva delle considerazioni fatte nella Nota, quasi un quadro sintetico nel quale furono segnate, oltre alle linee verticali che separano i diversi tipi di depositi, anche alcune linee orizzontali, le quali hanno lo scopo di distinzioni cronologiche complessive per chiarezza, ma in realtà sono alquanto artificiose. Ciò, sia perchè vi sono spesso intrecci e graduali passaggi tra i diversi piani, sia perchè non è ancora sempre possibile il parallelismo fra depositi di origine diversa mancando dati precisi di comparazione. I piani glaciali comprendono i relativi interglaciali.

Tali linee, orizzontali, sono quindi, più che altro, indicative in generale senza pretendere a sincronismi sicuri, tanto più che certi depositi e relativi fossili spesso sono continuativi e si ripetono da un piano all'altro, come si verifica specialmente in parecchi Molluschi, Cervidi, Bovidi, Equidi, ecc. quando si susseguirono oppure si ripeterono più volte nel tempo analoghe condizioni ambientali, climatiche, specialmente per le differenze fra il Sud ed il Nord europeo.

Le distanze fra le linee orizzontali non hanno alcun valore cronologico nel senso della lunghezza di tempo o durata dei singoli piani.

		DEPOSITI MARINI	DEPOSITI FLUVIALI		DEPOSITI GLACIALI alpini		DEPOSITI GLACIALI baltei
OLOCENE (Terrazziano Alluviale)	FLANDRIANO	Piano o zona a *Mya arenaria*	Alluvioni degli alvei attuali		Oscillazioni minori recenti		
		Piano a *Littorina*, *Tapes*, *Dosinia*, ecc.	Alluvioni delle terrazze basse		TURBARIANO	DAUNIANO GSCHNITZIANO BUHLIANO	Fini Gothi Dani
		Piano (lac.) a *Ancylus* Piani o Zone a *Yoldia*	Alluvioni delle terrazze medie		Periodo interglaciale di regresso ACHENIANO (Laufen)		
PLISTOCENE (Areneano Diluvio-glaciale)		MONASTIRIANO a *Tapes rhomboides*, *Venus fasciata*, ecc. TIRRENIANO a *Strombus bubonius*, *Conus guinaicus*, ecc.	*Loess-Limo*, *Diluvium* giovane	Terrazze alte	WURMIANO e Riss.-Wurm.		MECKLEMBURGIANO
		MILAZZIANO e SICILIANO a *Cyprina islandica*, *Panopaea norvegica*, *Buccinum undatum*, *Trichotropis borealis*, ecc.	*Loess-Limo*, *Diluvium* vecchio	Terrazze altissime	RISSIANO e Mind.-Riss.		POLANDIANO
			Loess-Limo, *Diluvium* antico ferrettizzato	Altipiani ferrettizzati	MINDELIANO e Gunz.-Mind.		SANONIANO
			Deckenschott. *Ceppo*		GUNZIANO		SCANIANO
PLIOCENE superiore		FOSSANIANO (CALABRIANO)	VILLAFRANCHIANO (CROMERIANO) ecc. *Alluvioni plioceniche*		Preglaciale		

DEPOSITI VULCANICI LAZIALI [E NAPOLETANI]	FOSSILI PRINCIPALI	DISTINZIONI ARCHEOLOGICHE	M. a. C.	OMINIDI BIMANI
Depositi vulcanici vari recenti [Tufo grigio e formaz. flegree]	Flora e Fauna analoghe alle attuali	Periodo dei METALLI { *Ferro* / *Bronzo* / *Rame* }	I / II / III	Varie razze di *Homo sapiens fossilis*
		NEOLITICO	IV-VI	
		MESOLITICO	VII-X	
(*Hyalus*)	Periodo della Renna coll' *Equus caballus*, ecc.	AZILIANO / MADDALENIANO / SOLUTREANO	XI-XX?	
(verso Sud) Formazione fluvio-lacustre (sabbie, ghiaie) con resti di *Pr. neanderthal.* e residui della fauna calda precedente	(verso Nord) *Elephas primigenius* *Rhinocer. tichorhinus* *Ursus spelaeus* Felini, Jene, Cervidi, ecc.	AURIGNACIANO / MUSTERIANO e LEVALLOISIANO	PALEOLITICO	*Protoanthropus neanderthalensis*
Complessa e potente formazione vulcanica (Tufi, Pozzolane, ecc.) [Tufo giallo]	*Elephas antiquus* *Rhinoceros Mercki* *Hippopot. major* ecc.	ACHEULEANO e CLACTONIANO / CHELLEANO		*Eoanthropus Dawsoni*, *Palaeoanthropus heidelbergensis*
		PRECHELLEANO o PROTOLITICO o EOLITICO		*Pitecantropi*
Tufi antichi varii [Tufi pipernoidi]				
Formazione maremmana (sabbie, argille, ecc.)	*Elephas meridionalis*. *Rhinoceros etruscus* *Equus Stenonis*			

Nuovi Stafilinidi termitofili dell' America meridionale

Nota del socio ordinario **Filippo Silvestri**

(Adunanza del dì 4 giugno 1946)

Sunto. — Continuando la serie delle note sui Termitofili dell' America meridionale, descrivo in questa 12 specie nuove con 4 generi e 1 sottogenere nuovi.

A queste note contenenti descrizioni e notizie sull'ecologia delle relative specie, seguirà una nota comparativa sugli adattamenti di questi insetti viventi colle Termiti.

Gen. *Termitonannus* Wasm.

(Fig. I-VI)

Corpus antice parum postice magis attenuatum, subdepressum capite manifesto tantum occipite sub pronoto obtecto et quam pronotum angustiore, latiore quam longiore, facie valde inclinata ita ut capite prono labri basis obtecta sit, oculis anticis, antennis anticis ad oculorum latus anticum internum aliquantum approximatis, basi in foveam antice apertam margine postico parum elevato insertis, 10-articulatis, articulis 1-2 longiusculis, 3° brevi, 4° inter omnes breviore, articulis 5°-9° gradatim plus minusve latioribus et longioribus, articulo ultimo quam penultimus longiore et foveis polytrichis duabus subclausis (subgen. *Termitonannus* s. str.) vel etiam foveis duabus semiapertis (subgen. *Tetraphilus* nov.) instructo; labrum transverse subrectangulare; mandibulae elongatae simplices vel dextera dente parvo aucta, apice attenuato aliquantum arcuato; maxillae 1^i paris lobo externo quam internus vix breviore vel non, apice setis paucis parvum penicillum formantibus instructo, lobo interno setarum pectine marginali armato, palpo maxillari 4-articulato, articulo 3° quam 2^{us} parum longiore, plus minusve crassiore, articulo ultimo angustiore subulato; labium mento integro, ligula media in processibus duobus crassiusculis producta, palpo 3-articulato, articulo ultimo elongato, subcylindraceo.

Thorax. Pronotum quam caput latius, latius quam longius convexiusculum, sculptura varia; mesoscutellum postice plus minusve late rotundatum, elythris latioribus quam longioribus vel longioribus quam latioribus; alae bene evolutae. Pedes 1^i paris coxa sat longa et lata, femore plus minusve crasso, tibia subcylindracea, setis spiniformibus nonnullis aucta, 4-articulata, 2^i paris coxa brevi et lata, tarso 4-articulato, 3^i paris coxa brevi et

latiore, tarso 5-articulato, praetarso unguibus duobus incisione praebasali affectis tantum constituto.

Abdomen, a segmento 3° ad 7um paratergitis et parasternitis distinctis; segmentum 9um mesotergito elongato longitudinaliter subrectangulari, po-

Fig. I. — *Termitonannus vagans:* 1. animalculum pronum; 2. antenna; 3. eiusdem antennae articulus 9us et 10us; 4. labrum; 5.-6. mandibulae dextera et laeva supinae; 7. maxilla 1i paris; 8. labium; 9. elythra; 10.-11. pes 1i paris et 2i paris a tibia; 12. pes paris 3i a tibiae apice; 13. tarsi apex et praetarsus magis ampliati; 14. urotergitum 8um; 15. urosternum 8um; 16. uritum 9um pronum (figg. varie ampliatae).

stice vix sinuoso, superficie macrochaetis 3+3 plus minusve longis instructo et paratergitis macrochaetis 2.

Species typica: *Termitonannus Schmalzi* Wasm.

Questo genere è da me diviso in due sottogeneri in base al carattere che presenta l'ultimo articolo delle antenne e così distinti:

1. Antennarum articulus ultimus foveis duabus polytrichis subclausis typicis tantum instructus ..... Subgen. *Termitonannus* s. str.

2. Antennarum articulus ultimus foveis duabus polytrichis typicis et foveis semiapertis duabus instructus. Subgen. *Tetraphilus* nov.

Typus *T. brachycerus* Silv.

Il Wasmann descrisse 3 specie di *Termitonannus* (*T. Schmalzi* del Brasile meridionale trovato in nido di *Anoplotermes alri*, *T. Silvestrii* da me raccolto in nidi di *Anoplotermes morio* nei dintorni di S. Catalinas,

Prov. Buenos Aires, e *T. major* da me stesso raccolto in nidi di *Anoplotermes pacifici* in Tacurù Pucù (Paraguay), ma stando alle descrizioni e alle figure da lui date sono da me ritenute tutte distinte dalle specie qui descritte. Trovandosi i tipi di tutte le specie nella collezione del WASMANN io non ho potuto rifarne un minuto esame comparativo colle specie date ora per nuove.

È da notare che eccettuato il *Termitonannus domunculi* le altre 5 specie vivono tutte in nidi di specie del genere *Anoplotermes* e si trovano camminando tra gli operai e le larve o sulle pareti delle gallerie. Per accertare i veri rapporti che esistono tra esse e le Termiti, occorrono osservazioni in nidi artificiali e conoscenza delle loro larve.

Generis Termitonannus specierum hic descriptarum conspectus.

1. Pronotum macrochaetis plus minusve brevibus submarginalibus tantum instructum.

2. Pronotum supra macrochaetis submarginalibus lateralibus et aliis plus minusve numerosis instructum.

3. Pronoti seta 4ª submarginalis quam ceterae longior et pars infera submarginali tota setis brevissimis numerosis instructa ..... *T. microsomatis* Silv.

4. Pronoti seta 4ª submarginalis quam ceterae haud longior, infera.

5. Pronoti parte marginalis infera setis minimis uniseriatis tota instructa. Long. corporis ad mm. 1,95 ..... *T. domunculi* Silv.

6. Pronoti pars infera lateralis setis minimis nonnullis subanticis tantum instructa; long. corporis ad mm. 1,60 ..... *T. proximatus* Silv.

7. Pronotum supra macrochaetis 8 + 8, quarum utrimque 5 laterales, 2 + 2 anticae et 1 + 1 transverse submedianae sublaterales ..... *T. vagans* Silv.

8. Pronotum supra macrochaetis 10 — 10, quarum utrimque 5 laterales submarginales, 3 + 3 longitudinaliter submedianae (anticae, submedianae, posticae), 2 + 2 sublaterales anticae et subalaterales praemedianae .....
T. parvulus Silv.

1. *Termitonannus vagans* sp. n.

(Fig. I)

Corpus rufo-testaceum. Antennae articulis 4° et 5° subaequalibus, 6° quam 5ᵘˢ longiore et crassiore, articulo ultimo quam 3 praecedentes simul sumpti parum breviore; palpi maxillaris articulus 3ᵘˢ quam 2ᵘˢ aliquantum crassiore; palpi labiales longiusculi articulo ultimo quam 2ᵘˢ longiore, cylindraceo.

Pronotum macrochaetis brevibus $8+8$, quarum 5 laterales, submarginales sunt, $2+2$ anticae et $1+1$ submedianae; elythrae parum latiores quam longiores, supra praeter macrochaetas breves 6, setis brevissimis nonnullis anticis externis et 2 posticis submedianis, nec non punctis sparsis impressae. Pedes 1^{i} paris tibia macrochaetis nullis, serie longitudinali setis spiniformibus 6 et 5 apicalibus, 2^{i} paris tibia macrochaeta brevi laterali submediana, setis spiniformibus lateralibus 4 et 6 apicalibus armata, 3^{i} paris tibia macrochaeta laterali praemediana, setis spiniformibus apicalibus 3, tarsi articulo 1^{o} 2^{um} et 3^{um} simul sumptos subaequante.

Abdomen. Tergitum 3^{um} macrochaeta postica sublaterali, tergita $4-7$ praeter macrochaeta dictam, macrochaetis $1+1$ submedianis, tergitum 8^{um} macrochaetis anticis utrimque 1 parastigmaticis et $2+2$ subposticis, tergitum 9^{um} mesotergito quam paratergita aliquantum longiore macrochaetis submedianis $1+1$ et 2 utrimque apicalibus, paratergita macrochaetis 2; sternita $4+7$ praeter setas breviores macrochaetis $1-1$ submedianis et $3+3$ subposticis, urosternitum 8^{um} postice angulatim elongatum, macrochaetis subposticis $2+2$.

Long. corporis mm 2, lat. capitis 0,44, long. antennarum 0,60, lat. pronoti 0,76, long. pedum paris 3^{i} 1,12.

Habitat. Brasilia: Jabaquara et Itapitininga (S. Paulo).

Observatio. Species haec ad *T. Schmalzi* Wasm., cuius exempla typica in St. Catalina (Brasilia) in nidis *Anoplotermitis atri* lecta fuerunt, proxima est, sed exempla in nidis *Anoplotermitis reconditi* a me lecta, antennarum articulo ultimo parum breviore et minus conico saltem distincta est, sed certe exempla typica ad notas ceteras existimanda comparare oportet.

2. *Termitonannus domunculi* sp. n.

(Fig. II)

Corpus castaneum totum, capite supra setis nullis punctis tantum minimis instructo, palpi maxillaris articulo 3^{o} quam 2^{us} aliquantum crassiore, ligula antice parum profunde sinuosa et ad sinus latera parum angulatim producta.

Pronotum convexiusculum c. 1/3 postice quam antice latius, supra punctis minimis sparsis et setis brevibus sublateralibus utrimque 5 instructum; mesoscutellum breve latum postice medium vix angulatum; elythrae paullum latiores quam longiores, angulis antico et postico lateralibus paullum rotundatis, superficie puntis minimis irregulariter dispositis, setis brevissimis lateralibus externis et macrochaetis brevibus sublateralibus externis 3 et 2 minoribus subposticis submedianis. Pedes omnes tibiis macrochaeta laterali externa distali vel proximali instructi, 1^{i} et 2^{i} paris tibiis setis spiniformibus nonnullis submarginalibus externis et 2 apicalibus internis,

3ⁱ paris setis spiniformibus apicalibus internis 2 et 1 preapicali externa, tarsi articulo 1° quam duo sequentes aliquantum longiore.

Abdomen paratergitis et parasternitis tantum setis brevioribus, tergitis 3° ad 4^{um} setis brevioribus gradatim partem posticam versus longioribus numerosis et macrochaeta postica laterali, tergitis 5° et 6° etiam macrochaetis 2 submedianis quam laterales minoribus, tergito 7° macrochaetis submedianis quam 6ⁱ minoribus, tergito 8° macrochaeta antice ad stigma et macrochaetis subposticis 2 + 2, segmento 9° mesotergito profunde diviso utrimque subcylindraceo setis brevioribus et macrochaetis longis 2 apica-

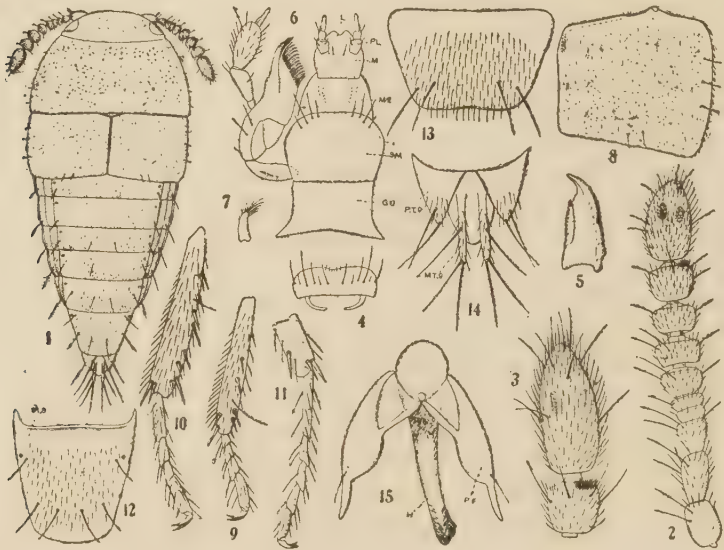



Fig. II. — *Termitonannus domunculi:* 1. animalculum pronum; 2. antenna; 3. eiusdem articuli 9^{us} et 10^{us}; 4. labrum; 5. mandibula laeva subtus inspecta; 6. labium et maxilla Iⁱ paris; 7. maxillae Iⁱ paris lobi externi apex; 8. elythra; 9.-10. pes Iⁱ et 2ⁱ paris a tibia; 11. pes 3ⁱ paris a tibiae apice; 12. urotergitum 8^{um}; 13. urosternum 8^{um}; 14. uritum 9^{um} pronum; 15. penis subtus inspectus (figg. varie ampliatae).

libus et macrochaeta praemediana instructo, paratergitis macrochaetis 2, Sternitum 3^{um} praeter setas breves macrochaeta laterali, sternita 4^{um} ad 8^{um} macrochaetis etiam 1 + 1 submedianis.

Penis aliquantum arcuatus, paraphallis quam penis vix longioribus, parte distali (digitulo) tractu longiusculo multo attenuato, seta basali externa aucta.

Long. corporis mm 1,95, lat. capitis 0,48, long. antennarum 0,40, lat. pronoti 0,80, long. pedum paris 3ⁱ 0,80.

Habitat. Argentina: Saladillo (Prov. Santa Fé); exempla nonnulla José Hubrich in nidis *Cornitermes striatus* legit et Dr. Carlos Bruch mihi misit.

Observatio. Species haec a praecedente antennis brevioribus, pronoto macrochaetis tantum lateralibus, elythris etiam macrochaetis tantum submarginalibus, urotergito 4° macrochaetis submedianis destituto, urosterniti 9^i margine postico subrecto bene distincta est, nec non ligula parum profunde media sinuosa.

Termitonannus proximatus sp. n.

(Fig. III)

Corpus totum flavo-ochraceum.

Caput parum minus quam duplo latius quam longius, supra punctis microscopicis numerosis et nonnullis maioribus impressum, subgenis setis

Fig. III. — *Termitonannus proximatus:* 1. animalculum pronum; 2.-3. caput pronum et supinum; 4. antenna; 5. eiusdem articuli penultimus et ultimus magis ampliati; 6. labrum; 7. pronotum; 8. elythra; 9. pes paris 2^i a tibia; 10. pes paris 3^i a tibia; 11. urosternum 5^um extensum; 12. urotergitum 7^um; 13. urosternum 7^um; 14. urotergitum 8^um; 15. urosternum 8^um; 16. uritum 9^um pronum; 17.-19. penis supra, lateraliter et subtus inspectus (figg. varie ampliatae).

brevibus uniseriatis et 3 brevioribus marginalibus; oculis parvis, antennis articulo 1° quam 2us parum longiore, articulo 3° quam ceteri basi praesertim angustiore, 4um et 5um simul sumptos subaequante, articulis 6° ad 9um gradatim vix longioribus et latioribus, articulo ultimo longitudine 8um et 9um simul sumptos aequante, apice subconico, foveis polytrichis subclausis distalibus, labro parvo fere duplo latiore quam longiore angulis anticis rotundatis supra setis 8 + 8 instructo, quarum 2 + 2 subanticae longiusculae, ceterae breves et breviores.

Pronotum duplo latius quam longius supra minute et sparse punctatum, lateribus a margine postico ad anticum paullum convergentibus utrimque setis brevioribus submarginalibus 5 subaequalibus et subtus setis brevissimis 2-3 sublateralibus subanticis tantum instructo; elythra singula subaeque longa atque lata, sparse punctata setis lateralibus externis 3 brevioribus et posticis 2 brevissimis.

Pedes 1i paris tibia setis spiniformibus 7 externis et calcaribus 2 apicalibus internis robustis, 2i paris tibia ut 1i paris armata, 3i paris tantum seta spiniformi apicali externa et calcaribus, tarsi articulo 1° articulos 2um et 3um simul sumptos vix superante.

Abdomen segmentorum 3i ad 6um macrochaetis robustis parum longis, tergito 7° parum latiore quam longiore macrochaetis transverse submedianis 2 + 2 longiusculis, tergito 8° parum longiore quam ad basim latiore macrochaetis longis subanticis 2 + 2 et subposticis etiam 2 + 2; segmenti 9i mesotergiti et paratergitorum macrochaetis typicis mm. 0,14 longis.

Penis sacculo parce subgloboso, hasta subcylindracea parum arcuata, apice lobulato, paraphallis hastam tractu longo superantibus attenuatis, nudis.

Long. corporis mm 1,60; lat. capitis 0,30; long. antennarum 0.40, pedum paris 3i 0,70.

Habitat. Brasilia: Exemplum descriptum ad Lagoa Santa (Minas Geraes) in nido *Anoplotermes* sp. inter operarios et larvas legi.

Termitonannus (s. str.) *microsomalis* sp. n.

(Fig. IV).

Corpus ferrugineum totum.

Caput fere duplo latius quam longius (semper sine labro), supra poris nonnullis sparsis microscopicis, subgenis setis 2 internis seriei transversae longiusculis, oculis parvis, antennis brevibus, articulis 1° et 2° longitudine subaequalibus, articulo 2° quam 3us fere duplo longiore, articulo 3° quam ceteri basi praesertim angustiore, 4um et 5um simul sumptos aequante, articulo 6° quam 4us et 5us simul sumpti parum breviore et quam iidem parum latiore, articulo 7° 6° subaequali, articulis 8° et 9° subaequalibus et singulo

quam 7^{um} parum longiore et latiore, articulo ultimo articulos 7^{um} ad 9^{um} simul sumptos longitudine superante, foveis polytrichis typicis submedianis.

Pronotum paullum magis quam duplo latius quam longius, lateribus gradatim a margine postico ad anticum paullum convergentibus, setis sub-

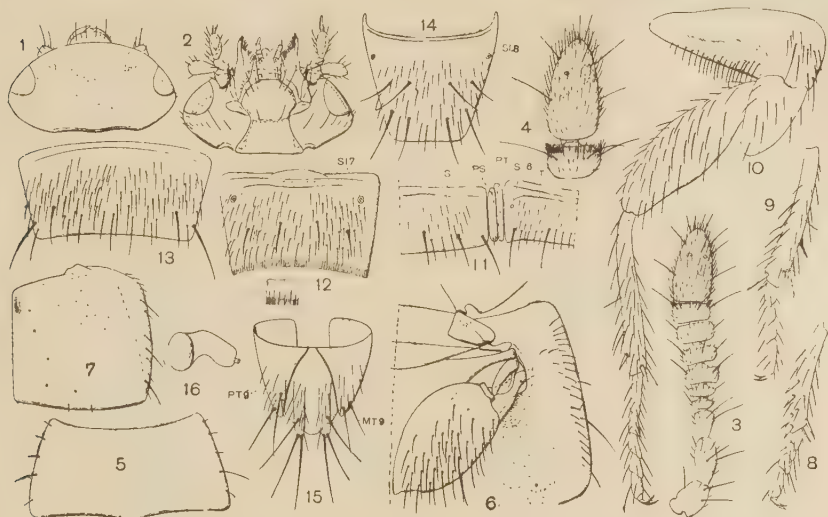



Fig. IV. — *Termitonannus microsomatis:* 1.-2. caput pronum et supinum; 3. antenna; 4. eiusdem articuli penultimus et ultimus; 5. pronotum; 6. prothoracis dimidia pars supina cum jugaliis et pedum 1^i paris coxa; 7. elythra; 8.-9. pes 1^i et 2^i paris a tibia; 10. pes paris 3^i; 11. urotergiti 6^i dimidia pars cum paratergito, parasternito et sterniti dimidia pars; 12. urotergitum 7^{um}; 13. urosternum 7^{um}; 14. urotergitum 8^{um}; 15. uritum 9^{um} pronum; 16. spermatheca (figg. varie ampliatae).

marginalibus superis utrimque 5, quarum 4^a quam ceterae breviores manifeste longior est et setis inferis brevissimis per totum latus; elythra singula paullum latior quam longior, setis lateralibus externis 3 longiusculis et 2 posticis brevissimis.

Pedes 1^i paris tibia setis spiniformibus externis 6 et apicalibus internis (calcaribus) 2, 2^i paris tibia setis spiniformibus externis 5 (an semper?), 3^i paris 1 externa et calcaribus, tarsi articulo 1^o 2^{um} et 3^{um} simul sumptos longitudine aequante.

Abdomen tergitis 3^o ad 6^{um} macrochaetis typicis robustis parum longis, tergito 7^o 1/3 latiore quam longiore macrochaetis 2+2 transverse submedianis brevibus, tergito 8^o parum ad basim latiore quam longiore, macrochaetis subanticis parum longis 2 + 2 et subposticis 2 + 2, segmenti 9^i mesotergito et paratergita macrochaetis typicis mm. 0,10 longis.

Long. corporis mm 1,40; lat. capitis 0,32; long. antennarum 0,34, pedum paris 3^i 0,60.

Habitat. Brasilia: Caçapava (Est. S. Paulo); exemplum descriptum in nido *Nasutitermes microsoma* var. legi inter operarios, larvas et milites.

Observatio. Species haec ad praecedentem perproxima est, sed statura minore, abdominis segmentis 7° et 8° forma et setis inferis praemarginalibus lateralibus pronoti bene distincta est.

Termitonannus parvulus sp. n.

(Fig. V).

Corpus testaceo-castaneum; antennae capitis latitudinem parum superantes articulis 4° et 5° brevissimis, sequentibus 6-9 gradatim parum longioribus, articulo ultimo duplo longiore quam latiore, foveolis polytrichis sub-

Fig. V. — *Termitonannus parvulus:* 1. antenna; 2. eiusdem articuli penultimus et ultimus; 3. mandibula dextera prona; 4. maxilla 1i paris; 5. pronotum; 6. elythra; 7.-9. pes 1i, 2i et 3i paris a tibia; 10. urotergita 7um et 8um; 11. urosternum 8um; 12. uritum 9um pronum; 13. spermatheca (figg. varie ampliatae).

clausis typicis duabus (supera et infera), setis ceteris vide fig. V, 2, palpi maxillaris articulo 3° subelliptico quam 2us duplo crassiore; ligula processibus anticis subconicis longiusculis.

Pronotum convexiusculum punctis minimis sparsis et macrochaetis

brevibus 10 + 10 instructum; elythrae punctis sparsis setis submarginalibus externis brevioribus nonnullis et macrochaetis (singula) 5, quarum 3 laterales externae quam ceterae aliquantum longiores sunt.

Pedes 1^i^ paris coxa macrochaeta brevi, tibiis omnibus macrochaeta externa instructis et 1^i^ paris tibia seta spiniformi preapicali et duabus apicalibus internis (calcaribus), 2^i^ paris setis spiniformibus praeapicalibus 2 et 5 apicalibus et subapicalibus, 3^i^ paris macrochaeta apicali externa et calcaribus internis 2, tarsi articulo 1° 2^um^ aliquantum superante.

Abdomen tergito 3° macrochaetis 1 + 1 lateralibus posticis, tergitis 4° ad 7^um^ setis brevibus modice numerosis et macrochaetis subposticis 2 + 2, tergito 8° macrochaetis transverse submedianis 2 + 2 et 2 + 2 subposticis, segmento 9° mesotergito profunde diviso utrimque setis paucis brevibus et macrochaeta preapicali et macrochaetis duabus apicalibus longis, sternito 3° macrochaeta tantum laterali, sternitis 4 — 7 macrochaetis subposticis 3 + 3 (lateralibus inclusis). sternitum 8^um^ macrochaetis subposticis 2 + 2 et setis brevibus posticis marginalibus.

Long. corporis mm 1,50, lat. capitis 0,31, long. antennarum 0,34, lat. pronoti 0,46, long. pedum paris 3^i^ 0,70.

Habitat. Brasilia: Alto da Serra (S. Paulo); in nido *Anoplotermes ? minimus* exempla nonnulla legi cum termitis ambulantia.

Termitonannus (Tetraphilus) brachycerus sp. n.

(Fig. VI).

Corpus plus minusve pallide testaceum capite, pronoto et elythris subnudis tantum seta nonnulla minima et punctis microscopicis sparsis instructis, oculis parvis, antennis quam capitis latitudo parum brevioribus, articulis 3-4 brevioribus, ceteris gradatim paullum longioribus et latioribus, totis latioribus quam longioribus, articulo ultimo parum longiore quam latiore et longitudine articulos tres praecedentes si contractos superante, utrimque ad medium foveolis semiapertis setis 2-3 brevioribus latiusculi et paullum antice foveolis duabus polytrichis typicis instructo, setis vide fig. VI, 4-6, palpi maxillaris articulo 3° subovali, setis vide fig. VI, 8.

Pedes 1^i^ et 2^i^ paris tibia setis spiniformibus brevibus externis 4 armata et 3 apicalibus (calcaribus inclusis) nec non macrochaeta brevi subdistali vel submediana, 3^i^ paris tibia seta spiniformi apicali externa et calcaribus internis, tarsi articulo 1° duos sequentes longitudine subaequante.

Urotergita 2-5 setis brevioribus subtilibus tantum instructis, urotergitum 6^um^ etiam macrochaeta brevi laterali, urotergita 7^um^ et 8^um^ macrochaetis posticis 2 + 2, segmentum 9^um^ mesotergito setis paucis brevioribus et brevibus, macrochaetis submedianis 1 + 1, postice sat profunde sinuato, ad sinus latera subcylindraceo macrochaetis apicalibus longis 2; urosterna 3-5 prae-

ter setas breves macrochaeta postica laterali sat brevi, urosterna 6^{um} ad 8^{um} etiam macrochaetis 2 sublateralibus instructa.

Long. corporis mm 1,40, lat. capitis 0,32, long. antennarum 0,30, lat. pronoti 0,50, long. pedum paris 3^{i} 0,70.

Habitat. Brasilia: Jabaquara (S. Paulo), exempla nonnulla in nidis *Anoplotermes* sp. legi.

Observatio. Species haec antennarum brevitate et forma et articuli

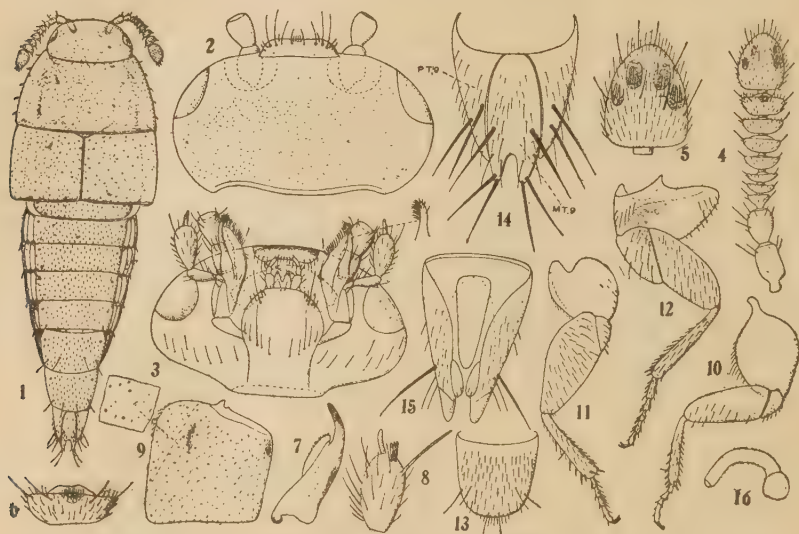



Fig. VI. — *Termitonannus (Tetraphilus) brachycerus:* 1. animalculum pronum; 2.-3. caput pronum et supinum; 4. antenna; 5. eiusdem articulus ultimus; 6. antennae articulus penultimus; 7. mandibula dextera; 8. palpi maxillaris articuli 3^{us} et 4^{us}; 9. elythra; 10.-12. pes 1^{i}, 2^{i} et 3^{i} paris; 13. urosternum 8^{um}; 14.-15. abdominis pars postrema prona et supina; 16. spermatheca (figg. varie ampliatae).

ultimi sensillis, nec non pronoti et elythrarum et abdominis setis facile distinguenda est.

Gen. *Macrotrichurus* nov.

(Fig. VII-VIII)

Corpus forma generi *Termitonannus* simile sed capite minus inclinato, supra inspecto parum latiore quam longiore, macrochaetis duabus submedianis et utrimque duabus postocularibus instructo, oculis parvis lateralibus anticis, antennis anticis supra mandibularum basim in foveam brevem insertis, 10-articulatis articulo 4° inter ceteros breviore, articulo ultimo plus

minusve elongato praeter macrochaetas breves setis brevibus et brevioribus, foveis polytrichis apertis duabus vel fovea una et foveis polytrichis typicis subclausis 2 subellipticis internis, labro subsemielliptico duplo ad basim latiore quam longiore, setis longis 7 + 7 instructo, mandibulis falcatis simplicibus sat longis, maxillis 1^{i} paris eisdem generis *Termitonanni* similibus, labio elongato, mento angusto latiore quam longiore, ligula media elongata triangulari, palpo 3-articulato, articulo 1° longo, 2° brevi, 3° quam 2^{us} lon-

Fig. VII. — *Macrotrichurus brasiliensis:* 1. animalculum pronum; 2.-3. caput pronum et supinum; 4. antenna; 5. eiusdem articuli 3^{us} ad 6^{um}; 6. antennae alterius articuli 3^{us} ad 6^{um}; 7. antennae articuli penultimus et ultimus; 8. labrum; 9. mandibula laeva subtus inspecta; 10. maxillae 1^{i} paris lobi interni apex; 11. maxillae 1^{i} paris lobi externi apex; 12.-13. labium suprà et subtus inspectum; 14. palpi labialis articulus ultimus; 15. elythra; 16.-17. pes 1^{i} et 2^{i} paris a tibia; 18. pes 3^{i} paris a tibiae apice; 19. urotergita 7^{um} et 8^{um}; 20. urosternum 7^{um} cum parasternito; 21. urosternum 8^{um}; 22. uritum 9^{um} pronum (figg. varie ampliatae).

giore et angustiore sensillo mediano vix clavato et setis duabus brevissimis terminato, submento setoso a gula haud separato.

Thorax. Pronotum quam caput fere duplo postice latius, antice aliquantum angustius, macrochaetis brevioribus paucis instructum; mesoscutellum

postice late rotundatum, elythris subaeque longis atque latis, macrochaetis paucis instructis; alae bene evolutae.

Pedes tarsis anticis et mediis 4-articulatis, 3i paris 5 articulatis articulo 1° quam tres sequentes longiore, tibiis 1i e 2i paris setis spiniformibus nonnullis submarginalibus externis et 3-5 apicalibus, nec non macrochaeta 1-2 externis, 3i paris setis spiniformibus apicalibus 3 1, praetarsi unguibus incisione dentiformi praebasali.

Abdomen segmentis 3-7 paratorgitis et parasternitis instructis, tergitis et sternitis setis, nec non macrochaetis nonnullis instructis, segmento 9° mesotergito elongato subrectangulari, apice vix sinuoso, superficie macrochaetis numerosis instructa, paratergitis macrochaetis paucis.

Species typica: *Macrotrichurus brasiliensis* sp. n.

Observatio. Genus hoc a genere *Termitonannus* Wasm., cui valde affine est, capitis forma et macrochaetis, mesotergito 9° macrochaetis numerosis et praesertim ligula triangulari bene distinctum est.

Macrotrichurus brasiliensis sp. n.

(Fig. VII)

Corpus castaneo-testaceum, capite macrochaetis submedianis longis nigris, macrochaetis postocularibus aliquantum minoribus, antennis articulo 4° inter ceteros breviore, articulo 5° quam 4us fere duplo longiore et aliquantum latiore, articulis 6-9 gradatim parum longioribus, articulo ultimo subaeque longo atque lato, parum minus quam duplo longiore quam latiore, quam articulus 9us fere 1/3 longiore foveis polytrichis duabus apertis superficialibus praemedianis instructis et foveis polytrichis subclausis internis subellipticis 2 instructo, setis ceteris vide fig. VII, palpi maxillaris articulo 3° quam 2us parum longiore et paullum crassiore, setis et palpi labialis forma vide fig. VII.

Pronotum convexiusculum praeter macrochaetas breves 11 + 11 nudum; elythrae setis brevissimis marginalibus et submarginalibus externis et macrochaetis 14 parum longis, quarum 3 marginales, 1 submarginales sunt.

Pedes 2i et 3i paris macrochaeta externa tibialis instructis, setis ceteris vide fig. VII.

Abdomen tergitis 3-8 setis brevioribus sat numerosis et macrochaetis subposticis 3 + 3 instructis, parasternitis macrochaeta submediana, segmento 9° mesotergito subrectangulari apice paullum sinuoso superficie supera macrochaetis longis c. 20-25 aucto, parasternitis macrochaetis 1, sternitis 3 6 macrochaetis submedianis 1 + 1 (anomaliter 2-1) et macrochaetis subposticis 6 6, sternito 7° macrochaetis submedianis 1 + 1 et 4 + 4 subposticis, urosternito 8° postice late rotundato margine mediano setis brevioribus 8-10 superficie macrochaetis subposticis 3 + 3 et 2 + 2 instructo.

Long. corporis mm 2.20, lat. capitis 0.40, long. antennarum 0.70, lat. pronoti 0.70, long. pedum paris 3[i] 1.25.

Habitat. Brasilia: exempla typica ad Jabaquara (S. Paulo) in nidis *Anoplotermes pacificus* var. legi, exempla alia ad Aguafunda (prope Jabaquara) in nido eiusdem speciei *Anoplotermitis* et exemplum unum Jabaquara in nido *Orthognathotermes* sp. inter operarios et larvas legi.

Macrotrichurus notabilis sp. n.

(Fig. VIII)

Corpus castaneum totum; antennae articulo 4° breviore, articulis 3-9 gradatim longioribus, articulo penultimo parum longiore quam latiore, arti-

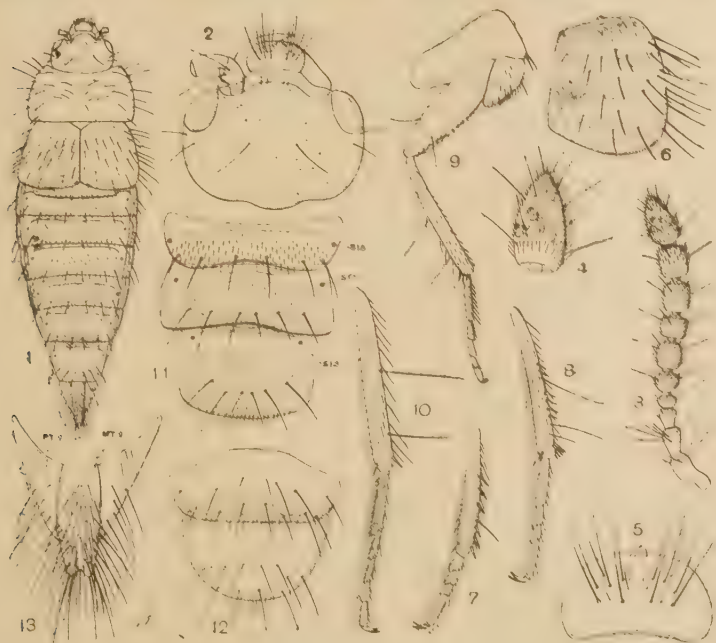



Fig. VIII. — *Macrotrichurus notabilis:* 1. animalculum pronum; 2. caput pronum; 3. antenna; 4. eiusdem articulus ultimus; 5. labrum; 6. elythra; 7.-8. pes 1[i] et 2[i] paris; 9. pes 3[i] paris; 10 eiusdem tibia, tarsus et praetarsus magis ampliati; 11. urotergita 6[um] ad 8[um]; 12. urosterna 7[um] et 8[um]; 13. uritum 9[um] pronum (figg. varie ampliatae).

culo ultimo ovali parum minus quam duplo longiore quam latiore, fovea submediana laterali interna foveola setis numerosis brevioribus latiusculis aucta, nec non foveolis internis 2 subellipticis setis latiusculis etiam auctis

instructis, setis ceteris vide fig. VIII, 3-4; palpus maxillaris articulo 3° subcylindraceo.

Pronotum punctis minimis sparsis et macrochaetis sat longis 20 + 20 instructum; elythrae punctis minimis et macrochaetis longis, lateralibus externis longioribus (singula) 28 instructae.

Pedes 1i paris coxa et tibia macrochaeta singula instructis, 2i paris trochantere macrochaeta 1, femore macrochaeta basali et 2 distalibus, tibia macrochaetis 2, setis spiniformibus nonnullis externis et 6 apicalibus, 3i paris trochantere macrochaeta 1, femore macrochaetis 2 distalibus, tibia macrochaetis longis 2 et spinis apicalibus 3, tarsi articulo 1° longitudine tres sequentes simul sumptos subaequante.

Abdomen tergitis 3-8 setis brevioribus et brevibus sat numerosis et macrochaetis posticis 3 + 3 instructis, tergito 9° macrochaetis c. 50 longioribus et parte distali subtilioribus, parasternitis macrochaetis duabus, sternito 3° macrochaetis utrimque 5 lateralibus et 3 medianis et submedianis, sternita 4°-8° macrochaetis transversis biseriatis (serie singula c. 11 in sternitis anticis et minus numerosis in sternitis 7° et 8°).

Long. corporis mm 3,60, lat. capitis 0,41, long. antennarum 0,80, lat. pronoti 0,82, long. pedum paris 3i 1,50.

Habitat. Brasilia: Tabalão in nido *Anoplotermes ? pacificus* exemplum typicum legi.

Observatio. Species haec antennarum forma et eiusdem articuli ultimi sensillis et praesertim pronoti, elythrarum, abdominis macrochaetis facillime distinguenda est.

Gen. *Eunannodes* nov.

(Fig. IX)

Corpus forma generis *Termitonannus* Wasm. simile. Caput latius quam longius (labro excluso) superficie praeter setas breviores macrochaetis 4 (2 submedianis et 2 adocularibus), oculis parvis subanticis lateralibus, antennis anticis ab oculorum margine antico interno insertione parum remotis 9-articulatis, articulo 1° quam ceteri singuli breviore, 9° longiore, labro transverso angulis anticis rotundatis supra setis 6 + 6 instructo, mandibulis apice attenuato parum arcuato, dente praeapicali armatis et lamina margine vix laciniato acutis, maxillis 1i paris lobis longitudine subaequalibus, lobo externo apice brevissime laciniato et setis parum arcuatis paucis quarum nonnulla apice brevissime ramoso aucto, lobo interno pectine marginali interno setarum robustarum c. 15 instructo, palpo maxillari 4-articulato articulo 3 quam 2us longiore et crassiore, articulo 1° longo subulato, labio eisdem *Termitonanni* simili.

Thorax. Pronotum capitis partem posticam verticis obtegens, antice

quam postice angustius setis brevibus et macrochaetis nonnullis instructum mesoscutellum postice late rotundatum; elytris parum latioribus quam longioribus angulo antico late rotundatis, sculptura pronoto similibus; alae bene evolutae.

Pedes 1^{i} paris coxa elongata, tibia macrochaeta externa distali 1, setis spiniformibus (praeapicalibus 3, apicalibus 3, tarso 4-articulato, 2^{i} paris coxa brevi, tibia macrochaetis externis 3 setis spiniformibus apicalibus 2, tarso 4-articulato, 3^{i} paris macrochaetis externis 4, setis spiniformibus apicalibus 2, tarso 5-articulato, articulo 1° tres sequentes simul sumptos longitudine subaequante, praetarso unguibus simplicibus instructo. Abdomen segmentis 3-7 paratergitis et parasternitis instructis, tergitis et sternitis 3-8 setis et macrochaetis nonnullis, tergito 9° mesotergito latiusculo postice sat profunde sinuato, utrimque macrochaetis submedianis 2 et macrochaetis longis apicalibus 2, cetera superficie setis brevibus instructa, paratergitis macrochaetis 5.

Species tipica: *Eunannodes reconditi* sp. n.

Observatio. Genus hoc generi *Termitonannus* Wasm. proximum est, sed antennis 9-articulatis facile distinguenda est.

Eunannodes reconditi sp. n.

(Fig. IX)

Corpus pallide castaneum; antennae et thorax setis vide generis descriptionem et figuras.

Abdomen: tergitum 3^{um} macrochaetis 2 lateralibus posticis, tergita 4-7 setis brevibus sat numerosis et macrochaetis longis subposticis 2 + 2, tergitum 8^{um} macrochaetis longis 8 in seriebus transversis duabus (submediana et subpostica) dispositis; tergitum 9^{um} mesotergito parte basali setis numerosis brevibus, postice sat profunde sinuoso, processibus lateralibus macrochaetis apicalibus 2 instructis et macrochaetis aliis longis 2, paratergito singulo macrochaetis 6; sternita 3-8 macrochaetis 4 + 4.

Long. corporis mm 2,10, lat. capitis 0,40, long. antennarum 0,70, lat. pronoti 0,80, long. pedum paris 3^{i} 1,10.

Habitat. Brasilia: Jabaquara (S. Paulo) in nido *Anoplotermes* sp. exemplum typicum legi.

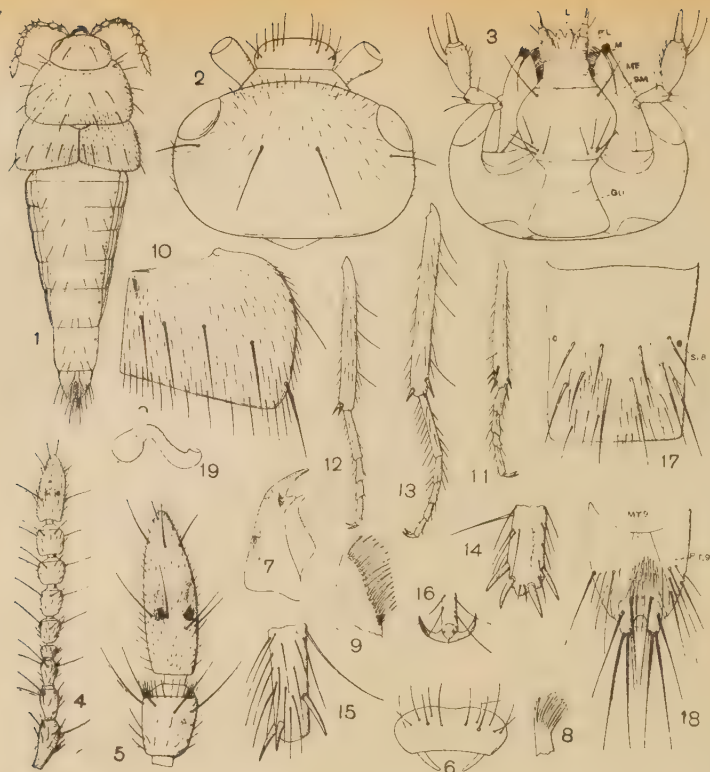



Fig. IX. — *Eunannodes reconditi:* 1. animalculum pronum; 2.-3. caput pronum et supinum; 4. antenna; 5. eiusdem antennae articuli penultimus et ultimus magis ampliati; 6. labrum; 7. mandibula laeva; 8. maxillae 1ⁱ paris lobi interni apex; 9. maxillae 1ⁱ paris lobi externi apex; 10. elithra; 11.-13. pes 1ⁱ, 2ⁱ et 3ⁱ paris a tibia; 14. 1ⁱ paris tibiae pars apicalis a facie interna inspecta; 15. 3ⁱ paris tibiae pars apicalis a facie externa inspecta; 16. 3ⁱ paris tarsi apex et praetarsus supra inspecti; 17. urotergitum 8ᵘᵐ; 18. uritum 9ᵘᵐ supra inspectum; 19. spermatheca (figg. varie ampliatae).

Gen. *Nannellus* nov.

(Fig. X)

Corpus elongatum antice parum, postice magis attenuatum.

Caput aliquantum latius quam longius, lateribus late rotundatis, superficie supera setis numerosis brevibus et macrochaetis submedianis 1 + 1 et adocularibus utrimque 1 sat longis instructum, oculis anticis lateralibus,

haud prominentibus, nudis, antennis anticis, submedianis-sublateralibus, 10-articulatis, articulo 1° brevi quam 2us aliquantum longiore, articulo 2° quam 3us et 4us simul sumpti parum breviore, articulo 4° inter ceteros breviore, articulo 5° quam 4us aliquantum longiore, articulis 6° ad 9um gradatim paullum longioribus et paullum latioribus, articulo ultimo elongato, subovali, quam 9us fere duplo longiore, foveis polytrichis 2 distalibus, labro duplo latiore quam in medio longiore, setis 10 + 10, quarum 1 + 1 sublate-

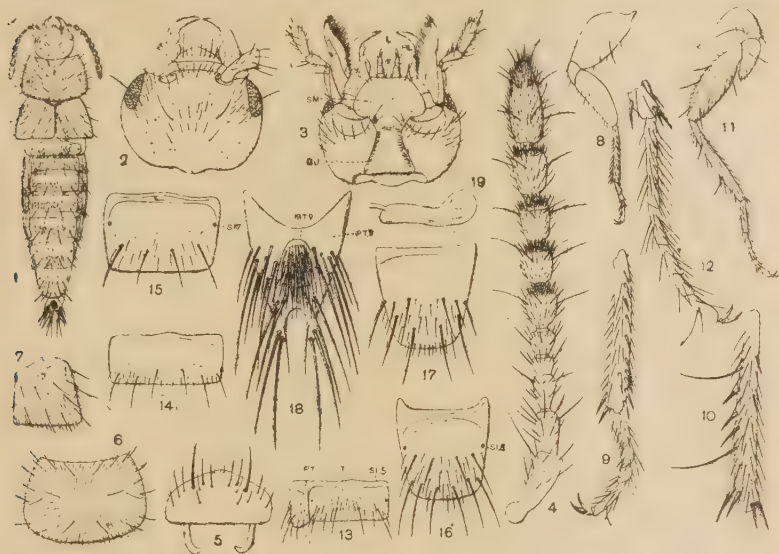



Fig. X. — *Nannellus anoplotermitis:* 1. animalculum pronum; 2.-3. caput pronum et supinum; 4. antenna; 5. labrum; 6. pronotum; 7. elythra; 8. pes 1i paris; 9. pes 1i paris a tibia magis ampliatus; 10. pedis 2i paris tibia; 11. pes 3i paris; 12. pes 3i paris a tibia magis ampliatus; 13. urotergitum 5um cum paratergito; 14. urosterni 5i pars ventralis (parte laterali exclusa); 15. urotergitum 7um; 16. urotergitum 8um; 17. urosternum 8um; 18. uritum 9um pronum; 19. spermatheca (figg. varie ampliatae).

rales longiusculae, ceterae breves et breviores, mandibulis elongatis, capitis dimidiam longitudinem superantes, parte apicali introrsum directa, arcuata, attenuata acuta, prostheca bene evoluta, maxillis 1i paris lobo externo quam internus paullum longiore setis brevibus nonnullis apicalibus arcuatis instructo, lobo interno margine interno distali setis robustis 11 et setis aliis proximalibus instructo, palpo 4-articulato articulo 3° quam 2us parum longiore et crassiore, articulo ultimo longiusculo conico angustiore, labii palpo 3-articulato, brevi, articulis longitudine subaequalibus, latitudine gradatim a primo angustioribus, ligula antice profunde incisa, submento lato trapezoidali antice utrimque seta parum longa et setis 2 brevioribus instructo.

Thorax. Pronotum quam caput parum minus quam duplo longius, antice paullum sinuatum lateribus vix convexis, dorso convexiusculo setis numerosis brevioribus et macrochaetis brevibus, marginalibus et transverse 3 seriatis 11+11 aucto; mesoscutellum postice late rotundatum, elythra singula parum longior quam postice latior, supra setis numerosis brevioribus et macrochaetis brevibus 11 instructa.

Pedes 1^i et 2^i paris tarso 4-et 3^i paris 5-articulato et omnes praetarso unguibus simplicibus, 1^i paris tibia serie laterali antica setarum spiniformium 10 et calcaribus robustis, 2^i paris setis spiniformibus marginalibus submedianis externis 3, nec non 2 apicalibus internis, cyrtotrichis externis 2 longis; 3^i paris tibia praeter calcaria 2 apicalia interna, seta spiniformi praepicali externa, tarsi articulo 1° tres sequentes longitudine aequante.

Abdomen tergito 2° setis tantum instructo, tergita 3^{um} ad 6^{um} setis brevibus parum numerosis et macrochaetis subposticis 2+2 longiusculis, paratergitis latiusculis setis brevioribus nonnullis instructis, parasternitis a sternitis haud separatis, sternitis setis paucis brevioribus, macrochaeta laterali subpostica, macrochaeta subpostica sublaterali brevi et macrochaetis posticis 1+4, quarum submedianae quam ceterae aliquantum minores sunt; tergitum 7^{um} antice fovea perparva mediana postice sinuata, macrochaetis subposticis 2+2 et setis brevioribus parum numerosis, tergitum 8^{um} macrochaetis longis 2+2 transverse submedianis, 3+3 subposticis; sternitum 8^{um} macrochaetis transverse submedianis 3+3, subposticis 2+2; segmentum 9^{um} mesotergito postice profunde sinuato utrimque in processum breviorem subcylindraceum producto, macrochaetis 2 longis apicalibus instructo, superficie cetera a basi setis brevioribus sat robustis, numerosis et macrochaetis subposticis longis 2+2, paratergitis macrochaetis 6.

Mas ignotus.

Typus: *Nannellus anoplotermitis* sp. n.

Observatio. Genus hoc ad *Termitonannus* Wasm. proximum sed uriti 9^i armatura et antennarum forma distinguendum est.

Nannellus anoplotermitis sp. n.

(Fig. X)

Corpus totum ochraceum, notis ceteris vide generis descriptionem et figuras.

Long. corporis mm. 2,60; lat. capitis 0,32; long. antennarum 0,60, pedum paris 3^i 1,15.

Habitat. Brasilia: Lagoa Santa (Minas Geraes), exemplum descriptum in nido *Anoplotermes* sp. inter operarios legi.

Gen. *Macrognathellus* nov.

(Fig. XI)

Corpus forma generi *Perinthus* Wasm. simile; caput manifestum verticis parte postica tantum a pronoto obtecta, aliquantum latius cum oculis quam longius, oculis sat magnis lateralibus anticis, antennis insertione sublaterali antica, longiusculis subcylindraceis, 11-articulatis, articulo 1° quam 2^{us} longiore, 3° quam 2^{us} longiore, articulis a 3° gradatim parum cras-

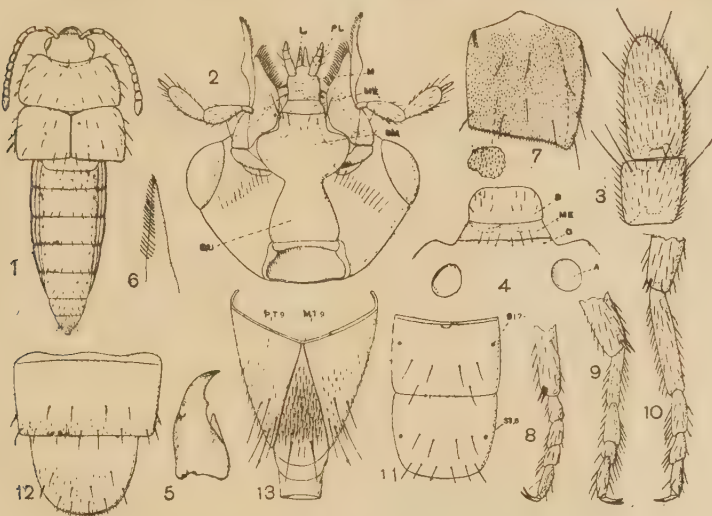



Fig. XI. — *Macrognathellus paraguayensis:* 1. animalculum pronum; 2. caput supinum; 3. antennae articuli penultimus et ultimus; 4. capitis pars antica prona; 5. mandibula laeva prona; 6. maxillae 1^{i} paris lobi externi apex; 7. elythra; 8.-10. pes 1^{i}, 2^{i} et 3^{i} paris a tibiae apice; 11. urita 7^{um} et 8^{um}; 12. urosternita 7^{um} et 8^{um}; 13. uritum 9^{um} pronum (figg. varie ampliate).

sioribus, basi campanulata ad apicem pedunculo angustiore ad articulum praecedentem recipiendum, articulo ultimo elongato quam praecedens longiore praeter setas et macrochaetas foveolis duabus (dorsuali et ventrali) subconicis setis internis auctis instructo, labro duplo latiore quam longiore angulis anticis late rotundatis, setis brevioribus nonnullis instructo, mandibulis apice attenuato aliquantum arcuato, margine preapicali dente perparvo affecto, maxillis 1^{i} paris lobo externo quam internus tractu longo longiore, attenuato, margine interno distali vix laciniato, lobo interno margine interno pectine setarum ultra 20 instructo, palpo maxillari 4-articulato, articulo 3° quam 2^{us} vix longiore, haud crassiore, articulo ultimo brevi, angustiore subulato, labio mento integro, ligula processibus duobus medianis subconicis

longiusculis, palpo 3-articulato, articulo 1° longo 2° et 3° brevioribus gradatim angustioribus.

Thorax. Pronotum duplo latius quam longius, quam caput latius, antice paullum sinuosum lateribus late rotundatis et parum divergentibus, supra convexiusculum setis et macrochaetis nonnullis instructum; mesoscutellum postice late rotundatum, elythris subaeque longis atque latis sculptura pronoto similibus; alae bene evolutae.

Pedes omnes tarso 4-articulato, 3ⁱ paris articulo ultimo longitudine sequentes simul sumptos aequante, tibiis setis spiniformibus apicalibus (calcaribus) 2 et 3ⁱ paris etiam macrochaetis.

Abdomen segmentis 3-7 paratergitis et parasternitis angustis instructis, tergitis et sternitis setis et macrochaetis nonnullis instructis, tergito 7° fovea antica mediana parva affecto, segmento 9° mesotergito quam paratergita paullum longiore obtriangulari, margine postico late rotundato superficie setis brevibus numerosis instructa nec non macrochaetis duabus subposticis, paratergitis macrochaetis 5.

Species typica: *Macrognathellus paraguayensis* sp. n.

Observatio. Genus hoc ad genus *Perinthus* Casey proximum est, sed maxillae primi paris lobi externi forma praesertim distinctum est.

Macrognathellus paraguayensis sp. n.

(Fig. XI)

Corpus testaceum totum; caput supra setis minimis numerosis; antennae longae quam capitis latitudo duplo longiores, parum incrassatae articulo ultimo quam penultimus fere duplo longiore.

Pronotum setis et punctis minimis numerosis et macrochaetis brevibus 11 + 11; elythrae etiam punctis et setis minimis nec non singula macrochaetis 10.

Pedes 2ⁱ paris tibiis macrochaetis externis duabus instructis et calcaribus spiniformibus parvis apicalibus 2 ut pedes ceteri.

Abdomen tergitis 2-6 setis brevissimis et punctis sat numerosis et macrochaetis posticis brevibus 3+3, tergito 7° macrochaetis subposticis 2+2 et posticis sublateralibus 1+1, tergito 8° macrochaetis submedianis 2+2 et posticis 3+3, segmento 9° mesotergito obtriangulari margine postico late rotundato, superficie setis brevibus vestita et macrochaetis brevibus 2 subposticis, paratergitis macrochaetis brevibus 5, parasternitis macrochaeta brevi, sternitis 3° et 4°, praeter setas et punctos ut tergita, macrochaetis posticis brevibus 7+7, sternitis 5° ad 7ᵘᵐ macrochaetis subposticis 3+3 et posticis 4+4, sternito 8° postice rotundato superficie macrochaetis subposticis 2+2 et 3+3 subposticis.

Long. corporis mm. 2,20, lat. capitis 0,34, long. antennarum 0,74, lat. pronoti 0,68, long. pedum paris 3ⁱ 1.

Habitat. Paraguay: exemplum typicum ad Sapucai in nido *Nasutitermes* sp. legi.

Gen. *Termitonicus* Mann

(Fig. XII)

Corpus antice et postice aliquantum attenuatum subdepressum, capite manifesto quam pronotum angustiore; mesothorax cum elythris quam pronotum latior. Caput parvum, parum latius quam longius (labro excluso),

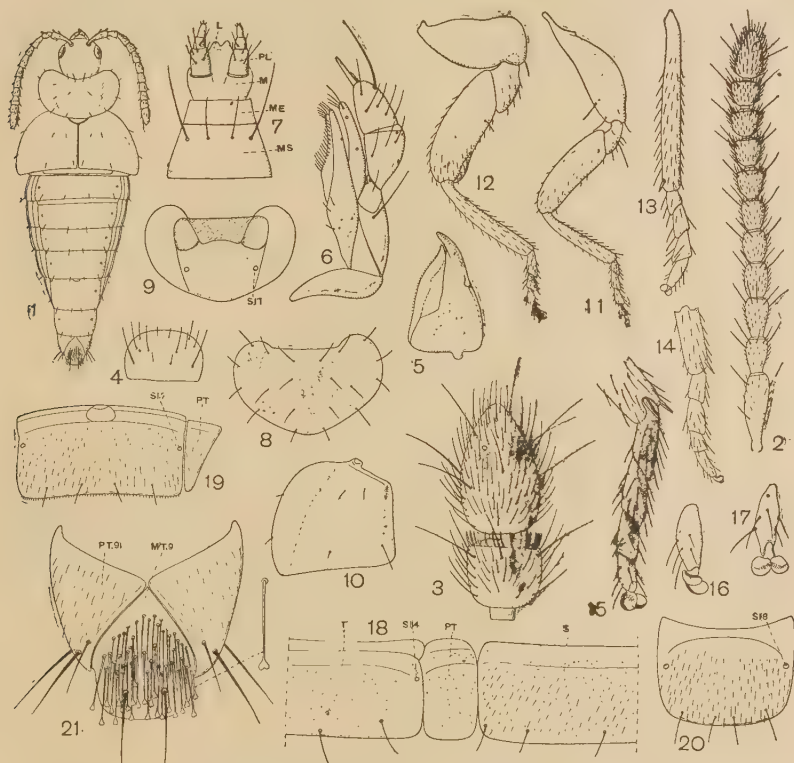



Fig. XII. — *Termitonicus uroclaviger:* 1. animalculum pronum; 2. antenna; 3. eiusdem antennae articuli penultimus et ultimus magis ampliati; 4 labrum; 5. mandibula laeva supina; 6. maxilla 1ⁱ paris; 7. labium; 8. pronotum deplanatum; 9. prosternum; 10. elythra; 11. pes 1ⁱ paris; 12. pes 3ⁱ paris; 13. pes paris 1ⁱ a tibia; 14. pes paris 2ⁱ a tibiae parte distali; 15. pes paris tertii a tibiae apice, magis ampliatus; 16.-17. eiusdem tarsi articulus ultimus et praetarsus lateraliter et subtus inspecti; 18. urotergiti 4ⁱ dimidia pars cum paratergito et sternitis dimidia parte; 19. urotergitum 7ᵘᵐ cum paratergito; 20. urosternum 8ᵘᵐ; 21. uritum 9ᵘᵐ pronum (figg. varie ampliatae).

oculis lateralibus anticis nudis, antennis ad oculorum latus internum anticum insertis, 11-articulatis, articulo 1° longo, 2° brevi, 3° quam 2us plus minusve longiore, sequentibus usque ad 10um gradatim parum brevioribus, articulo ultimo subovali longo foveis polytrichis 2 distalibus; labro duplo ad basim latiore quam longiore angulis anticis rotundatis, margine medio paullum sinuoso, superficie setis 7+7 instructa, mandibulis brevibus apice attenuato, paullum curvato acuto, prostheca vix laciniata, maxillis 1i paris lobo externo quam internus paullum longiore apice setis paucis brevibus aucto, lobo interno margine interno pectine setarum robustarum c. 20 composito, palpo maxillari brevi articulo 3° 2i longitudinem subaequante, subcylindraceo seta longa apicali externa aucto, articulo ultimo angustiore, brevi, subulato, labio mento integro, ligula in processibus duobus anticis producta, palpo brevi, 3 articulato, articulo 2° breviore, 3° quam 2us paullum longiore et angustiore.

Thorax. Pronotum quam caput parum minus quam duplo latius, antice paullum sinuosum, postice paullum convexum, supra macrochaetis paucis auctum; mesoscutellum postice late rotundatum, elythris latis, quam ceterum corpus parum latioribus crista longitudinali obliqua parva sublaterali affectis, angulo antico externo late rotundato praeter macrochaetas paucas punctis minimis impressa; alae bene evolutae.

Pedes 1i paris coxa elongata, 2i paris coxa parum longiore quam latiore, 3i paris coxa lata, brevi, tibiis omnibus calcaribus spiniformibus brevioribus apicalibus 2, tarsis omnibus 4-articulatis, articulis brevibus, praetarsis pro unguibus appendicibus laminaribus supra convexis compositis.

Abdomen a segmento 3° ad 7um paratergitis latis tantum instructum, tergita et sternita macrochaetis paucis instructa; tergitum 7um fovea mediana antica; segmentum 9um mesotergito lato quam paratergita aliquantum longiore, postice late rotundato, superficie macrochaetis 2 submedianis subposticis et setis brevibus basalibus et setis brevibus aliis apice dilatato cordiformi c. 20 instructo, paratergitis macrochaetis lateralibus 2.

Species typica: *Termitonicus mahout* Mann

Observatio. Genus hoc elythrarum et urotergiti 9i forma, tarso et praesertim praetarso multo distinctum est.

Termitonicus uroclaviger sp. n.

(Fig. XII)

Corpus testaceum totum; caput subnudum, seta nonnulla minima sublaterali postica et seta brevi et 2 brevioribus ad clypei margine antico laterali; antennae setis vide fig. XII.2.

Pronotum superficie nuda macrochaetis brevibus nigris 10+10 instructum; elythrae sculptura pronoto similes, macrochaetis brevibus 6-7.

Urita 3-8 tergitis macrochaetis brevibus posticis 4, superficie tantum tergitorum 5-8 setis brevioribus gradatim magis numerosis instructa, sternita 3-8 setis brevissimis et macrochaetis posticis brevibus 3+3; uritum 9um mesotergito setis vide fig. XII,9.

Long. corporis mm. 2, lat. capitis 0,26, long. antennarum 0,82, lat. pronoti 0.44, lat. thoracis cum elythris 0,74, long. pedum paris 3i 0,75.

Habitat. Brasilia: Jabaquara (S. Paulo) in nido *Nasutitermes diversimilis* exempla typica legi super larvarum dorsum insidentia capite antrorsum ad larvarum caput directo vel per nidum ambulantia; exemplum vidi etiam a clar. Dr. A. A. Oglobin ad Loreto (Misiones, Argentina) in nido *Nasutitermes* sp collectum.

Observatio. Species haec ad *T. mahoui* Mann perproxima est, sed colore et antennarum articulo 2° quam 3us paullum breviore saltem distincta est.

Sul nuovo valore preliminare del passo del micrometro della stazione astronomica di Carloforte

Nota del dott. **M. Castellano**, *presentata dal socio* **L. Carnera**

(Adunanza del dì 5 novembre 1946)

Sunto. — Scopo della presente nota è di fornire il nuovo valore del passo del micrometro della Stazione astronomica di Carloforte, da usare subito nelle riduzioni delle latitudini, consecutivamente alla interruzione del servizio nel periodo aprile 1943-giugno 1946 e al rimontaggio e revisione del telescopio zenitale. Inoltre si dà la prova della convenienza delle correzioni proposte dal prof. Carnera per le declinazioni delle coppie stellari del Kimura, correzioni che danno una netta diminuzione dell' errore medio.

1. Il passo del micrometro, come è da attendersi, ha subìte variazioni con i successivi smontaggi e revisioni del telescopio zenitale, che risultano aver avuto luogo nei periodi seguenti:

Luglio 1921, revisione eseguita dal tecnico Mioni dell'Osservatorio di Padova.

Dicembre 1927, riparazione del micrometro all'Osservatorio di Milano.

Maggio 1938 al Giugno 1939, revisione strumentale eseguita dalla Galileo, con sostituzione della vite.

Marzo 1943 al Maggio 1946, interruzione del servizio e successiva revisione e montaggio eseguiti dal tecnico Casella di Napoli.

Negli intervalli tra questi periodi a cui corrispondono sensibili discontinuità, i valori del passo risultano relativamente uniformi, eccettuato un salto tra le riduzioni provvisorie del KIMURA fino al 1935 e quelle del CARNERA dal 1935; quest'altra discontinuità può tuttavia essere ridotta dai risultati definitivi del KIMURA, che ancora non sono disponibili.

I valori medi successivi del passo tra le epoche dette, ridotti alla temperatura 0°, risultano dunque:

Dal 1900 al 1922	39″7425
» 1922 » 1927	39″7761
» 1928 » 1934	39″7717
» 1935 » 1938	39″7397
» 1939	39″5807

Il coefficiente di temperatura è dato da 0″00126 dal prof. KIMURA e risulta 0″00043 secondo le riduzioni del prof. CARNERA dal 1935 in poi.

2. In seguito all'ultimo smontaggio e rimontaggio, non si possono quindi trattare le nuove osservazioni col vecchio valore del passo, ma occorre una buona determinazione nuova.

Il mezzo migliore per la determinazione del passo medio; è fornito da coppie stellari di declinazione nota; molto convenienti sono a tal proposito le liste suggerite dal prof. KIMURA [1]) e dal prof. CARNERA [2]). Le prime sono già in uso da parecchi anni nelle Stazioni internazionali dei 3 paralleli; inoltre per esse il prof. CARNERA ha dedotto in uno studio approfondito, tenendo conto di tutte le osservazioni fatte nelle Stazioni internazionali di latitudine, le correzioni alle differenze di declinazione risultanti in base al catalogo di Boss [3]). Quindi esse costituiscono il materiale più conveniente per lo studio dei micrometri.

Quanto agli errori progressivi si riporta l'ultima determinazione effettuata dal dr. T. NICOLINI con osservazioni di max digr. e con metodo semplificato (pubbl.ne in corso).

---

[1]) H. KIMURA, *Catalogue of Scale-pairs whose declinations are very near to zero.* Trans. of the Intern. Astron. Union. V. 5, 1935, p. 127.

[2]) L. CARNERA, *Coppie di stelle per lo studio dei micrometri.* Contributi Astron dell' Osservatorio di Capodimonte, serie II N. 11.

[3]) L. CARNERA, Pubblicaz. in corso presso la Nazionale Accademia dei Lincei.

Correzioni alle letture micrometriche per gli e. p.

Rivel.	Correzione	Rivel.	Correzione	Rivel.	Correzione	Rivel.	Correzione
0	— 0″.0091	9	— 0.0978	18	— 0.1952	27	+ 0.1374
1	+ .0329	10	— .0879	19	— .2131	28	+ .1251
2	+ .0012	11	— .1612	20	— .2661	29	+ .0602
3	— .0120	12	— .2361	21	— .2720	30	.0000
4	— .1766	13	— .2827	22	— .1224		
5	— .2127	14	— .2760	23	— .0760		
6	— .2748	15	— .3105	24	— .0681		
7	— .2051	16	— .2998	25	+ .0040		
8		17	— .2637	26	+ .0788		

4. Possiamo ora avere il *passo medio* intendendo per questo valore la *media tra letture 0 e 30 del micrometro.*

Si è dunque tenuto conto per il calcolo del passo da ogni coppia, dei seguenti termini:

$$\Delta\delta \text{ app.} = \Delta\delta + d\Delta\delta \text{ (Carnera)} + \Delta \text{ rifraz. (negat.)} + \Delta \text{ inclinaz.}$$

Differenza di micrometro:

$$\Delta M = (L'_M + \text{corr. e. prog.}) - (L''_M + \text{corr. e. prog.})$$

$$1\,R = \frac{\Delta\delta \text{ app.}}{\Delta M}.$$

Le osservazioni furono eseguite quasi totalmente dallo scrivente:

I risultati, corretti per gli errori progressivi, sono riuniti nella seguente tabella:

Mese	Temperat. media	Coppia	N.° osservaz.	1 R	Medie mensili ed errori medî
Giugno	20°2	74	3	39″.5672	
		75	4	.5794	39″ 5825 ± 0″.0060
		78	6	.5915	(e. m. di una oss.ne
		79	1	.6201	
		80	3	.5796	σ = ± 00″.0263)
		81	2	.5703	
Luglio	22°4	67	14	39″.5850	
		68	13	.5850	39″.5876 ± 0″.0031
		70	10	.5859	(σ = ± 0″.0223)
		75	14	.5939	
Agosto	23°5	70	3	39″.5941	
		71	2	.6048	
		72	2	.5858	
		73	3	.5746	
		74	5	.6030	
		75	2	.5601	39″.5953 ± 0″ 0040
		77	4	.6164	(σ = ± 0″.0259)
		4	4	.5691	
		6	4	.6259	
		10	4	.5856	
		13	4	.5945	
		14	4	.6052	
Settembre	22°0	78	10	39″.5863	
		80	10	.6016	
		81	9	.5927	39″.5965 ± 0″.0024
		82	10	.5935	
		85	10	.6093	(σ = ± 0″.0195)
		15	8	.5791	
		17	8	.6085	

5. Non è possibile ancora la deduzione del coefficiente di temperatura nuovo data la debole escursione delle temperature dei mesi usati; fin quando tale coefficiente sarà dedotto, non v' è che da usare i valori del passo volta per volta dedotti.

Ora facciamo qualche osservazione in merito alla precisione di queste determinazioni. Un' ampia discussione degli errori relativi ed a lungo intervallo (1900-1910) è dovuta ai prooff. Carnera e Volta [1]). In essa, le variazioni riscontrate nella lunga serie possono essere analizzate in connessione

[1]) *Sul microm e liv. dello strum. zenit. di Carloforte. Osserv.ni di* L. Volta, L. Carnera e G. Silva. Pubblicazioni dell' Osservatorio di Brera N. 48.

alle correzioni di declinazioni e ad una variazione approssimativamente lineare col tempo; e l'approfondita discussione degli errori è condotta tenendo conto di questi criteri.

Qui disponendo di correzioni adeguate alle δ, e dato il periodo breve, non possiamo che limitarci a considerazioni semplificate.

Un riassunto delle determinazioni dal 1900 al 1929 è dato da una memoria del prof. PEISINO [1]). Da essa si rileva come l'errore medio sia andato aumentando notevolmente dopo il periodo coperto dalla memoria citata di CARNERA-VOLTA. È naturale sia così, perchè successivamente si sono considerati i risultati senza alterazioni per correzioni di declinazioni e senza tener conto di variazioni nel tempo.

Ma per un confronto con determinazioni omogenee, la cosa migliore è riferirsi alle ottime osservazioni eseguite alla Stazione di Batavia.

Tali osservazioni costituiscono per gli anni recenti un modello per lo affidamento, per la discussione accurata, e perchè non viene fatta alcuna reiezione di osservazioni dall'esame degli scarti, cosicchè possono servire ottimamente per lo studio degli scarti stessi, i quali vengono esibiti senza attenuazioni di sorta nel completo loro importo.

Dai risultati pubblicati, sebbene non tutti i dati necessari possano aversi in ogni caso, l'e. m. di una osservazione e determinazione singola, p. es. nel quinquennio 1934-1938 [2]), appare oscillare tra 0″.030 e 0″.090.

Gli osservatori di Batavia, pare non tengano conto della variazione annua, e non è chiara la deduzione degli e.m.

Come vedesi le correzioni proposte dal prof. CARNERA portano un vantaggio evidente.

Un rilievo importante è ancora da fare qui. Come vedesi, mentre gli e.m. delle medie dati dalla 5ª colonna della 2ª tabella sono assai ridotti, denotando un ottimo accordo tra le osservazioni periodo per periodo, le medie stesse quali si vedono nella colonna 6 mostrano differenze abbastanza notevoli, il cui importo supera anche 3 volte gli e. m. detti.

Questo fatto denota variazioni vere e proprie del passo, e non può meravigliare eccessivamente dato che il rimontaggio completo dello strumento è stato eseguito appena da qualche mese, cosicchè il graduale assestamento definitivo delle parti ha dovuto agire provocando le variazioni osservate.

---

[1]) G. PEISINO, *Rassegna delle osservazioni di coppie di Battermann e complementari e di max digr. eseguite a Carloforte durante il trentennio 1900-29.* Verbale della seduta della R. C. G. I. tenuta a Padova il 14 giugno 1929 — Nuova serie N. 1.

[2]) *Reports of the International latitude Station of Batavia*, N. 12 (Appendix I) 20, 21 a 26.

Sulle proprietà magnetiche delle soluzioni solide fra ferriti e alluminati di calcio

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 5 novembre 1946)

Sunto. — L' autore ha studiato, dal punto di vista magnetico, dei solidi ottenuti per precipitazione contemporanea, con alcali, da soluzioni miste dei tre cloruri: di ferro, alluminio e calcio, e sottoposti poi a trattamento termico. Ha osservato che il comportamento magnetico è differente da quello di miscugli di alluminato e ferrito di calcio sottoposti a trattamento analogo e ne ha dedotto la possibilità della formazione di soluzioni solide tra i due composti. Nel corso della ricerca è stato stabilito che il ferrito-alluminato tetracalcico: $4CaO \,.\, Al_2O_3 \,.\, Fe_2O_3$ ha comportamento paramagnetico (a 18° per gr. di Fe_2O_3 $\chi = 41{,}4 \,.\, 10^{-6}$).

In una precedente comunicazione [1] è stato posto in evidenza, con indagini ottiche e röntgenografiche, che ferriti e alluminati calcici idrati possono in opportune condizioni di ottenimento, dar luogo a soluzioni solide. Pertanto, avendo ora messo a punto l'attrezzatura occorrente per indagare sul comportamento magnetico [2], ho voluto confermare anche per questa via le deduzioni tratte dai risultati della sperimentazione su citata.

Ho esaminato due solidi ottenuti per precipitazione contemporanea, con alcali, da soluzioni miste dei tre cloruri di: calcio, ferro, alluminio, nelle condizioni che ho definito e descritto nel lavoro precedente.

La loro composizione è risultata la seguente:

$$N.^{\circ}\ 1 - 1.4\ Fe_2O_3 \,.\, Al_2O_3 \,.\, 8.6\ CaO \,.\, nH_2O$$
$$N.^{\circ}\ 2 - 0.8\ Fe_2O_3 \,.\, Al_2O_3 \,.\, 7.3\ CaO \,.\, nH_2O$$

Il primo di essi è leggermente rossiccio ed osservato al microscopio si mostra costituito essenzialmente di lamine a contorno esagonale e di qualche cristallo ottaedrico isotropo; il secondo consta quasi unicamente di lamine esagonali ed è perfettamente bianco.

Ho constatato che dopo essiccamento a 110° i due solidi sono entrambi paramagnetici, mentre i ferriti idrati: tetracalcico e tricalcico (cubico), sempre previo riscaldamento a 110°, sono ferromagnetici. I valori della

---

[1] G. Malquori e V. Cirilli, Ricerca scient. *14*, 78 (1943).

[2] V. Cirilli, Gazzetta chim. ital. 75, 233 (1945).

suscettività, misurati con un campo di 496,7 Gauss e riferiti ad 1 gr. di Fe_2O_3 (Tab. I), sono tuttavia, per i diversi preparati, poco dissimili fra di loro

Ora, studiando la disidratazione termica dei ferriti tri- e tetracalcico idrati [1]), ho osservato che la suscettività sale rapidamente con il crescere della temperatura di trattamento fino ad un massimo oltre il quale decresce altrettanto rapidamente (fig. 1), ed ho interpretato tale comporta-

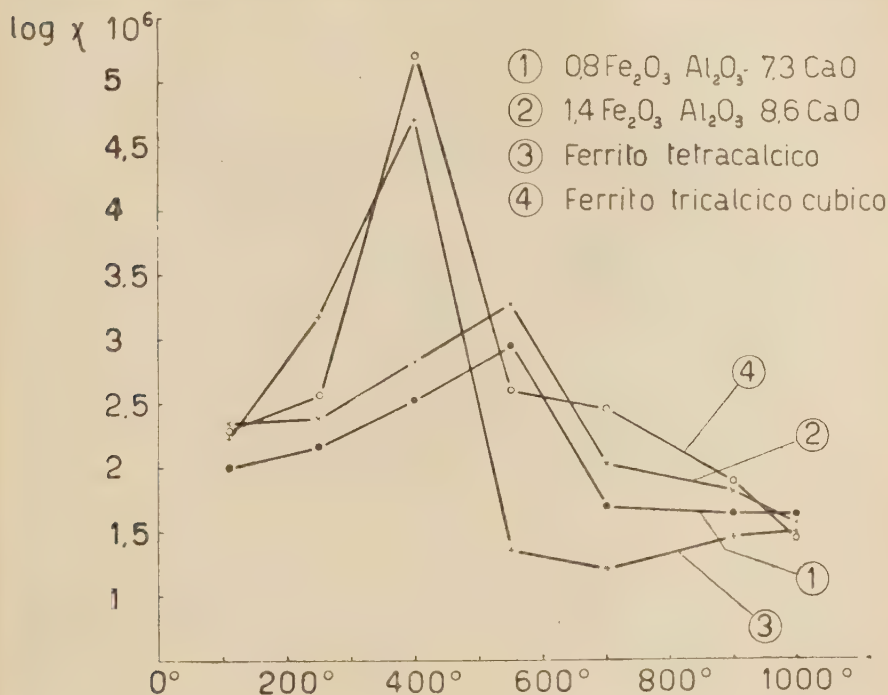



Fig. 1.

mento con l'ipotesi che il solido a struttura disordinata, instabile, risultante dalla disidratazione a bassa temperatura, possa assumere la magnetizzazione con maggiore facilità del corrispondente solido a struttura reticolare stabile, ottenibile per trattamento termico a temperatura elevata.

Se quindi i due solidi N.° 1 e 2 sono dei semplici miscugli di alluminato e ferrito, la suscettività magnetica (riferita a 1 gr. di Fe_2O_3) dei prodotti scaldati a temperature gradualmente crescenti, dovrà seguire la curva rilevata per il ferrito da solo, in quanto l'effetto magnetico che importa la presenza dell' alluminato è trascurabile.

Effettivamente questo comportamento lo si osserva per miscugli meccanici di ferrito e di alluminato preparati separatamente; la suscettività

[1]) V. Cirilli, l. c.

invece dei campioni ricavati per precipitazione contemporanea dalle soluzioni ternarie — e scaldati poi alle temperature indicate nella Tab. I e sulla fig. 1 —, sale per raggiungere il massimo all'intorno dei 550°, ma l'ordinata di detto massimo è notevolmente più piccola di quella che spetta al massimo della curva: suscettività — temperatura dei ferriti tri- e tetracalcico.

Tab. I.

log. χ 10^6

temperatura di trattamento	$0.8\ Fe_2O_3 . Al_2O_3 .$ $7.3\ CaO . nH_2O$	$1.4\ Fe_2O_3 . Al_2O_3 .$ $8.6\ CaO . nH_2O$	ferrito tetracalcico	ferrito tricalcico cubico
110°	2.00	2.36	2,23	2,27
250°	2,17	2,40	3,17	2,67
400°	2,55	2,83	4.73	5,19
550°	2,98	3,29	1.34	2,59
700°	1,74	2,04	1,22	2,47
900°	1,65	1,85	1,44	1,85
1000°	1,62	1,57	1,44	1,45

Si noti ancora che il valore del massimo è più basso per il campione contenente meno ossido ferrico.

Tutto questo mostra in modo evidente che i solidi oggetto delle indagini presenti non sono dei semplici miscugli di alluminato e ferrito.

I caratteri ottici e gli spettri di diffrazione dei raggi X, rilevati per preparati ottenuti nello stesso modo, ci avevano già mostrato trattarsi di soluzioni solide di ferriti e alluminati calcici idrati.

Il comportamento magnetico ci permette di confermare le constatazioni precedenti.

L'esame röntgenografico del preparato N.° 2, di composizione: $0.8\ Fe_2O_3 . Al_2O_3 . 7.3\ CaO . nH_2O$ (riscaldamento di tre ore alle temperature indicate nella tab. I) pone in evidenza che fin verso i 550°, cioè fino al massimo della curva: suscettività-temperatura, è ancora visibile lo spettro del prodotto di partenza (a parte la variazione dell'intensità di alcune delle righe e la graduale evanescenza dello spettro stesso); a 700° compare lo spettro della brownmillerite; a 900° la disidratazione è totale e le righe del composto ternario sono ben nette.

Dopo il trattamento a 900°, il preparato, che contiene allumina in eccesso su quanto è richiesto da: $4\ CaO . Fe_2O_3 . Al_2O_3$ (brownmillerite), è paramagnetico, mentre il campione N.° 1, di composizione: $1.4\ Fe_2O_3 . Al_2O_3 . 8.6\ CaO$, cioè a rapporto: $Fe_2O_3 / Al_2O_3 > 1$, è debolmente ferromagnetico.

Si deduce pertanto che la brownmillerite deve possedere comportamento

paramagnetico e che il ferromagnetismo del preparato N.° 1 lo si deve alla presenza di ferrito libero.

Siccome nella letteratura non è riportata alcuna indicazione sulle proprietà magnetiche della brownmillerite, ho voluto controllare la deduzione di cui sopra esaminando un preparato di formula: $4\,CaO \cdot Fe_2O_3 \cdot Al_2O_3$ ottenuto dagli ossidi per sinterizzazione a 1300°. La sua purezza è stata controllata per via analitica e per via röntgenografica.

Nella fig. 2 è riportata la documentazione fotografica originale della curva: magnetizzazione-temperatura. Sia al riscaldamento sia al successivo

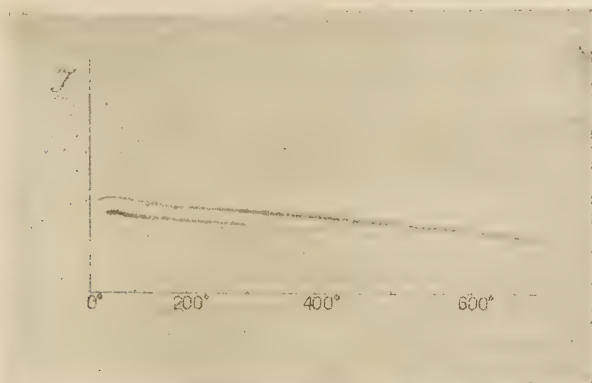



Fig. 2.

raffreddamento, l'andamento è rettilineo e non si osservano flessi che indichino il passaggio dal ferromagnetismo al paramagnetismo.

Nella tab. II sono poi riportati i valori della suscettività — riferiti ad 1 gr. di Fe_2O_3 — ottenuti mantenendo il campione alle temperature indicate.

Tab. II.

$\chi \cdot 10^6$

H Gauss	18°	200°	290°	330°	390°	460°
1501.0	41.0	34,3	31,2	29.6	26.3	25,8
2108.2	41,7	31.9	30,8	29,5	27,6	26.1
3658,3	41,6	34,9	30.9	29.3	27.4	25.6

Si osservi, a conferma del paramagnetismo della brownmillerite, come la suscettività resta costante al variare del campo, mentre diminuisce linearmente con l'aumentare della temperatura.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi. Nota IIª — *Miscele: leucite-calce-fluorite.*

Nota del prof. **Vittorio Cirilli,** *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 5 novembre 1946)

Sunto. — Vengono chiarite le cause dell'azione accelerante che la fluorite esercita nella reazione allo stato solido fra leucite e calce. Viene stabilito che la fluorite è capace di addizionare ossido di potassio dando origine ad un composto definito: $2\ CaF_2 \cdot K_2O$. Tale composto, caratterizzato per via ottica e röntgenografica e identificato tra i prodotti di cottura delle miscele leucite-calce-fluorite, fonde incongruente a circa 770°. La formazione del liquido, favorendo il contatto tra le sostanze reagenti, dà ragione dell'aumentata velocità di reazione.

Facendo seguito a quanto ho esposto in una nota precedente [1]), do conto qui di alcune indagini che ho espletato con lo scopo di chiarire le cause dell'azione accelerante che la fluorite esercita sulla reazione allo stato solido fra leucite e calce.

Che la presenza della fluorite faciliti notevolmente la mobilizzazione della potassa nel trattamento termico di tali masse, fra i 900° e i 1000°, è indicato da alcuni brevetti recenti, ma, indipendentemente da queste segnalazioni, l'efficacia dell'aggiunta può esser posta in evidenza con semplici prove di laboratorio.

Ripeto qui, come esempio, che mentre per arrivare alla scomparsa della calce libera (saggio White) da una miscela intima, a parti uguali di leucite e di calce, occorrono all'incirca una diecina di ore di trattamento a 1050° ÷ 1100°, nonchè numerose macinazioni intermedie, in presenza del 10 % di CaF_2 lo stesso risultato si può conseguire a temperatura più bassa: 900°, e dimezzando all'incirca la durata del trattamento.

Anche sulle curve di riscaldamento è nettamente rilevabile l'effetto esercitato dalla fluorite sul decorso della reazione. Per miscele prive di fluorite si osserva infatti, con velocità di salita della temperatura di circa 10° al minuto, un debole sviluppo di calore che raggiunge il massimo a 850°; quando invece la fluorite è presente (15 % ÷ 20 %) l'effetto esotermico è più intenso e, per la medesima velocità di riscaldamento, ha il suo massimo all'intorno dei 950°.

[1]) Questo Rendiconto, vol. XIII (1942-45), pp. 333.

Prima di abbordare il caso, indubbiamente più complesso, delle miscele: leucite-calce-fluorite, ho voluto esaminare il comportamento dell'alcali verso la fluorite. la letteratura a riguardo menzionando solo il fatto che gli alcali sono capaci di decomporla ad alta temperatura: $CaF_2 + K_2O \rightarrow 2KF + CaO$.

Ho iniziato queste indagini con miscele di fluorite e di carbonato potassico ed ho potuto subito osservare che per delle temperature di trattamento non eccessivamente elevate (non superiori ai 1000°), la trasformazione considerata non è una semplice reazione di scambio che conduce al fluoruro di potassio e all'ossido di calcio. Infatti, già verso i 700° compariscono sullo spettro di raggi X del materiale cotto delle righe che non appartengono nè agli spettri dei componenti la coppia: fluoruro di calcio carbonato potassico, nè a quelli della coppia: fluoruro potassico-calce [1]).

Variando il rapporto di miscela e sottoponendo, come è ovvio, i materiali allo stesso trattamento, ho poi notato che in corrispondenza di $2CaF_2 + K_2CO_3$ si ha la migliore evidenza delle righe del nuovo spettro, mentre sono appena percettibili le righe che appartengono ai solidi del sistema iniziale (fig. 1).

Nella trasformazione si libera all'incirca il quantitativo di CO_2 corrispondente all'equazione: $2CaF_2 + K_2CO_3 = 2CaF_2 . K_2O + CO_2$. Dico all'incirca perchè la determinazione soffre dell'errore dovuto alla perdita di fluoro e di alcali che si avverte già a 700°, nè, d'altra parte, è conveniente di lavorare a temperatura più bassa per la lentezza della trasformazione stessa.

Innalzando la temperatura e prolungando il trattamento termico, la perdita diviene sempre più sensibile e sullo spettro di raggi X del prodotto scaldato compariscono le righe dell'ossido di calcio. A temperatura elevata: $> 1000°$ è sensibile cioè la decomposizione di: $2CaF_2 . K_2O$ secondo: $2CaF_2 . K_2O \rightarrow 2KF + CaF_2 + CaO$ [2]). Il fluoruro di calcio, fino alla sua temperatura di fusione: 1386° ha una tensione di vapore trascurabile.

Il prodotto di composizione: $2CaF_2 . K_2O$ ricavato e identificato nel modo descritto, è isotropo ed ha un'indice di rifrazione: $n_D = 1,385 \pm 0.002$. Tale caratteristica l'ho utilizzata per controllare per via ottica i vari prodotti delle cotture perchè, al microscopio, $2CaF_2 . K_2O$ si distingue facilmente sia dal carbonato potassico che è anisotropo e possiede un'indice di rifrazione

[1]) A 700° la tensione di dissociazione del carbonato potassico è trascurabile, come si rileva dai seguenti valori: (G. P. Howarth, W. E. S. Turner — Journ. Soc. Glass Technol. **15**; 363; (1931).

	900°	1000°	1200°	1400°
p — mm. Hg	0	2.1	10.3	35.6

[2]) Per la tensione di vapore del fluoruro potassico, la letteratura riporta i seguenti valori: (O. Ruff, G. Schmidt, S. Mugdan — Zeit. anorg. allg. Chem. **123**; 87; (1922).

	1278°	1325°	1425°	1500°
p — mm. Hg	109	210	483	752

assai più alto: ($\alpha = 1.426$; $\beta = 1.531$; $\gamma = 1.541$), sia dal fluoruro di calcio, isotropo, con indice: $n_D = 1.434$.

Con l'acqua si decompone completamente mandando in soluzione l'alcali. Resta come residuo insolubile CaF_2, sub-amorfo, tanto che il suo spettro di raggi X pur coincidendo per il numero e per la posizione delle righe con quello della fluorite di partenza, ne differisce tuttavia per il presentarsi largo e sfumato di tali righe.

Sulla curva di riscaldamento si nota a 770° un netto rallentamento della velocità di salita della temperatura. Però, mantenendo il campione fra 770° e 800°, per qualche tempo, non si riesce a conseguire la fusione completa, ed anche aumentando la temperatura fin verso i 1100° il sistema conserva la sua eterogeneità. Non sono salito al disopra di 1100° perchè la perdita di alcali e di fluoro è così rapida e intensa da alterare profondamente i rapporti fra i costituenti e pertanto falsare del tutto le indicazioni della prova.

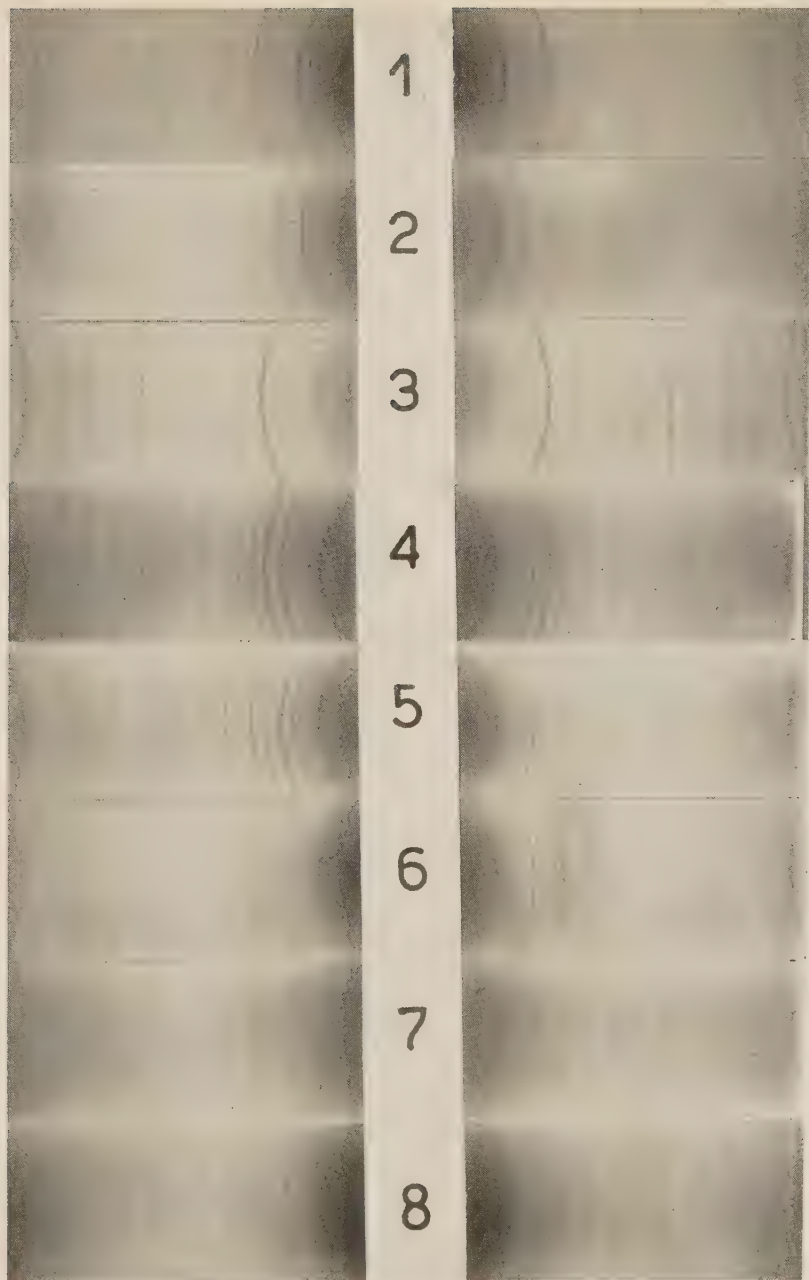
Esaminato il comportamento delle miscele: fluorite-carbonato potassico, son passato a studiare il caso, più complesso, delle miscele: calce-leucite-fluorite.

Fluorite e leucite non reagiscono fra di loro (esami: ottico e röntgenografico) per effetto del trattamento termico, anche per durate notevoli, a temperature all'intorno dei 1000°.

La reazione allo stato solido fra leucite e calce determina invece la presenza di alluminato potassico nelle masse cotte, alluminato che è capace di reagire con il fluoruro di calcio. Bastano infatti tre o quattro ore di riscaldamento a 800° per poter identificare a mezzo dei raggi X. il composto: $2CaF_2 . K_2O$ nei materiali provenienti dalla cottura di miscele, in vario rapporto, di alluminato e fluorite.

Tuttavia, quando si abbia a che fare con le miscele: calce-leucite (1 : 1), causa la presenza di altre fasi solide nelle masse cotte (a 900°), l'identificazione röntgenografica di $2CaF_2 . K_2O$ è attendibile solo se il contenuto di fluorite del sistema iniziale supera il 25 %.

Si noti che il silicato bicalcico, che insieme all'alluminato potassico si ritrova nei prodotti di trasformazione della leucite per effetto dell'attacco della calce, è inerte verso la fluorite alle temperature che interessano le mie considerazioni [1]). Esso deve invece influire favorevolmente sull'entità della formazione di liquido nel sistema perchè ho osservato che nel riscaldamento a 1070° ÷ 1100° di miscugli: $2CaF_2 . K_2O — 2CaO . SiO_2$, per l'intervallo di composizioni dal 20 % al 40 % di $2CaO . SiO_2$, si ricavano dei liquidi omogenei abbastanza fluidi, mentre $2CaF_2 . K_2O$ da solo, inizia, come ho

[1]) W. Eitel, *Das System*: *$CaO — CaF_2 — Ca_2SiO_4$*. Zeit. angew. Miner. — **I**; 269; (1938).

1) fluoruro potassico 2) carbonato potassico
3) fluoruro di calcio 4) 4 $CaF_2 + K_2CO_3$
5) 3 $CaF_2 + K_2CO_3$ 6) 2 $CaF_2 + K_2CO_3$
7) $CaF_2 + K_2CO_3$ 8) calce-leucite 1 : 1 + 30 % fluorite a 900°

ricordato più avanti, la fusione incongruente a 770° e a 1070° ÷ 1100° il sistema è ancora eterogeneo.

Sulle curve dell'analisi termica di detti miscugli ho anche potuto rilevare gli inizi: 1040° ÷ 1020°, e la fine della solidificazione: 755° ÷ 765°, numeri questi che hanno però solo valore indicativo causa la continua alterazione della composizione dovuta alla perdita di fluoro e di alcali.

La leucite, per azione della calce, a temperatura all'intorno dei 1000°, si trasforma sostanzialmente in silicato bicalcico e alluminato potassico. La trasformazione è lenta, ostacolata probabilmente dall'esistenza di straterelli di prodotti di neo-formazione che impediscono il progredire della reazione, iniziatasi in superficie, verso il cuore dei singoli granelli.

Se è presente fluorite, attraverso la comparsa di $2CaF_2 . K_2O$, si genera del liquido che favorendo il contatto fra le sostanze reagenti ne favorisce la trasformazione.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi. Nota IIIª — *Miscele: nefelina-calce*

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 5 novembre 1946)

Sunto. — L' Autore stabilisce che fra i 1050° e 1100° la nefelina fissa, abbastanza velocemente, calce in ragione di circa il 44 % del peso del miscuglio iniziale nefelina-calce.

Lo schema della reazione è il seguente:

$$Na_2O . Al_2O_3 . 2 SiO_2 + 4 CaO = Na_2O . Al_2O_3 + 2 (2 CaO . SiO_2)$$

ed è stato controllato per via ottica e con l' esame röntgenografico.

A temperatura più bassa dei 1000° la reazione allo stato solido è eccessivamente lenta, al disopra dei 1300°, invece, le perdite per volatilizzazione sono così cospicue da alterare i rapporti fra i costituenti del sistema.

Fra 1100° e 1300° aumenta gradualmente, con la durata e con la temperatura di trattamento, il limite della calce combinabile, e l' A. osserva, vieppiù sensibile, lo spostamento dell' alcali dovuto all' attacco dell' alluminato per parte della calce.

Contemporaneamente rileva la comparsa degli alluminati di calcio e dell' alluminato sodico-calcico di Brownmiller e Bogue.

Aggiunte di fluorite accelerano l' attacco della nefelina e permettono che la

reazione proceda, con velocità soddisfacente, a temperatura più bassa ($870^0 \div 900^0$) di quella che è necessario raggiungere in assenza della fluorite ($1050^0 \div 1100^0$).

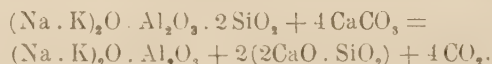
Tale azione accelerante è dovuta alla comparsa di liquido nel sistema, già a partire dall' intorno di 850^0.

A continuazione di quanto ho reso noto in un lavoro precedente [1]), relativamente alle miscele leucite-calce, riferisco qui su i risultati dello studio della reazione allo stato solido fra la calce e la nefelina: $Na_2O . Al_2O_3 . 2SiO_2$, che ho condotto con criteri analoghi a quelli adottati nella ricerca su menzionata.

Nella letteratura è riportato, da un lavoro di G. TAMMANN e G. F. GREVEMEYER [2]), che sulla curva di riscaldamento di un miscuglio intimo di nefelina e di calce, è osservabile un leggero effetto esotermico, fra 700^0 e 1000^0, che gli Autori attribuiscono ad un inizio di reazione fra i due solidi.

Più ampiamente, il medesimo argomento è stato trattato da F. N. STROKOW e COLL. in relazioni comparse su riviste russe e delle quali non ho avuto modo che di leggere il breve riassunto pubblicato dal Zentralblatt [3]).

Per questi ricercatori, l'attacco della nefelina ad opera della calce, a temperatura elevata, decorrerebbe con alto rendimento secondo lo schema:

$$(Na . K)_2O . Al_2O_3 . 2SiO_2 + 4CaCO_3 =$$
$$(Na . K)_2O . Al_2O_3 + 2(2CaO . SiO_2) + 4CO_2 .$$

Cioè secondo lo schema che, in base alle nostre constatazioni sperimentali, abbiamo attribuito alla reazione fra calce e leucite all' intorno dei $1050^0 \div 1100^0$.

Contenendo la nefelina: $Na_2O . Al_2O_3 . 2SiO_2$, meno silice della leucite: $K_2O . Al_2O_3 . 4SiO_2$, abbiamo impostato le indagini delle quali dò conto, prevedendo una maggiore evidenza dei rilievi sperimentali in confronto con quanto fu osservato nella ricerca precedente.

Dato che non avevo a disposizione un quantitativo di minerale sufficiente, ho preparato artificialmente il composto riscaldando a $1200^0 \div 1300^0$ un miscuglio dei tre costituenti (silice, allumina, carbonato sodico) dosati secondo i rapporti indicati dalla formula (il carbonato sodico era in leggero eccesso per compensare le perdite per volatilizzazione dell' alcali).

La composizione del preparato è risultata la seguente: $SiO_2\% = 42,9$; $Al_2O_3\% = 36,5$; $Na_2O\% = 20,04$ ed è per tanto vicina al teorico: $SiO_2\% = 42,2$; $Al_2O_3\% = 36,0$; $Na_2O\% = 21,8$; è però leggermente più povera di alcali causa la perdita per volatilizzazione durante il trattamento termico.

[1]) V. CIRILLI, Rend. Acc. Sc. Fis. Matem. Napoli (4); 13; 1942-1945.

[2]) Zeit. an. allg. Chem. *136*; 114; (1924).

[3]) Chem. Zentr., II, 4034 (1936) e II 3055 (1937).

L'osservazione microscopica mi ha permesso di stabilire la coincidenza delle caratteristiche ottiche del prodotto artificiale con quelle di un campione di minerale cortesemente fornitomi dal prof. ONORATO dell'Università di Roma. Anche lo spettro di raggi X è analogo.

Ho voluto innanzi tutto stabilire qual'è il quantitativo di ossido di calcio che è possibile combinare con la nefelina entro l'intervallo di temperatura: $1000^0 \div 1300^0$ fissato dal fatto che a temperatura più bassa dei 1000^0 la reazione allo stato solido procede con eccessiva lentezza, al disopra dei 1300^0, invece, la perdita di alcali è così cospicua da alterare i rapporti fra i costituenti del sistema.

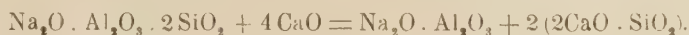
I miscugli: carbonato di calcio-nefelina, preparati per molitura contemporanea fino a $0\,^0/_0$ di residuo sul setaccio di 4900 maglie/cm^2, li ho cotti in crogiolo di platino coperto, e di tanto in tanto ho interrotto la cottura per macinare il contenuto del crogiolo onde rompere le pellicole superficiali di prodotti di neoformazione che potrebbero ritardare la penetrazione dello attacco a cuore dei granelli di nefelina.

Per stabilire se le masse cotte contengono ossido di calcio libero, mi son servito sia del saggio White sia dell'indagine röntgenografica.

A $1000^0 \div 1050^0$ la reazione è sufficientemente veloce e di lieve entità è la perdita di alcali per volatilizzazione. In tali condizioni ho osservato che dopo circa 4 ore di trattamento, il massimo del CaO combinato corrisponde al $44\,^0/_0$ del peso del miscuglio nefelina più calce.

A temperatura più alta, e precisamente poco al di sotto dei 1300^0, aumenta il quantitativo della calce combinata che si aggira ora sul $56\,^0/_0 \div 57\,^0/_0$.

Dalla prima delle constatazioni riferite e cioè dal fatto che a $1000^0 \div 1050^0$ il quantitativo di CaO combinatosi con la nefelina è rappresentato da circa il $44\,^0/_0$ del miscuglio, si conferma che la reazione allo stato solido avviene secondo lo schema indicato da F. N. STROKOW.

$$Na_2O \,.\, Al_2O_3 \,.\, 2\,SiO_2 + 4\,CaO = Na_2O \,.\, Al_2O_3 + 2\,(2CaO \,.\, SiO_2).$$

In tal caso, il miscuglio contiene appunto il $44\,^0/_0$ di CaO.

Per ulteriore conferma ho sottoposto il prodotto della cottura alle analisi ottica e röntgenografica.

Nello spettro sono chiaramente visibili sia le righe del $\beta\ 2\,CaO \,.\, SiO_2$ sia quelle di $Na_2O \,.\, Al_2O_3$.

Al microscopio, il materiale si presenta come un aggregato policristallino, con indice di rifrazione: $1{,}67 \div 1{,}70$, intermedio fra quello del silicato bicalcico, $\alpha = 1{,}717$, $\gamma = 1{,}735$) e quello dell'alluminato sodico ($\alpha = 1{,}566$, $\gamma = 1{,}580$).

Come i miscugli: leucite-calce anche quelli a base di nefelina perdono notevoli quantità di alcali alle alte temperature.

Nella tab. riporto l'entità di dette perdite riferendole all'alcali presente all'inizio del trattamento termico.

La durata di tale trattamento, per ciascuna delle temperature indicate, è stata di sei ore e per rendere il più possibile omogeneo il confronto ho lavorato con lo stesso crogiolo adoperando per ogni prova un peso uguale del medesimo prodotto iniziale.

T a b e l l a

	°/₀ Na_2O perduto rispetto al totale			
	900°	1050°	1200°	1350°
nefelina	—	1,2	2,5	9,2
alluminato sodico	—	1,4	3,6	5.1
nefelina-calce (44 °/₀ CaO)	0.7	4,8	10,5	25,6
nefelina-calce (57 °/₀ CaO)	1,2	11,1	22,5	40,5
$Na_2O \cdot Al_2O_3 + CaO$	0.9	9,2	19,5	33,0

Il quadro del fenomeno della volatilizzazione dell' alcali si presenta del tutto analogo a quello che ho osservato per le miscele: calce-leucite, per quanto le percentuali di perdita siano qui più basse salvo che per la nefelina da sola che accusa — trattata nelle medesime condizioni — una perdita superiore alla leucite causa il maggior quantitativo dell' alcali presente.

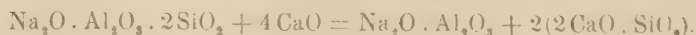
Anche con la nefelina cioè rilevo che l'ossido di calcio favorisce la volatilizzazione dell' alcali legato all' allumina.

Sugli spettri dei prodotti cotti ad alta temperatura compariscono tuttavia delle righe che non appartengono nè agli alluminati calcici: $5\,CaO \cdot 3\,Al_2O_3$ e $3\,CaO \cdot Al_2O_3$ nè all'alluminato sodico nè al silicato bicalcico.

Dette righe, che sono particolarmente evidenti per il miscuglio più ricco di calce (57 °/₀ CaO nel miscuglio iniziale), dopo cottura intorno ai 1300°, ho trovato che appartengono allo spettro del composto: $8\,CaO \cdot Na_2O \cdot 3\,Al_2O_3$ caratterizzato, anche per via röntgenografica, da L. T. Brownmiller e R. H. Bogue [1]) nel loro studio sul sistema: $CaO - Na_2O - Al_2O_3$.

Al disopra dei 1300°, la comparsa del silicato tricalcico costituisce un ulteriore complicazione dell' interpretazione della reazione allo stato solido fra la nefelina e la calce, interpretazione che, fino a quella temperatura, può riassumersi nel modo seguente:

Fra i 1050° e i 1100° la nefelina fissa, abbastanza velocemente calce in ragione di circa il 44 °/₀ (del peso del miscuglio iniziale: nefelina-calce) secondo lo schema:

$$Na_2O \cdot Al_2O_3 \cdot 2\,SiO_2 + 4\,CaO = Na_2O \cdot Al_2O_3 + 2(2\,CaO \cdot SiO_2).$$

[1]) L. T. Brownmiller e R. H. Bogue, *System: CaO-Na₂O-Al₂O₃*. Bureau of Stand. Journ. Res. 8; 289; (1932).

Innalzando la temperatura fin verso i 1300° aumenta il limite della calce combinata e la volatilizzazione dell'alcali diviene cospicua a seguito dello spostamento determinato dall'attacco dell'alluminato sodico per parte della calce, con la conseguente comparsa degli alluminati calcici e dello alluminato di calcio e sodio di Brownmiller e Bogue.

Ho voluto esaminare altresì l'influenza che sul decorso della reazione esercitano gli attivatori indicati nel lavoro precedente a riguardo delle miscele: calce-leucite.

Con l'ossido ferrico e con cloruro di calcio non ho osservato dei notevoli effetti. L'aggiunta invece di fluorite favorisce la reazione rendendola possibile a 870°÷900°.

Già con il 5 % di CaF_2 bastano sei ore di riscaldamento a 900° per provocare la completa combinazione della calce (miscuglio con il 44 % di CaO); per maggiori quantitativi di aggiunta si abbrevia la durata del trattamento a 900° che conduce alla eliminazione della calce libera dal materiale, non solo, ma si rende possibile un ulteriore abbassamento della temperatura di cottura: a 860°÷870°.

Ho sempre notato una marcata scorificazione del materiale prodotta da inizi di fusione.

È lecito per tanto pensare che l'azione accelerante esercitata dalla fluorite sia dovuta alla sua capacità di generare del liquido alle basse temperature indicate più sopra.

Le miscele: calce-nefelina-fluorite cotte a 900° le ho sottoposte ad esame ottico e röntgenografico.

Al microscopio ho notato la presenza di cristalli di aspetto esagonale, discretamente birifrangenti con indice di rifrazione prossimo a 1,60, e tali formazioni cristalline che mancano del tutto nelle masse cotte di nefelina e calce prive di fluorite, le ho potute riprodurre scaldando insieme: fluorite, silicato bicalcico e alluminato sodico.

Ho eseguito vari tentativi per identificare la composizione dei cristalli di cui sopra. Negativo è stato il risultato dell'esame del comportamento delle miscele binarie di fluorite separatamente con: carbonato sodico, nefelina, alluminato sodico, silicato bicalcico, sempre a 900°. La miscela ternaria: fluorite, silicato bicalcico, carbonato sodico, dopo trattamento a 900° per alcune ore, mi ha invece fornito dei cristalli simili per l'aspetto e per le caratteristiche ottiche alle formazioni cristalline che avevo posto in evidenza per le miscele: nefelina-calce-fluorite.

Debbo quindi escludere che l'allumina entri nella composizione della fase cristallina in questione.

Non avendo però dalla letteratura che delle notizie parziali sul sistema: $CaO-SiO_2-Na_2O-CaF_2$, non ancora definito nel suo assieme, non avevo modo di prevedere la possibile composizione della fase osservata nè di confrontare

le sue caratteristiche ottiche con quelle di eventuali composti similari presenti nel complesso sistema quaternario.

Variando i rapporti fra i costituenti della miscela generatrice: silice, carbonato di calcio, carbonato di sodio, fluorite, ho cercato tuttavia, aiutandomi con gli esami ottico e röntgenografico, di preparare dei solidi sempre più ricchi della nuova fase.

Ho osservato che il miscuglio: $CaO \cdot SiO_2 \cdot Na_2O \cdot CaF_2$, preparato a 900°, dopo ripetute ricotture precedute da molitura del materiale precedentemente cotto, è abbastanza omogeneo, e per tanto su di esso ho proceduto ad un più esatto rilevamento delle caratteristiche ottiche.

I cristalli si presentano in forma di lamine a contorno esagonale, a volte geminate. L'aspetto esagonale non corrisponde però all'effettiva simmetria in quanto si tratta di cristalli biassici, otticamente positivi, con un angolo degli assi di valor medio e con indice di rifrazione: $\alpha = 1{,}601 \pm 0{,}002$ $\gamma = 1{,}604 \pm 0{,}002$.

Tali caratteristiche ottiche permettono di distinguere con facilità, al microscopio, la nuova fase sia dai composti presenti nel prodotto della cottura delle miscele: nefelina-calce in assenza di fluorite, sia dalla fluorite stessa.

Anche i composti ternari del sistema: Na_2O-CaO-SiO_2 oltre a spettrogrammi nettamenti diversi, posseggono proprietà ottiche differenti [1]).

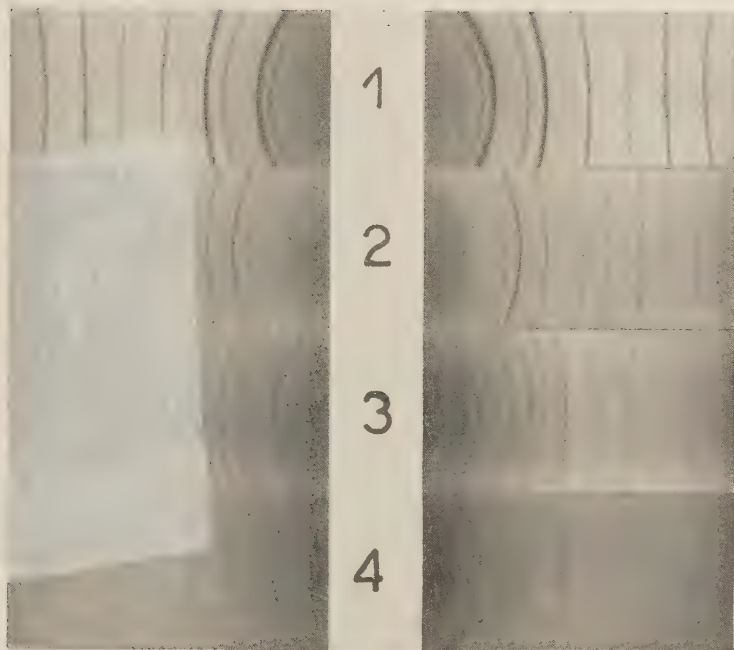
La miscela rispondente alla composizione: $CaO \cdot SiO_2 \cdot Na_2O \cdot CaF_2$ ed ai caratteri ottici sopra descritti, inizia la fusione a 850°. Però anche per riscaldamento di parecchie ore fra 850° e 900° non si osserva la completa scomparsa del solido che ha luogo invece poco al disopra dei 1100°.

Lo studio del sistema sarebbe possibile per questa zona di temperature, senonchè la sua realizzazione sperimentale è resa penosa dalla rapida usura dei recipienti di platino o di nichelio e da quella del refrattario e delle resistenze dei fornetti di lavoro.

Riconosco quindi che i semplici indizi su riferiti non sono sufficientemente probativi per avvalorare l'ipotesi dell'esistenza di un composto quaternario della composizione indicata. Ai fini del mio lavoro interessa tuttavia l'aver dimostrato che al pari di quanto avviene per la reazione fra calce e leucite, l'azione accelerante esercitata dalla fluorite a temperature non eccessivamente alte, si deve al fatto che la presenza di essa determina la comparsa di liquido a quelle temperature.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università

---

[1]) G. W. Morey e N. L. Bowen, Journ. Soc. Glass Techn. *9*; 226; (1925). — A. N. Winchell, *Microscopic Characters of Artificial Minerals*. J. Wiley, New-York, 1931.

1) fluoruro sodico 2) fluoruro di calcio
3) $Na_2CO_3 + CaCO_3 + SiO_2 + CaF_2$ a 900° 4) $Na_2CO_3 + CaCO_3 + SiO_2$ a 900°

Nuovi pozzi trivellati per l'alimentazione di Napoli

Nota della dott. **Maria Zei**, *presentata dal socio* **G. D' Erasmo**

(Adunanza del dì 3 dicembre 1946)

Sunto. — Vengono passati in rassegna i materiali piroclastici e lavici e gli avanzi organici incontrati nello scavo di 22 pozzi trivellati negli anni 1945 e 1946 nella zona a N. E. della città di Napoli per ricerca di acqua potabile.

Introduzione.

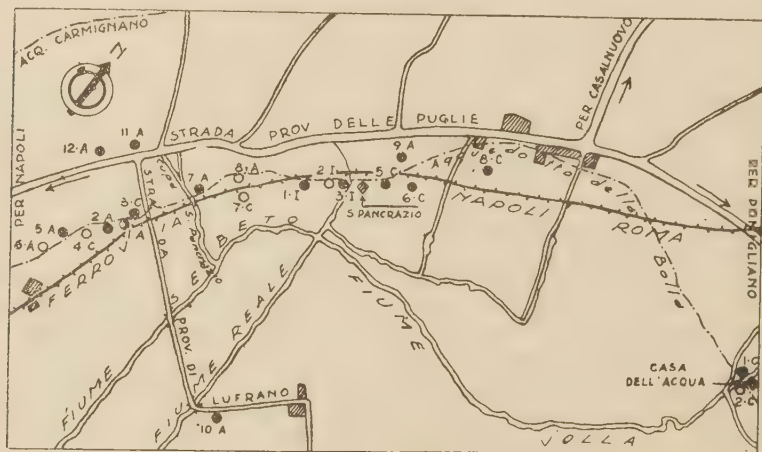
È noto come da parecchi anni la disponibilità idrica della città di Napoli sia divenuta inadeguata alle accresciute esigenze della popolazione e come, specialmente nell' ultimo biennio, per effetto di prolungata ed eccezionale siccità, si sia reso più preoccupante il problema di apportare con la massima urgenza altre acque, onde incrementare la potenzialità dei serbatoi esistenti e costituire una riserva adeguata ai consumi.

Non essendo il vecchio acquedotto del Serino suscettibile di un maggiore potenziamento, la Società per l' Acquedotto di Napoli, giustamente preoccupata di giungere, nel più breve tempo possibile, ad una soluzione, sia pur provvisoria, dell' assillante problema, patrocinò l' idea, che col consenso delle Autorità locali potè avere rapida attuazione, di creare un acquedotto di riserva destinato ad utilizzare la falda profonda individuata nella zona a N. E. della città, tra Poggioreale e Casalnuovo.

Rimandando, per le difficoltà attuali, ad altra epoca la creazione di un acquedotto sussidiario, che utilizzando sorgenti lontane di notevole importanza può rappresentare l' unica soluzione veramente radicale e definitiva dell' annoso problema, si è proceduto intanto alla perforazione di una ventina di pozzi trivellati, per ottenere senza indugio un primo miglioramento nella situazione della città assetata. I sondaggi, eseguiti per cura dell' Ufficio Studi e Lavori dell' Acquedotto di Napoli, sotto la direzione tecnica del direttore Ing. Giovanni Betta e dell' Ing. Giovanni Gianotti, furono iniziati il 15 luglio 1915 nella contrada Casa dell' Acqua ed estesi successivamente nelle vicine località di Salice, San Pancrazio, Lufrano e un po' più a nord di quest' ultima, presso la strada Nazionale delle Puglie, oltre che a Licignano.

I macchinari vennero forniti in parte dal Genio Militare Alleato ed in parte dalla ditta Raffaele Calzolari. Per le canne tubolari fu adottato il sistema a cannocchiale con tubi del diametro da mm. 250 fino a mm. 550. Pochi furono i pozzi risultati sterili (2C, 2I, 7C, 8A, 4C e 6A); tutti gli altri

diedero risultato positivo, fornendo acqua con portata media di litri 50 al secondo. I campioni d'acqua, esaminati dai laboratori di Igiene e Profilassi del Comune di Napoli, risultarono perfettamente potabili. I pozzi di S. Pancrazio (6C, 5C, 3I, 1I) e quelli di Lufrano (3C, 1A, 2A, 5A) sono già in esercizio ed immettono l'acqua nel canale dell'Acquedotto della Bolla, con una portata media di 36.000 m³ giornalieri.

Accogliendo il desiderio del prof. D'Erasmo, l'Ing. Betta offrì cortesemente all'Istituto geologico dell'Università di Napoli tutto il campionario dei terreni attraversati, dei quali la presente nota è destinata a ricordare i principali caratteri, dato l'interesse scientifico e pratico che offre la conoscenza del sottosuolo della regione napoletana, specialmente in questa parte del territorio che è proprio al limite tra la zona flegrea e la vesuviana, e la scarsezza di lavori specifici sull'argomento [1]).

Nel render noti questi primi risultati del mio studio, che mi propongo di completare con l'ulteriore esame dei materiali in via di escavazione dagli altri sondaggi attualmente in corso, sento il dovere di ringraziare la Direzione della Società Acquedotto di Napoli per la liberalità con cui mise a mia disposizione campioni e disegni planimetrici e mi fornì informazioni e notizie, e di esprimere la mia riconoscenza al prof. G. D'Erasmo, che mi

---

[1]) Sui pozzi trivellati di Napoli e dintorni si consultino i lavori seguenti D'Erasmo G., *Studio geologico dei pozzi profondi della Campania*. Boll. Soc. Naturalisti, vol. XLIII, Napoli, 1931 (che comprende tutta la bibliografia fino all'anno 1931); Maddalena L., *Il pozzo eseguito dalle Ferrovie dello Stato per il nuovo palazzo postale di Napoli*. Boll. Soc. geol it., vol. LIII. Roma, 1934; Ippolito F., *Segnalazione di un pozzo esistente nella antica città di Pompei*. Ibidem, vol. XLIX. Napoli, 1937; Id., *Su alcuni pozzi profondi del Napoletano*. Ibidem, vol. LIII. Napoli, 1942.

consigliò il lavoro incoraggiandomi in tutti i modi, ed al prof. A. SCHERILLO, che mi fu pure largo di suggerimenti e di aiuti.

ESAME DEI MATERIALI.

I pozzi, dei quali ho studiato i materiali, sono elencati in ordine topografico ed indicati con gli stessi numeri e le medesime lettere con cui vennero distinti dalla Società Acquedotto di Napoli. Così la lettera *C* si riferisce a tutti quei pozzi per la cui trivellazione furono adoperate sonde della ditta CALZOLARI; la lettera *A* comprende quelli perforati con macchinari americani, e la lettera *I* quelli per cui si impiegarono macchinari inglesi.

Per la topografia dei luoghi si consulti lo schizzo dimostrativo, alla scala di 1 : 20.000, riportato alla pagina precedente.

Pozzo 1 C (Casa dell' Acqua).

Quota del piano di campagna: m. 17,98. Furono rinvenute due falde acquifere: la prima a m. 42 (saliente a m. 3,40) e la seconda a m. 46 (saliente a m. 2,70). Quota assoluta del pelo liquido: m. 15,23.

m. 0,30-m. 5,20 — Cenere mista a sabbia molto fina, grigio-giallastra, ricca di cristalli di sanidino, pirosseno e biotite, parzialmente cementata e con rare conchiglie di minuti gasteropodi terrestri in frammenti.

m. 5,20-m. 6 — Lapillo misto a sabbia con molte, piccole pomici grigie e arrossate. Nella parte sabbiosa abbondano frammenti angolosi di cristalli di sanidino e pagliuzze di biotite; più scarse e di piccole dimensioni sono i cristalli di pirosseno ed i frammenti di ossidiana.

m. 6-m. 11,80 — Strato di pomici grandi e piccole, in massima parte angolose, di colore grigio chiaro, bruno e rossiccio.

m. 11,80-m. 16,50 — Tufo vulcanico giallo, duro, con pomici di colore grigio-verdastro e giallo in gran numero, cristalli di sanidino, pagliuzze di biotite, scorie rossastre e grosse pomici nerastre.

m. 16,50-m. 27,50 — Miscuglio di cenere e sabbia giallastra con molte pomici angolose grigie di varia grandezza e lapillo minuto.

m. 27,50-m. 29 — Strato di grosse pomici angolose trachitiche di colore grigio chiaro e scuro, miste a frammenti di trachite pipernoide.

m. 29-m. 32,50 — Sabbia fina, giallastra, con cristalli di sanidino, pirosseno, biotite e magnetite, piccole pomici grigie e frammentini ossidianici.

m. 32,50-m. 34 — Strato di piccole pomici grigio-chiare o quasi bianche, ricche di biotite.

m. 34-m. 36 — Tufo bianco-grigiastro, semicoerente, sottilmente stratificato, con piccole pomici grigie e frammenti di ossidiana. Ha odore di *humus*.

m. 36-m. 40 — Strato di piccole pomici chiare come a m. 32,50.

m. 40-m. 46 — Tufo coerente grigiastro, sottilmente stratificato, con strati alternati grigio-chiari e marrone e con strati formati da pomici grigie e brune con fenocristalli isolati di augite, biotite e piccoli frammenti di ossidiana.

Pozzo 2 C (Casa dell' Acqua).

Quota del piano di campagna: m. 14,71. La perforazione si arrestò a m. 12, quota alla quale furono incontrati blocchi di lava, senza che si raggiungesse alcuna falda acquifera.

m. 0,50-m. 9,60 — Cenere e sabbia grigiastra con pomici grigie di varia grandezza e variamente diffuse, pochi lapilli arrossati e nerastri, cristalli isolati di sanidino, pirosseno, biotite e magnetite.

m. 9,60-m. 10,90 — Cenere grigia, parzialmente cementata, ricca di cristalli di sanidino e di biotite, con grosse pomici di colore marrone, della grandezza di un pugno, generalmente allungate e bollose.

m. 10,90-m. 12 — Tufo semicoerente di colore grigio-violaceo, ricco di pomici giallastre e marrone; vi si notano inoltre cristalli di sanidino, più rari di pirosseno e pochissimi di magnetite. Lava compatta.

Pozzo 8 C (Salice).

Quota del piano di campagna: m. 16,62. Furono rinvenute due falde acquifere: la prima a m. 6,50 (saliente a m. 2,30) e la seconda a m. 48 (saliente a m. 2,20). Quota assoluta del pelo liquido: m. 14,67.

m. 0-m. 3 — Cenere grigiastra, parzialmente cementata.

m. 3-m. 6 — Cenere grigia, di origine verosimilmente vesuviana.

m. 6-m 6,50 — Lapilli misti a poca sabbia grigio-chiara.

m. 6,50-m. 12 — Pomici grigie della grandezza di una nocciola.

m. 12 m. 14,50 — Sabbia grigia, fina, con pagliuzze di biotite, cristallini di sanidino, pirosseno e magnetite.

m. 14,50 m. 19 — Sabbia simile alla precedente e con i medesimi costituenti, mista a frammenti angolosi di lava, pomici e schegge ossidianiche.

m. 19-m. 33 — Cenere grigio-chiara, mista a poca sabbia più scura.

m. 33-m. 40 — Sabbia fina come sopra, mista a pomici, schegge ossidianiche, scorie e frammenti piccoli e grossi di lava sanidinica e di proietti vulcanici.

m. 40-m. 48 — Miscuglio di sabbia grossolana e lapillo.

m. 48-m. 50 — Cenere e sabbia grigio-violacea con molti cristallini di sanidino, di magnetite e di augite, mista a breccetta costituita da frammenti lavici, ossidianici e pumicei.

Pozzo 9 A (Salice).

Quota del piano di campagna: m. 18,57. Furono rinvenute due falde acquifere: la prima a m. 11 (saliente a m. 4,50) e la seconda a m. 26 (saliente a m. 4,25). Quota assoluta del pelo liquido: m. 14,35.

m. 0-m. 8,70 — Cenere e sabbia grigiastra, parzialmente cementata.

m. 8,70-m. 11 — Poca sabbia giallastra con cristalli isolati di sanidino, augite e biotite, mista a frammenti scoriacei e vetrosi ed a grosse pomici fibrose bruno-giallastre.

m. 11-m. 14,50 — Proietti vulcanici, metamorfici e tufacei, misti a frammenti di lava grigio-scura molto compatta e ad altri pumicei ed ossidianici.

m. 14,50-m. 19,40 — Tufo semicoerente, friabilissimo, di colore grigio-violaceo, costituito da una massa cinerea a grana finissima, in cui sono immerse pomici brune e giallastre e frammenti lavici grigi e arrossati.

m. 19,40-m. 26 — Sabbia e cenere grigio-violacea con molte pomici piccole e piccolissime e frammenti di cristalli di sanidino e pirosseno.

m. 26-m. 29,30 — Strato di pomici quasi bianche di varia grandezza, da minutissime fino a grosse quanto una noce.

m. 29,30-m. 31 — Sabbia grigia, a grana fina, con frammenti di cristalli di sanidino, di pirosseno, di magnetite e rare laminette micacee, mista a minuti frammenti lavici e ossidianici ed a pomici biancastre di varia grandezza.

m. 31-m. 32,40 — Cenere mista a poca sabbia di colore grigio chiarissimo, con poche e piccolissime pomici quasi bianche e qualche frammentino lavico. Vi si notano cristalli di sanidino, mica, pirosseno e più scarsi di magnetite.

m. 32,40-m. 33,50 — Ghiaietta vulcanica costituita per la massima parte da frammenti di lava e di ossidiana, mista a lapilli, a molte pomici biancastre ed a poca sabbia con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite.

m. 33,50-m. 43,20 — Cenere e sabbia grigio-chiarissima simile alla precedente.

m. 43,20 m. 44,50 — Pomici grigie di varia grandezza (2-10 mm.) miste a lapilli, frammenti ossidianici ed a poca sabbia costituita da cristalli di sanidino, pirosseno, biotite e molti di magnetite.

m. 44,50-m. 51 — Ancora cenere e sabbia grigio-chiarissima come sopra.

Pozzo 6 C (San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 15,94. Furono rinvenute due falde acquifere, a quota non precisata, salienti a m. 1,75. Quota assoluta del pelo liquido: 14,36.

m. 1-m. 3,80 — Cenere grigio-scura con piccole pomici.

m. 3,80-m. 9 — Cenere grossolana e sabbia grigio-giallastra con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite, mista a pomici ed a frammenti lavici.

m. 9-m. 19 — Sabbia a grana fina, grigio-giallastra.

m. 19-m. 21,30 — Grosse pomici angolose grigio-nerastre.

m. 21,30-m. 22 — Sabbia grossa e fina, grigio-rossastra, ricca di cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e più scarsa biotite, mista a frammenti di ossidiana e di lava trachitica.

m. 22-m. 27 — Strato di pomici, prevalentemente piccole, di colore grigio chiaro.

Pozzo 5 C (San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 17,30. Furono rinvenute due falde acquifere: la prima a m. 7,50 (saliente a m. 3,20) e la seconda a m. 38 (saliente a m. 3,10). Quota assoluta del pelo liquido: m. 14,30.

m. 1,20-m. 7,50 — Sabbia grossolana grigio-giallastra mista a cenere, con pochi cristalli di sanidino, di pirosseno, di biotite e di magnetite, molte pomici e qualche frammento ossidianico.

m. 7,50-m. 10,50 — Grosse pomici grigio-scure e nerastre ricchissime di sanidino e di biotite, miste a cenere gialla.

m. 10,50-m. 14 — Proietti vulcanici metamorfosati.

m. 14-m. 20 — Tufo semicoerente di colore rosa-ciclamino, nella cui massa, costituita da cenere fina, sono sparse pomici fresche e fibrose di colore giallo e giallo-verdiccio, cristalli di sanidino e frammentini grigiastri lapidei.

m. 20-m. 25,50 — Grosse pomici grigio-scure esternamente rivestite di cenere grigio-violacea.

m. 25,50-m. 38 — Strato di pomici prevalentemente piccole, poco bollose, di colore grigio-chiaro.

Pozzo 31 (San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 16,58. Furono rinvenute tre falde acquifere: la prima a m. 5,80 (saliente a m. 3,05); la seconda a m. 22,50 (saliente a m. 5); la terza m. 37 (saliente a m. 2,65). Quota assoluta del pelo liquido: m. 14,28.

m. 0,80-m. 1,20 — Tufo semicoerente di colore giallo pallido e grosse pomici grigio-chiare ricche di grossi cristalli di sanidino.

m. 1,20-m. 5,80 — Lapillo grigio-nerastro misto a scorie ricchissime di sanidino, pomici chiare di aspetto fibroso, frammenti ossidianici e lavici.

m. 5,80-m. 16 — Scorie grigio-nerastre, ricchissime di sanidino e di biotite, ordinariamente inglobate da cenere gialla, che si trova anche cementata a formare tufo giallo, semicoerente, a grana fina.

m. 16-m. 22 — Pomici nerastre, grosse e piccole, miste a sabbia e cenere grigio-violacea con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite.

m. 22-m. 22,50 — Strato di pomici prevalentemente grosse ed angolose, di colore grigio chiaro, rivestite di un sottile strato di cenere rosa.

m. 22,50-m. 24,50 — Cenere di colore grigio-roseo molto chiaro con minutissime pomici bianche e pagliuzze micacee.

m. 24,50-m. 28 — Miscuglio di sabbia grossolana, cenere simile alla precedente, lapillo minuto e pomici chiare.

m. 28-m. 37 — Strato di pomici quasi bianche, per la maggior parte piccole.

Pozzo 21 (San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 16,90. Non fu raggiunta alcuna falda acquifera.

m. 0-m. 3,80 — Cenere grossolana grigia con poche, piccole pomici.

m. 3,80-m. 17 — Sabbia fina e cenere di colore grigio-chiaro tendente al giallognolo, con cristalli di sanidino, pirosseno, biotite e magnetite, mista a frammentini ossidianici ed a pomici trachitiche di diversa grandezza e variamente diffuse.

m. 17-m. 35 — Cenere e sabbia grigia con squamette di biotite e poche piccole pomici chiare arrotondate.

m. 35-m. 39,90 — Lapillo grigio-nerastro prevalentemente minuto, scorie, frammenti angolosi di trachite sanidinica variamente diffusi e pomici angolose chiare misti a sabbia grossa grigio-scura, molto magnetica, con cristalli di sanidino, di augite, di biotite e scheggette ossidianiche.

m. 39,90-m. 48,10 — Sabbia e cenere grigio-chiarissima, quasi bianca, ricchissima di sanidino e di magnetite e con cristalli meno frequenti di pirosseno e di biotite, mista a molte piccole pomici biancastre ed a frammentini ossidianici.

m. 48,10-m. 48,30 — Sabbia finissima, dello stesso colore della precedente, con numerose, minutissime pomici di aspetto sericeo.

Pozzo 1 I (San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 17,69. Falda acquifera incontrata a profondità non precisata. Quota assoluta del pelo liquido: m. 14,24.

m. 0-m. 10 — Cenere grossolana giallastra con cristalli di sanidino, di pirosseno, di magnetite e di biotite, poche, piccole pomici biancastre e grigie e frammenti ossidianici.

m. 10-m. 12 — Breccia costituita da frammenti di lava trachitica di grandezza varia, alcuni dei quali arrossati, proietti vulcanici, frammenti ossidianici e piccole pomici grigie, mista a cenere simile alla precedente ma con frammenti cristallini più grossi.

m. 12-m. 17 — Miscuglio di sabbia grigia, prevalentemente grossa, ricca

di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite, con lapilli vari, pomici, frammenti ossidianici e lavici alterati.

m. 17-m. 21 — Strato di pomici grandi e piccole di colore grigio scuro, miste a poca sabbia grossolana della stessa tinta.

m. 21-m. 27,50 — Pomici piccole e piccolissime, per la massima parte grigio-chiare, e lapilli lapidei scuri di varia grandezza, misti a poca sabbia fina, leggermente magnetica, con cristalli di sanidino, di pirosseno e frammentini ossidianici.

Pozzo 7 C (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 15,59. Non fu raggiunta alcuna falda acquifera.

m. 0-m. 1,50 — Cenere grossolana grigia.

m. 1,50-m. 3,80 — Cenere grigia con piccolissime e rare pomici, squamette di biotite e minute conchiglie di molluschi (*Goniodiscus rotundatus* Müller, *Carychium minimum* Müller, *Vertigo antivertigo* Draparnaud, *Limnaea* sp., *Vallonia pulchella* Müller, *Valvata* sp., *Sphaerium corneum* (Linneo).

m. 3,80-m. 4,60 — Sabbia fina, grigia, con cristallini di sanidino, pirosseno, magnetite e meno frequenti di biotite.

m. 4,60-m. 9 — Cenere simile alla precedente e con identiche conchiglie.

m. 9-m. 10,80 — Sabbia grigio-chiara con squamette di mica nera e bianca, cristalli di sanidino, di pirosseno e di magnetite, mista a minuto lapillo chiaro.

m. 10,80-m. 17 — Sabbia fina, ad elementi un po' arrotondati, di colore grigio leggermente giallastro, con cristalli di sanidino, pirosseno, biotite, magnetite e pochi, minuti frammenti ossidianici e lavici.

m. 17-m. 17,50 — Sabbia come la precedente, mista ad abbondante lapillo scuro.

m. 17,50-m. 28 — Sabbia fina, mista a molta cenere di colore grigio-chiaro un po' giallastro.

m. 28-m. 35 — Sabbia grigio-giallastra, mista a lapillo, nella quale furono rinvenuti denti di *Bos taurus* L. (1° molare inf. destro) e di *Equus asinus* L. (3° premol. inf. destro, 3° mol. sup. sin.).

m. 35-m. 41 — Sabbia grigia, fina e media, con qualche frammento di tufo giallo.

m. 41-m. 18 — Sabbia grossolana grigia, mista a frammenti ossidianici, pumicei, lavici e di tufo giallo a grana fina.

Pozzo 8 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 17,44. Non fu raggiunta alcuna falda acquifera.

m. 0-m. 5,80 — Cenere incoerente grigia parzialmente cementata,

m. 5,80-m. 8,50 — Tufo di colore grigio-chiaro, a grana fina, con piccolissime schegge nere di ossidiana e qualche lamella micacea.

m. 8,50-m. 14,80 — Cenere grossolana grigio-giallastra mista a lapilli, con cristalli di feldspato, di augite, di magnetite, di biotite e piccoli inclusi di carbonato.

m. 14,80-m. 19,70 — Sabbia grigia a grana fina, con frequenti cristallini di pirosseno, di sanidino, di magnetite e più scarsi di biotite, mista a cenere vulcanica, parzialmente cementata, contenente scarso carbonato di calcio. Vi si trovano rare conchiglie di *Vertigo antivertigo* Draparnaud.

m. 19,70-m. 20,30 — Sabbia più fina della precedente, quasi passante a cenere, con frammenti ossidianici e pomici generalmente piccole e grigie.

m. 20,30-m. 29,60 — Cenere mista a sabbia, di colore grigio-chiarissimo, con piccole e piccolissime pomici quasi bianche e qualche frammento di lava leucitica.

m. 29,60-m. 44,30 — Sabbia fina e media, costituita da cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite, piccole pomici e frammentini ossidianici, mista a pomici più grosse e frammenti lavici variamente diffusi. Fra i 30 e i 35 m. furono rinvenuti scarsi frammenti di molari e di ossa di equini, non determinabili.

m. 44,30-m. 50 — Sabbia grigio-chiara, fina, con molte, piccole pomici biancastre e frammentini ossidianici.

Pozzo 7 A (Cupa San Pancrazio).

Quota del piano di campagna: m. 18,64. Furono rinvenute due falde acquifere, a quota non precisata, salienti a m. 5,30. Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,87.

m. 0-m. 3,20 — Cenere di colore giallo carico.

m. 3,20-m. 7,20 — Sabbia e cenere giallastra miste a piccole pomici grigie

m. 7,20-m. 13,30 — Sabbia a grana fina, grigio-chiara un po' gialliccia, mista a tufo giallo a grana fina.

m. 13,30-m. 27 — Tufo molto friabile grigio-violaceo, ricco di pomici che si sfarinano, ravvicinate fra loro e di colore grigio-giallastro e grigio-verdastro.

m. 27-m. 30 — Ghiaia vulcanica, ad elementi non troppo arrotondati, mista a poca sabbia ricca di magnetite e di cristalli di sanidino e di pirosseno.

m. 30-m. 36 — Strato di pomici quasi bianche piccole e piccolissime.

Pozzo 3 C (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 16,93. Falda acquifera raggiunta a profondità non precisata. Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,73.

m. 0,80-m. 2,40 — Pomici piccole e piccolissime di colore grigio-giallastro miste a cenere della stessa tinta con poche scheggette di ossidiana.

m. 2,40-m. 5 — Cenere e sabbia fina, giallastra con pochi e piccoli cristalli di sanidino.

m. 5-m. 12,80 — Tufo di colore giallo, a grana fina, leggero, con rare, piccole pomici di colore giallo carico, cristalli di sanidino e laminette di mica nera. Tufo giallo con pomici grigie di varia grandezza, frammenti ossidianici ecc.

m. 12,80-m. 20,50 — Grosse pomici grigio-nerastre esternamente rivestite di cenere grigio-violacea.

m. 20,50-m. 23 — Grosse pomici arrotondate e molto bollose di colore grigio-chiaro e di aspetto sericeo.

m. 23-m. 24,20 — Miscuglio di sabbia fina e grossa con masserelle di tufo semicoerente punteggiato di bianco, pomici grigio-chiare di grandezza varia e numerosi lapilli lapidei grigio-nerastri, per la massima parte a spigoli arrotondati. Vi si notano cristallini di sanidino, scarsi di pirosseno e molti di magnetite, tutti generalmente arrotondati.

m. 24,20-m. 26 — Tufo giallo con pomici grigie di varia grandezza, frammenti ossidianici, cristalli di sanidino ecc.

m. 26-m. 29,50 — Letto di pomici grigie di varia grandezza, da piccolissime a grosse, miste a lapilli grigio-nerastri generalmente piccoli.

m. 29.50-m. 37 — Letto di pomici chiare, quasi bianche, di grandezza varia e con pagliuzze di biotite.

m. 37-m. 38 — Brecciola vulcanica formata da pomici piccole e grosse, grigie e nerastre, e da cristalli di augite, cementati da cenere fina di colore giallo pallido.

Pozzo 1 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 16,53. Falda acquifera incontrata a profondità non precisata. Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,71.

m. 0-m. 19,20 — Miscuglio di sabbia e cenere giallastra con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite, numerose pomici grigie e nerastre di varia grandezza e pochi frammenti ossidianici.

m. 19,20-m. 22 — Strato di grosse pomici grigio-chiare arrotondate.

m. 22-m. 28,10 — Sabbia media e grossa, grigio-chiara, con minuscoli cristalli di sanidino, pirosseno e magnetite; piccole pomici angolose quasi bianche, frammenti minuti ed angolosi di trachite e qualche lapillo arrossato.

m. 28,10-m. 30,10 — Tufo di colore giallo-grigiastro, a grana fina e grosse pomici scure.

m. 30,10-m. 42 — Sabbia grossolana poligenica con piccole pomici grigio-chiare e scure, scarsa magnetite, schegge ossidianiche e frammenti di lava.

Pozzo 2 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m 17,89. Falda acquifera raggiunta a profondità non precisata. Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,71.

m. 0,80-m. 8,50 — Cenere grossolana giallastra con scheggette ossidianiche.

m. 8,50-m. 11,30 — Sabbia finissima grigio-giallastra con poche pomici piccole, cristallini di sanidino, pirosseno e magnetite e qualche frammento ossidianico.

m. 11,30-m. 13 — Sabbia simile alla precedente, mista a frammenti lavici angolosi.

m. 13-m. 17,20 — Strato di pomici grigio-chiare, piuttosto arrotondate, piccole e piccolissime, miste a frammenti di ossidiana.

m. 17,20-m. 21,50 — Tufo di colore giallo con molte pomici fibrose, di aspetto sericeo, di dimensioni varie, poco aderenti alla massa da cui si distaccano facilmente e di colore grigio-chiaro; non manca qualche frammento ossidianico e qualche pagliuzza di mica. Grossi frammenti di ossidiana e di lava compatta.

m. 21,50-m. 24,30 — Pomici angolose grigio-nerastre, miste a sabbia della stessa tinta, leggermente violacea, con molti cristallini di sanidino, magnetite e frammentini ossidianici.

m. 24,30-m. 28 — Tufo friabile di colore grigio-violaceo con grosse pomici nerastre.

m. 28-m. 28,40 — Breccia costituita da frammenti ossidianici, lavici e pumicei, mista a sabbia fina con cristalli di sanidino, pirosseno e magnetite.

m. 28,40-m. 29,30 — Tufo friabile grigio-violaceo.

m. 29,30-m. 30 — Sabbia fina, grigia, con pomici piccole anch'esse grigie, rammenti ossidianici e cristalli di pirosseno e magnetite.

m. 30-m. 30,80 — Pomici grigio-chiare, piccole e piccolissime, miste a poca sabbia ed a brandelli di lava leucitica.

m. 30,80-m. 31,70 — Tufo di colore grigio pallido con massa cinerea a grana fina, povero di pomici di color giallo carico o grigie, nella massima parte assai piccole e fortemente aderenti alla massa.

m. 31,70-m. 40 — Pomici grigio-chiare, di grandezza varia, in gran parte angolose, frammiste a sabbia grossa con cristalli verdi di pirosseno, scarsa magnetite e frammenti ossidianici.

Pozzo 4 C (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 18. Non fu raggiunta alcuna falda acquifera.

m. 0-m. 7 — Sabbia e cenere grigia con frammentini angolosi di lava.

m. 7-m. 9 — Sabbia e cenere giallastra con cristalli numerosi di sanidino, augite e magnetite, mista a lapillo formato da pomicette chiare e frammenti angolosi di trachite.

m. 9-m. 25,50 — Sabbia grigio-giallastra, piuttosto fina e ad elementi arrotondati, ricca di cristalli di sanidino, augite, magnetite e biotite. Vi si notano, inoltre conchiglie di gasteropodi terrestri in frammenti.

m. 25,50-m. 26 — Strato formato da grossi pezzi di vetro vulcanico in parte ossidianico, nero, ed in parte pumiceo, bolloso, grigio. Vi si notano cristalli di sanidino e di biotite.

m. 26-m. 29 — Sabbia vulcanica grigio-giallastra, più chiara della precedente, ma con gli stessi costituenti, con piccole pomici biancastre e frammentini di ossidiana. Verso la fine di questo strato furono rinvenuti due premolari di *Bos* (*Bubalus*) sp. e un 3° molare inf. destro di *Bos taurus* L.

m. 29-m. 34,50 — Sabbia a varia grana, grigio-giallastra, ricchissima di magnetite e con frequenti cristalli di sanidino, augite e biotite generalmente arrotondati, mista a numerosi frammentini di ossidiana e di lava trachitica e leucitica.

Pozzo 5 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 18,83. Furono rinvenute tre falde acquifere: la prima a m. 7,60 (saliente a m. 5,80), la seconda a m. 39,50 (saliente a m. 5,40) e la terza a m. 43 (saliente a m. 5,30). Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,52.

m. 0-m. 7,60 — Cenere e sabbia fina giallastra, con rare e piccole pomici chiare arrotondate.

m. 7,60-m. 11,20 — Sabbia a grana varia, grigiastra, con sanidino, magnetite, biotite e frammentini di lava e di ossidiana.

m. 11,20-m. 17,30 — Sabbia fina, grigia, con numerosi cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite, mista a molte pomici angolose grigio-scure.

m. 17,30-m. 31 — Sabbia finissima passante a cenere, di colore grigio-chiaro leggermente giallognolo, debolmente magnetica, con minutissime pomici chiare e pochi frammenti ossidianici.

m. 31-m. 43 — Sabbia a varia grana, grigia, con cristalli di sanidino, di augite, di biotite e moltissimi di magnetite, mista a lapilli lapidei scuri ad a molte pomici di diverse dimensioni variamente diffuse.

Pozzo 6 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 19,36. Non fu raggiunta alcuna falda acquifera.

m. 0 m. 6,80 — Cenere e sabbia fina giallastra.

m. 6,80 m. 16,70 — Cenere vulcanica più chiara con minuti cristalli di sanidino, pirosseno e scarsa magnetite, mista a frammentini di ossidiana e di lava trachitica.

m. 16,70-m. 19,80 — Cenere mista a sabbia finissima di colore grigio-giallastro, con piccoli frammenti ossidianici e con cristalli di sanidino, pirosseno e magnetite.

m. 19,80-m. 31,10 – Sabbia fina di colore grigio con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e pochi di biotite, mista a minuta ghiaia nera.

m. 31,10-m. 32,70 — Sabbia fina e media, ad elementi arrotondati, più scura della precedente, con molti lapilli scuri e frammenti angolosi di lava trachitica.

m. 32,70-m. 33,50 — Grossi frammenti di vetro vulcanico a struttura pumicea ed ossidianica, di colore grigio e nerastro, ricchi di cristalli di sanidino e di biotite, misti a sabbia simile alla precedente.

m. 33,50-m. 53,30 — Sabbia e cenere grigio giallognola a varia grana, con cristalli di sanidino, biotite, magnetite ed augite, in parte arrotondati, mista a lapilli di vario colore e grandezza anch' essi arrotondati ed a proietti vulcanici variamente diffusi.

m. 53,30-m. 81 — Sabbia di varia grana, mista a cenere, di colore grigio, con cristalli di sanidino, augite. biotite e magnetite, frammenti di ossidiana e di lava sanidinica variamente diffusi e lapilli di vario colore.

Pozzo n. 10 A (Lufrano).

Quota del piano di campagna: m. 12,83. A m. 21,80 di profondità si rinvenne acqua zampillante fino a m. 0,50, il cui livello successivamente discese fino a m. 0,30 sotto il piano di campagna.

m. 0-m. 2,30 — Cenere grigia con molte, piccole conchiglie di *Bythinia Boissieri* Charp., *Planorbis planorbis* Lin., *Planorbis planorbis* var. *Philippii* Monterosato, *Helix* sp., *Limnaea palustris* (Müller), *Caecilioides acicula* (Müller), *Vertigo pygmaea* Draparnaud, *Vallonia pulchella* Müller, *Carychium minimum* (Müller), ecc.

m. 2,30-m. 6 — Cenere grigia, un po' più scura della precedente, in parte agglomerata, con residui vegetali, squamette di biotite e conchiglie di *Bythinia Boissieri* Charp., *Planorbis planorbis* Lin., *Planorbis planorbis* var. *Philippii* Monterosato, *Limnaea palustris* (Müller), *Vertigo antivertigo* Draparnaud, *Carychium minimum* (Müller), *Valvata piscinalis* (Müller), *Succinea elegans* Risso, *Physa fontinalis* Lin., *Sphaerium corneum* (Lin.), *Pisidium* sp.

m. 6-m. 8,20 — Residui vegetali abbondantissimi impregnati di cenere vulcanica e con conchiglie di *Velletia lacustris* Lin., *Planorbis planorbis* Lin., *Bythinia Boissieri* Charp., *Physa acuta* (Draparnaud), *Physa fontinalis* Lin., *Unio* sp., *Pisidium* sp.

m. 8,20-m. 12,80 — Cenere grigia con rare e piccolissime pomici e conchiglie di gasteropodi in frammenti.

m. 12,80-m. 14,20 — Lapillo misto a sabbia grigia.

m. 14,20-m. 18,50 — Cenere grigio-chiara, cementata, con pochi residui vegetali e frammenti di conchiglie.

m. 18,50 m. 19,50 — Argilla plastica grigia mista a pomici arrotondate bianche.

m. 19,50-m. 20 — Cenere mista a concentrazioni di sostanza organica, che per la tinta bruno-nerastra spiccano nella massa cinerea grigio-chiara.

m. 20-m. 21,90 — Cenere grigio-chiara, quasi bianca, cementata.

m. 21,90-m. 24 — Breccetta vulcanica costituita da pomici, frammenti lavici ed ossidianici, mista a sabbia grigia con cristalli di sanidino, pirosseno e magnetite.

m. 24-m. 27 — Sabbia grossolana grigia con cristalli di sanidino, augite, biotite e magnetite, mista a breccetta vulcanica ed a molte pomicette.

m. 27-m. 30 — Cenere grossolana, grigia, con cristalli di sanidino, augite, magnetite, qualche laminetta di mica, piccole pomici e pochi frammenti ossidianici.

m. 30-m. 30,40 — Sabbia grigia, un po' più fina della precedente.

m. 30,40-m. 48,30 — Cenere grossolana come sopra.

m. 48,30-m. 51 — Sabbia grigio-scura, media e grossa, con frammenti di lava, di pomici, di proietti vulcanici, molti di ossidiana e cristalli di sanidino, di pirosseno, di magnetite.

Pozzo 11 A (Strada nazionale delle Puglie).

Quota del piano di campagna: m. 25,75. Furono rinvenute tre falde acquifere: la prima a m. 30,20 (saliente a m. 13,20); la seconda a m. 30,50 (saliente a m. 12,80); la terza a m. 35,40 (saliente a m. 12,30). Quota assoluta del pelo liquido: m. 13,49.

m. 0-m. 7 — Cenere giallastra con cristallini di sanidino, frequenti frammenti ossidianici e pomici chiare.

m. 7-m. 8,40 — Cenere simile alla precedente, mista ad un maggior numero di pomici.

m. 8,40-m. 13 — Ancora cenere giallastra, ma con pomici in minor numero e più piccole.

m. 13-m. 15,80 — Strato di grosse pomici (5-7 cm.) grigie.

m. 15,80-m. 30,50 — Lapillo vario di colore grigio, con grosse e piccole pomici, frammenti lavici e ossidianici, misto a poca sabbia con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite.

m. 30,50-m. 30,80 — Grosse pomici grigie come prima.

m. 30,80-m. 35,40 — Grosse pomici (5-10 cm.) grigio-chiare.

m. 35,40-m. 37,90 — Sabbia a grana varia con frammenti lavici, pumicei, ossidianici, cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite e biotite.

Pozzo 12 A (Strada nazionale delle Puglie).

Quota del piano di campagna: m. 27. Furono rinvenute due falde acquifere: la prima a m. 17,30 (saliente a m. 14,05) e la seconda a m. 46,60 (saliente a m. 13,94). Quota assoluta del pelo liquido: m. 12,95.

m. 0-m. 0,50 — Terreno superficiale.

m. 0,50-m. 3,20 — Cenere grigio-chiara con piccole pomici e frammenti lavici.

m. 3,20-m. 6,90 — Cenere grigio-giallastra e con pomici più grosse.

m. 6,90-m. 9,80 — Miscuglio di cenere come la precedente e sabbia con molte pomici e frammenti ossidianici.

m. 9,80-m. 16,40 — Cenere giallastra con poche, piccole pomici.

m. 16,40-m. 17 — Sabbia giallo-rosacea fina e media, con cristallini di sanidino, pirosseno e magnetite, mista a molto lapillo piuttosto minuto.

m. 17-m. 17,30 — Sabbia media e grossa, prevalentemente scura, costituita da molti cristallini di sanidino, augite, magnetite, biotite, frammenti ossidianici e piccole pomici.

m. 17,30-m. 22 — Tufo giallo con molte pomici grigio-chiare, frammentini ossidianici, pagliuzze di biotite e scorie nerastre ricche di sanidino.

m. 22-m. 26,50 — Lapillo minuto misto a qualche frammento pumiceo un po' più grande.

m. 26,50-m. 32,70 — Sabbia grigio-violacea, a grana varia, con cristalli di sanidino, di pirosseno, di magnetite, di biotite e molte piccole pomici.

m. 32,70-m. 36 — Sabbia vulcanica grigia, fina e grossolana, con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite, biotite, frammenti ossidianici e pomici di varia grandezza.

m. 36-m. 37,50 — Lapillo prevalentemente minuto con qualche pomice più grossa e cenere parzialmente cementata punteggiata di bianco (leucite o ortoclasio caolinizzati).

m. 37,50-m. 41,60 — Lapillo più grosso e più chiaro, con molte pomici.

m. 41,60-m. 44 — Lapillo minuto misto a frammenti di tufo semicoerente grigio-chiaro con venature giallastre e tracce di stratificazione, a grana fina e con molti cristallini di biotite.

m. 44-m. 47,60 — Strato di pomici grigio-chiare, di varia grandezza, da piccolissime a grosse quanto una noce, miste a pochi frammenti lavici.

Pozzo 9 C (Licignano).

Quota del piano di campagna: m. 26,60. A m. 10,50 di profondità si rinvenne acqua, saliente fino a m. 6,40. Quota assoluta del pelo liquido: m. 7.

m. 0-m. 2,70 — Tufo di colore grigio scuro con strisce giallastre.

m. 2,70-m. 5,50 — Pomici parzialmente cementate da sabbia e cenere giallo-bruna.

m. 5,50-m. 6 — Cenere bruna, parzialmente agglomerata, con poche pomici grigio-chiare.

m. 6-m. 10,50 — Cenere gialla e sabbia grossolana con cristalli di sanidino, pirosseno, magnetite, biotite e frammenti lavici e pumicei di maggiori dimensioni,

m. 10,50-m. 24 — Tufo di colore giallo con molte laminette di biotite e con scorie più o meno grosse di colore grigio-nerastro, pomici grigie e gialle e cristallini tabulari di feldspato vitreo.

m. 24-m. 30 — Tufo come il precedente ma di colore grigio un po' tendente al giallo.

m. 30-m. 32 — Tufo di colore grigio chiaro con scorie nere e pomici grigie.

m. 32-m. 40 — Tufo giallo come a m. 10.50.

m. 40-m. 41 — Tufo grigio come a m. 30.

m. 41-m. 41,80 — Sabbia e cenere grigia, cen cristallini di sanidino, pirosseno e magnetite, miste a molte, piccole pomici grigio-chiare, poche e più grosse grigio-scure ed a frammentini ossidianici.

m. 41,80-m. 46.50 — Sabbia grigia, fina e grossa, mista a ghiaietta vulcanica ed a lapillo.

Conclusione

Riassumendo le osservazioni che il precedente esame dei materiali ha permesso di fare, si nota facilmente come i pozzi recentemente trivellati, benchè non abbiano attraversato che poche diecine di metri, hanno offerto allo studio una successione di materiali, in massima parte piroclastici, di vario tipo chimico e mineralogico e di diversa consistenza e compattezza. Quasi tutti questi prodotti offrono caratteri che li dimostrano sicuramente di deposito subaereo: e tale conclusione e avvalorata dalla presenza di alcuni denti di equini e di bovini rinvenuti nelle trivellazioni 7C, 8A, 4C e di avanzi di gasteropodi terrestri, generalmente associati a resti di malacofauna di acqua dolce (pozzi 7C, 8A, 10A). Tutti gli avanzi organici suscettibili di determinazione si rivelano appartenenti a specie viventi nella regione. Tali caratteri provano che il sollevamento generale del territorio doveva già essere avvenuto allorchè si depositavano i materiali da me esaminati, e che dovevano esistere qua e là stagni di limitata estensione, nelle cui acque vivevano, oltre alle piante che hanno poi dato origine ai piccoli straterelli torbosi, le minute conchiglie di *Planorbidae, Helicidae, Auriculidae, Vertiginidae, Sphaeridae,* ecc. e si accumulavano scarsi sedimenti argillosi.

La maggior parte dei depositi inferiori si rivela di origine sicuramente flegrea; mentre superficialmente appaiono chiaramente i prodotti vesuviani (per lo più tufi grigi incoerenti): il che non può meravigliare, data l'ubicazione di questi pozzi, assai prossimi alle falde nord-occidentali del Vesuvio. Tanto i dati biologici che quelli petrografici concordano pertanto nel dimostrare estremamente giovane l'età dei prodotti piroclastici qui presi in esame, che appaiono riferibili alle ultime fasi eruttive flegree o addirittura alla posteriore attività vesuviana.

Napoli, Istituto di Geologia e Paleontologia dell' Università, novembre 1946.

La cupola lavica del Monte Spina, nei Campi Flegrei

Nota dell'ing. **Luciano Vighi,** *presentata dal socio corr.* **G. Ippolito**

(Adunanza del dì 3 dicembre 1946)

Sunto. — Dallo studio di tre affioramenti rinvenuti al Monte Spina e dalla osservazione della topografia della zona si deduce la presenza di una cupola lavica finora mai segnalata. Si danno poi le descrizioni macroscopiche di alcuni dei campioni della roccia affiorante ed i risultati della analisi microscopica di alcune sezioni sottili da essi ricavate. Le osservazioni e i dati raccolti, nonchè i risultati della analisi chimica, permettono di definire la lava che affiora al Monte Spina come una *fonolite nefelinica con tendenza verso una alcalitrachite.*

1. *Descrizione degli affioramenti.*

Adiacente alle rive S-W del prosciugato lago di Agnano, nei Campi Flegrei (Napoli), si innalza il cosidetto Monte Spina, che è una collina a ripido pendio, alta circa 162 m, costituita in massima parte da brecce e tufi vulcanici.

Procedendo a mezza costa da N verso W, tra quota zero e quota 50, si incontrano tre affioramenti di lava che presentano le seguenti carattestiche:

1. Affioramento n. 1, tra quota zero e quota 25, nelle pendìci N del monte.

Ha un fronte della larghezza di circa 20 m e di altezza variabile. Alla sinistra dell' osservatore volto verso l' affioramento, cioè verso E, presenta un' altezza di circa 7 m, che cresce verso il centro, dove raggiunge i 10 m, per decrescere poi verso W fino a quattro metri circa. Queste dimensioni, d' altronde approssimate, non rivestono nessun interesse per quanto riguarda la valutazione della potenza della coltre di lava, in quanto non rappresentano che quella parte di essa messa a giorno dai lavori di scavo di una cava di pietra da taglio, oggi abbandonata, che era stata ivi impiantata. Ma dalla osservazione dei lavori di sterro effettuati per l' impianto della cava — lavori di lievissima entità — e per il fatto che lo spazio pianeggiante attualmente esistente davanti alla parete di lava è profondo soltanto pochi metri, si può dedurre che i lavori di abbattimento si sono approfonditi molto poco e che quindi già a poca distanza dalla superficie libera affiorante la lava presenta un notevole spessore. Infatti, dato che la parete di lava si interrompe bruscamente all' altezza del piano del terreno e che a questo livello, specialmente verso il centro dell' affioramento, la lava è uniforme e compatta,

si può dedurre che la parete stessa continua sotto il livello del terreno e che quindi la potenza della lava affiorante non è che una parte della reale potenza di essa.

Si può perciò stabilire, in base allo spessore in vista, che lo spessore della coltre di lava in corrispondenza di questo affioramento è superiore, e forse di parecchio, ai dieci metri.

Verso il centro dell'affioramento, in basso, la lava si presenta omogenea e compatta. Nelle restanti parti la lava presenta evidente fluidità che, specialmente nelle estremità destra e sinistra, è molto confusa e tormentata, cosicchè la lava si presenta qui, in alcuni punti, fino a scoriacea.

Le superficie di scorrimento presentano, nelle grandi linee, una direzione media W-E, con una pendenza media di dieci gradi circa verso N.

Su tutto il fronte dell'affioramento si notano fratture ad andamento quasi verticale, interessanti tutta l'altezza di lava affiorante.

2. Affioramento n. 2, a quota 25 circa, nelle pendici N-W del monte.

La lava affiora qui naturalmente in una parte dove non è stato possibile il deposito di terreno vegetale ed il conseguente attecchimento di vegetazione a causa della forte inclinazione della superficie libera della lava. Lo affioramento ha la forma di una striscia lunga circa 40 m, di spessore variabile da pochi centimetri fino ad un massimo di circa cinque metri. Al disotto di questa striscia, tra il terreno vegetale, affiora qua e là, in piccole zone, una lava fortemente fluidale che presenta una sensibile laminazione; tale lava costituisce evidentemente la superficie più esterna della massa. Al disotto di questa lava, sempre tra il terreno vegetale, si ritrovano piccoli affioramenti di una breccia costituita da scorie e da materiale cineritico debolmente cementato. La larga striscia di lava affiorante a quota 25 è, come nell'altro affioramento, più o meno fluidale; non è possibile ricavare adesso una direzione media delle superficie di scorrimento, perchè tale direzione varia grandemente da punto a punto.

Anche qui la lava è fratturata e le fratture di raffreddamento sono verticali o poco inclinate.

3. Affioramento n. 3, tra quota 25 e quota 50, nelle pendici W del monte.

Anche in questo affioramento era impiantata una cava, ora abbandonata. Evidentemente, sia in questo che nell'affioramento n. 1, vennero effettuati tentativi di sfruttamento in seguito abbandonati per la scarsa omogeneità del materiale. In questo affioramento, infatti, in corrispondenza della parte centrale del fronte, che è la più compatta, è scavata una piccola grotta le cui pareti sono costituite da una lava dall'aspetto molto omogeneo e compatto, la quale però, percossa col martello quando se ne vogliono isolare campioni, si spacca secondo superfici irregolari lungo le quali il materiale presenta bassissima resistenza. Questo affioramento presenta un fronte largo circa 5 m ed uno spessore che varia da un massimo di 5 m circa fino ad

un minimo di 2 m. La lava è molto fluidale in due zone: verso l'alto a N e verso il basso a S. Per il resto appare compatta, ma presenta ovunque evidenti tracce di fluidità che, nelle grandi linee, presenta una direzione media delle superficie di scorrimento S 30° W-N 30° E, con una pendenza di circa 15° N-W. Le fratture di raffreddamento, rettilinee e quasi verticali nella parte S dell'affioramento, nella parte N si incurvano, avendo la concavità volta verso S-W.

Un quarto affioramento, di piccola entità, è situato a pochi metri di distanza dell'affioramento n. 3, sulla sinistra. Non si sono potuti prelevare campioni, nè effettuare misure a causa di lavori di sterro in corso nella zona, al disopra dell'affioramento.

II. *Osservazioni e deduzioni morfologiche.*

Dallo studio dei tre affioramenti, e tenendo presente la morfologia della zona adiacente al Monte Spina, si ricavano i seguenti fatti:

1. La lava nei tre affioramenti presenta aspetto e caratteristiche così affini che già l'esame macroscopico fa ascrivere i tre affioramenti ad una sola manifestazione eruttiva.

2. Già a pochi metri di profondità entro la superficie libera esterna la lava presenta spessori notevoli.

3. Dove le operazioni di sfruttamento hanno messo a nudo una sezione verticale della coltre di lava si nota:

a) grande fluidità alle estremità destra e sinistra della sezione ove la lava è quasi scoriacea;

b) grande compattezza al centro della sezione, verso il basso.

Ciò corrisponde esattamente a quello che deve riscontrarsi nella intersezione di un solido costituente una cupola lavica con un piano verticale.

4. La breccia di scorie e cenere che si ritrova sotto la lava affiorante al secondo affioramento rappresenta probabilmente il prodotto della fase esplosiva precedente la formazione della cupola, la fase cioè di lancio di cenere e scorie dopo la prima esplosione.

5. I blocchi di lava laminosa che si notano sotto la lava del secondo affioramento, sono probabilmente brandelli della crosta esterna della cupola in formazione che, staccatisi durante l'accrescimento, caddero lungo i fianchi della cupola stessa.

6. Le direzioni della fluidità negli affioramenti n. 1 e 3 fanno pensare ad un centro effusivo che, dovendo essere situato approssimativamente nel punto di incontro di dette direzioni, è situato all'incirca sotto il vertice della collina di M. Spina.

7. Che si tratti delle ultime propaggini di una colata lavica è facilmente escluso, se si dà uno sguardo alla morfologia della zona. Infatti da tale esame risulta che l'unica direzione possibile di provenienza di una

colata è la direzione SE-NW. Ma in tal caso sulle pendici S-E della collina si dovrebbe avere una quota minima almeno eguale a quella della più alta delle superfici superiori della lava nei tre affioramenti. Il che non si verifica: difatti alle pendici S-E, ove il livello del terreno è a quota 25, non si ritrova traccia di lava.

In base a tali dati ed osservazioni mi sembra di poter senz'altro attribuire la lava affiorante al M Spina ad una *cupola lavica*. Circa le dimensioni di questa, ben poco si può dire: la breccia vulcanica ed i tufi che si depositarono su di essa dopo la sua formazione, ci permettono una valutazione che può darci appena l'ordine di grandezza delle dimensioni della cupola. Questa ha un diametro della base che si aggira sui 150 metri ed una altezza di una settantina di metri. La forma che risulta da tali misure è perfettamente compatibile con quella che può approssimativamente attribuirsi alla cupola, tenendo conto della viscosità della lava che l'ha formata, viscosità approssimativamente deducibile dalle osservazioni petrografiche sulla lava affiorante.

III. *Campioni prelevati.*

Dai tre affioramenti sono stati prelevati numerosi campioni; ma, data la grande somiglianza che alcuni di essi presentano, somiglianza che in alcuni casi diventa rispondenza perfetta, riporteremo solo le caratteristiche dei più significativi.

1. Affioramento n. 1:

a) campione n. 1, prelevato nella parte centrale dell'affioramento. La roccia si presenta compatta ed uniforme ed in essa non si notano segni di fluidità; si distinguono ad occhio nudo rari cristallini di augite e piccole lamelle di biotite.

b) campione n. 2, prelevato dall'estremità W dell'affioramento, nella zona molto fluidale. Presenta una sensibile porosità ed in alcuni punti arriva ad essere quasi scoriaceo; in tali punti si distinguono ad occhio nudo piccole lamelle di biotite. La roccia è un po' più leggera di quella del campione n. 1 ed è di color grigio chiaro che passa in alcuni punti al biancastro per alterazione superficiale.

Gli altri campioni prelevati in questo affioramento sono simili a quelli ora descritti.

2. Affioramento n. 2:

I campioni prelevati nella larga striscia affiorante sono simili a quelli dell'affioramento n. 1. Si riportano perciò soltanto le caratteristiche della lava fortemente fluidale che affiora qua e là in piccoli ammassi tra il terreno vegetale.

a) Campione n. 3. La roccia si presenta come una lava compatta,

scura, poca elastica, che la fluidità molto spinta ha resa laminosa; sulle superfici dei piani di laminazione sono frequenti i cristalli di biotite che raggiungono dimensioni fino a 5 mm. con spessori di frazioni di millimetro.

3. Affioramento n. 3:

In questo affioramento la roccia si presenta per lo più compatta; nelle ristrette zone dove ha subito l'azione della fluidità presenta i caratteri di quella del campione n. 2.

a) Campione n. 4, prelevato nella zona N dell'affioramento. La roccia è compatta, pesante, di color bruno violaceo scuro, con venature chiare e porose; si distinguono ad occhio nudo piccoli cristalli di biotite.

b) Campione n. 5, prelevato nella zona centrale dell'affioramento. La roccia è più chiara e più leggera del campione precedente e di compattezza lievemente inferiore. Qui, nella massa costituita da materiale simile a quello che costituisce le venature del campione n. 4, si notano venature bruno violacee costituite da materiale simile a quello che costituisce la massa del campione precedente.

I campioni prelevati nell'interno della piccola grotta scavata nell'affioramento, si presentano simili ai campioni descritti in questo capoverso 3.

IV. *Studio delle sezioni sottili di alcuni campioni* [1])

Sono state studiate sezioni sottili ricavate da campioni tipici per ognuno dei differenti aspetti macroscopici della roccia; qui di seguito si riportano i risultati dello studio di tali sezioni.

Affioramento n. 1; campione n. 1.

In una massa microcristallina non risolvibile si notano numerosi fenocristalli, per lo più glomerofirici, costituenti il 15% circa della roccia. Brevi zone della sezione presentano una tessitura che ricorda quella ofitica:

---

[1]) Oltre gli usuali metodi di misura in sezione sottile, compresi quelli di Fedorow e Bereck, ho applicato anche i seguenti metodi:

a) Per la determinazione dei plagioclasi, il «metodo delle zone» del Rittmann (*Die Zonenmethode* - Schw. Min. Petr. Mitt. IX, 1929), usando però un nuovo diagramma per i plagioclasi delle vulcaniti, costruito dallo stesso Rittmann in base ai lavori di Ernst E. e Nieland H., 1935, Chudoba K. e Engels A. 1937, Engels A. 1937, Chudoba K. e Schilly W., 1938, Köhler A. 1941, Tertsch H. 1941, Lundegardh P. H. 1941, Tertsch H. 1942, Köhler A. 1942, ed in corso di stampa.

b) Per la determinazione della birifrangenza massima delle miche il metodo del Rittmann (Rittmann A. - *Nuovo metodo per la determinazione della birifrangenza massima dei minerali micacei* (in corso di stampa).

c) Gli indici di rifrazione sono stati determinati col metodo della immersione.

qui piccoli cristalli di sanidino si ritrovano entro cristalli più grandi di augite e di biotite.

In alcuni pnnti dove la roccia presenta una fine porosità, si notano cristalli di biotite e noduli di aragonite (?) di neoformazione, ambedue dovuti ad azione pneumatolitica.

L'osservazione permette di riconoscere:

a) Augite. Si presenta in cristalli di color grigio verdognolo, a colorazione uniforme, non pleocroici. La misura diretta dell'angolo degli assi ottici col metodo del FEDEROW ha dato $(+)2V = 53^0$. Non si nota dispersione degli assi. L'angolo d'estinsione su (010) è 51^0 rispetto ad n_γ; la birifrangenza massima $\Delta = 0.0260$. L'indice di rifrazione medio, e risultato approssimativamente uguale a 1.72. Si tratta quindi di un'augite hedembergitica.

b) Plagioclasio. Numerose misure hanno dato una media dell'80 % An. con un minimo di 65 % An (raramente) ed un massimo di 85 % An. Quasi tutto l'intervallo tra detti limiti si ritrova in alcuni cristalli, fortemente zonati. Si tratta quindi di un plagioclasio basico, per lo più bytownite che in qualche punto passa fino a labradorite.

c) Sanidino. In questa sezione non si rinvengono grossi cristalli, come nelle altre sezioni. Ma i numerosi microliti della massa fondamentale, per la birifrangenza che presentano, per il valore dell'indice di rifrazione (inferiore a quello del balsamo) e per l'aspetto in genere si riconoscono come sanidino.

d) Biotite. Se ne rinvengono due tipi nettamente distinti:

— fenocristalli per lo più completamente trasformati dal riassorbimento magmatico in un miscuglio di magnetite, olivina etc. Tale biotite si presenta di colore rossastro molto scuro, con forte pleocroismo (α: marrone chiaro rossastro; $\beta = \gamma$: marrone scuro) e praticamente uniassica.

— fenocristalli chiari, a forte pleocroismo. Numerose misure effettuate su cristalli isolati hanno dato valori molto variabili per l'angolo degli assi ottici che da $(-)\ 2V = 35^0$ arriva a $(-)\ 2V = 55^0$. Si nota sempre dispersione degli assi ($\rho < v$) che in alcuni casi è molto marcata. Normalmente l'angolo degli assi e la dispersione hanno valori più alti nei cristalli più intensamente colorati. Misure effettuate su un cristallo di media colorazione hanno dato per la birifrangenza massima un valore $\Delta = 0{,}032$; tale mica, come si vede, presenta caratteristiche tali che non la fanno rientrare nel campo delle miche che normalmente si incontrano quali componenti di rocce [1].

e) Aragonite (?). Quasi sempre adiacenti ai cristalli di biotite chiari biassici, e laddove la lava presenta una sottile porosità, si ritrovano noduli

---

[1] Vedi BURCKHARDT C. E. *Zur Bestimmung der gesteinsbildenden Glimmer.* Schw. Min. u. Petr. Mitt.; XXIII, 2; 1943.

fibrosi centroraggiati di un minerale trasparente, anisotropo, incolore, a rilievo molto variabile durante la rotazione della piattaforma del microscopio nella osservazione a luce parallela. I noduli presentano zonature concentriche bruno-rossicce. Non è stato possibile isolare dalla roccia granelli di tali noduli (sempre molto piccoli), cosicchè non è stato possibile procedere alla determinazione dell'indice di rifrazione. Tale misura avrebbe eliminato il dubbio che tale minerale possa essere calcite. Si tratta in ogni modo di un carbonato autopneumatolitico di neoformazione.

f) *Magnetite*. Si presenta per lo più in piccoli cristalli. Numerosi cristallini si ritrovano raggruppati laddove la biotite è stata riassorbita dal magma.

Affioramento n. 1, campione n. 6

In una massa cristallina meno fine della precedente si notano pochi fenocristalli, costituenti circa il 2 % della roccia.

L'osservazione permette di riconoscere augite, plagioclasio basico, sanidino, biotite (nelle due varietà uniassica e biassica), magnetite. Tutti questi minerali presentano le stesse caratteristiche di quelli della sezione precedente.

Affioramento n. 2, campione n. 3

In una massa vetrosa si notano pochi micro e fenocristalli che costituiscono meno dell'1 % della roccia. Si ritrovano gli stessi minerali della sezione precedente.

Affioramento n. 3, campione n. 4

Questa sezione presenta un aspetto molto simile a quello della sezione del campione n. 1; non si nota però qui la struttura ofitica che là si riscontrava. Si ritrovano adesso, nella massa microcristallina, fiamme microcristalline anch'esse, ma a grana meno sottile e di colorazione più chiara per minor contenuto in magnetite. Tali fiamme, parzialmente porose, si riconoscono anche macroscopicamente; esse sono dovute al fatto che la fluidità faceva sì che strati già solidificati si alternassero a strati ancora fluidi e più ricchi di gas che, solidificando, prendevano poi un aspetto ed una tessitura un pò diversa da quella della massa già consolidata al contatto.

Si notano anche qui glomerofiri, alcuni dei quali costituiti da cristalli di plagioclasio basico e sanidino, altri da plagioclasio, sanidino, biotite e da piccoli cristalli di apatite.

Questi, ricchi di piccolissimi inclusi, hanno colore grigio azzurrognolo e presentano spesso un contorno esagonale. Le sezioni esagonali sono perfettamente isotrope ed al conoscopio si presentano come uniassiche negative.

V. *Analisi chimica* [1] *e definizione della roccia.*

L'analisi chimica eseguita su un campione fresco della roccia ha dato i risultati che qui di seguito si riportano e dai quali sono stati ricavati i valori molecolari secondo Niggli.

% in peso		Cifre molecolari	Valori molecolari secondo Niggli
SiO_2	56,49	942	
Al_2O_3	18,35	180	si = 185,0
Fe_2O_3	5,90	37	
FeO	0,70	10	al = 35,4
MgO	0,58	15	fm = 19,6
CaO	3,75	67	c = 13,2
Na_2O	5,10	82	alc = 31,8
K_2O	7,50	80	
H_2O +	0,63	—	k = 0,49
H_2O —	0,34	—	mg = 0,15
TiO_2	0,76	10	qz = — 42,2
P_2O_5	0,01	—	ti = 0,2
MnO	0,07	1	p = 0,0
Cl_2	ass.	—	
CO_2	ass.	—	Tipo magmatico secondo Niggli (1936): *leucosienilico.*
	100,00		

Come risulta dalla descrizione delle sezioni sottili, non è possibile determinare la composizione mineralogica della roccia con il metodo di Rosiwal. Per renderci però conto, almeno approssimativamente, del « modo », possiamo eseguire il calcolo delle molecole di base secondo Niggli e riunirle poi in maniera corrispondente alla osservazione ottica.

Senza commettere errore tale che possa influire sulla determinazione finale della roccia, possiamo trascurare la infima quantità di biotite ortomagmatica presente, ammettendo, come unico silicato femico presente, una augite hedembergitica, il che è tanto più plausibile in quanto la totalità dei femici presenti non supera il 15 %.

---

[1]) L'analisi è stata eseguita dal Dr. Riccardo Sersale, del Centro Ricerche Geominerarie dell'I. R. I., nell'Istituto di Chimica Industriale dell'Università di Napoli. Ringrazio pertanto lui ed il Direttore dell'Istituto prof. G. Malquori.

Calcolo delle molecole base.

Cifre atomiche		Ru	Kp	Ne	Cal	Cs	Fo	Fa	Fs	Q
Si	942		160	165		25	7	6	37	542
Al	360		160	165	35					
Fe···	74								74	
Fe··+Mn	11							11		
Mg	15						15			
Ca	67				17	50				
Na	165			165						
K	160		160							
Ti	10	10								
	1804	10	480	495	52	75	22	17	111	542

Calcolo della norma vulcanitica.

		Or	Ab	An	Ne	Wo	En	Hy	Mt	Il
Ru	= 10									10
Kp	= 480	480								
Ne	= 495		243		252					
Cal	= 52			52						
Cs	= 75					75				
Fo	= 22						22			
Fa Fs	= 128							53	60	15
Q	= 542	320	162	35		25	7	18	–20	–5
	1804	800	405	87	252	100	29	71	40	20
	100.0	44.3	22,4	4,8	14,0	5,6	1,6	4.0	2,2	1,1

Essendo la roccia evidentemente ossidata, e dato che l'alluminio è in eccesso sugli alcali, tutto l'Fs (111) si sarebbe dovuto trasformare normativamente in Hm (74). Inoltre, data la presenza di 75 Cs, che fa parte del pirosseno, è stato necessario trasformare 36 Fs in altrettanto Fa per avere a disposizione 75 Hy necessari a soddisfare una composizione possibile della augite hedembergitica. I 75 Fs rimanenti servono in parte (15) per la formazione della Il modalmente presente; i rimanenti 60 Fs potrebbero essere messi in conto come 40 Hm. Ricalcolando però lo stato non ossidato della roccia, è stato preferibile mettere in conto queste 40 unità di $Fe^{\cdots}$ sotto forma di Mt ($Fe^{\cdot\cdot}$ $Fe_2^{\cdots}$ O_4). Sono queste le ragioni per le quali nel calcolo sono stati riuniti Fa ed Fs.

L'osservazione ottica ha rilevato la presenza di fenocristalli di plagioclasio basico di composizione chimica media Or_5 Ab_{20} An_{75}, il che ci permette di calcolare la percentuale modale del plagioclasio e del sanidino e la composizione di quest'ultimo. La percentuale modale della bytownite risulta del 3,7 % e quella del sanidino del 67,8 % Quanto alla composizione di quest'ultimo dobbiamo tener presente che, in rocce del tipo in esame, la nefelina è alquanto potassica e contiene in media circa il 20 % di Kp. Nel nostro caso il 14 % di Ne contiene 2,8 % di Kp.

Perchè nel calcolo ci restino a disposizione questi 2,8 % di Kp, dobbiamo trasformare 4,7 % di Or normativo in Ab. Dopo tale trasformazione la composizione del sanidinò risulta eguale a Or_{61} Ab_{36} An_3.

Tale risultato del calcolo è confermato dal fatto che una tale composizione del sanidino corrisponde quasi esattamente a quella media che si incontra in vulcaniti trachitiche e fonolitiche,

Calcolando la composizione modale del feldspato normativo dopo la trasformazione, essa risulta eguale a Or_{58} Ab_{35} An_7, la quale cade effettivamente, nel diagramma triangolare dei feldspati, nella lacuna di miscibilita' dimostrando la presenza di una piccola quantità di plagioclasio che secondo l'andamento della retta di coesistenza deve avere la composizione di una bytownite acida, in pieno accordo con quanto determinato nella osservazione ottica. Il calcolo effettuato ci dà una composizione mineralogica approssimativa di 67,8 % di sanidino, 3,7 % di bytownite, 14,0 % di nefelina, 11,2 % di augite e 3,3 % di magnetite e di ilmenite. In base a tali cifre si ottiene una proporzione $A : C : F = 79 : 4\,^1/_2 : 16\,^1/_2$; questa, riportata sul triangolo classificatore di Niggli e Troeger, si proietta nel campo delle fonoliti, in un punto molto vicino a quello delle alcalitrachiti, e la roccia deve perciò considerarsi una *fonolite nefelinica con tendenza verso una alcalitrachite*.

La presenza della nefelina non è manifesta nella sezione sottile; essa deve essere contenuta potenzialmente nel vetro, che forma una massa interstiziale abbastanza abbondante.

L'indice di colore è di 14,5, il che è perfettamente normale per una roccia del tipo di quella ora determinata.

VI. *Conclusioni.*

La posizione cronologica della cupola del M. Spina nel ciclo della attività flegrea è facilmente deducibile dal posto che occupa rispetto ai prodotti di detta attività. Sopra la cupola in esame giacciono infatti dei tufi che devonsi sicuramente ascrivere al ciclo di attività del cratere di Agnano. Quatunque nella zona immediatamente adiacente non si abbiano indicazioni circa la natura del sottosuolo, che possano farci conoscere i terreni sui quali la cupola poggia, pure il tufo giallo riscontrato in pozzi profondi effettuati a non grande distanza dalla zona del M. Spina ci fanno pensare che di tale materiale deve essere costituito il sottosuolo della zona che ci interessa.

Seguendo quindi il De Lorenzo [1]) nella suddivisione dei periodi della attività flegrea, possiamo indicare come epoca di formazione della cupola lavica del M. Spina il III periodo flegreo.

La presenza della biotite pneumatolitica e della aragonite, nella fonolite nefelinica della cupola del M. Spina, mostra che la roccia ha subito forti azioni di autopneumatolisi e forse anche azioni di idrotermalizzazione; anche la forte ossidazione, che la roccia presenta, fa pensare che essa abbia subito azione autopneumatolitica (o comunque una differenziazione pneumatolitica) dato che tale fenomeno non è certamente dovuto ad alterazione supeficiale della roccia, la quale negli affioramenti appare ovunque fresca sotto questo punto di vista. La sola azione pneumatolitica, però. non poteva far sì che il magma capostipite del laccolite flegreo, probabilmente basalatitico, desse una roccia del tipo studiato.

Abbiamo perciò voluto confrontare la nostra roccia con quelle corrispondenti dell'Isola d'Ischia per vedere se il ciclo di differenziazione del bacino di Ischia fosse paragonabile a quello della zona Flegrea. Questo confronto ha mostrato che, rispetto alle rocce sodalitfonolitiche d'Ischia, che il Rittmann [2]) ha dimostrato derivare essenzialmente da una differenziazione pneumatolitica del magma capostipite, la roccia del M. Spina differisce per l'assenza di sodalite e di cloro e per una maggiore desilicizzazione. Di queste due discrepanze la prima potrebbe essere spiegata col fatto che l'autopneumatolisi e specialmente l'idrotermalizzazione potrebbero aver dilavato l'NaCl presente nella sodalite originariamente contenuta, almeno potenzialmente, nella roccia; ma difficilmente potrebbe spiegarsi il basso grado di silicizzazione.

---

[1]) De Lorenzo G. *The history of volcanic action in the Phlegrean Fields.* The Quarterly Journal of the Geolog. Soc ; LX, 239, pag. 296; Londra, 1904.

[2]) Vedi Rittmann A. *Geologie der Insel Ischia.* Erganzungband VI zur Zeits. für Vulk.; Berlin, 1930 e, meglio, Rittmann A. *Origine e differenziazione del magma Ischitano* (in corso di stampa).

In ogni modo, che la differenziazione nei Campi Flegrei differisce notevolmente da quella d'Ischia si può dedurre dai tipi di rocce che in essi si rinvengono: si trovano infatti nei Campi Flegrei rocce leucitifere (vicoite del lago d'Averno); diversi tipi di basalatiti, analcimtefriti, etc. (Breccia Museo dei Camaldoli); blocchi rigettati di foiaiti ad hauyna (breccia del M. Spina) ed anche monzoniti ricche in biotite (che possono considerarsi come forme eteromorfiche, cioè come la *facies* plutonitica di rocce leucittefritiche).

Di tutte queste rocce non si trovano equivalenti ad Ischia.

Una certa analogia potrebbe invece stabilirsi tra le rocce ora ricordate ed i prodotti dell'attività del Somma Vesuvio, specialmente quelli del ciclo di evoluzione e differenziazione magmatica del Somma antico.

Ma i prodotti dell'attività vulcanica dell'Isola di Procida (basalatiti ricche in olivina, alcalisieniti a dipiro, alcalitrachiti e fonoliti a egirina etc.) mostrano che in questa zona, pur così vicina sia ad Ischia che ai Campi Flegrei, si ha un ciclo di differenziazione completamente diverso da quello dei due vicini centri.

Tutto ciò conferma l'opinione che questi centri vulcanici sono alimentati da bacini locali ed indipendenti e che i diversi cicli di differenziazione sono dovuti anzitutto alle diverse posizioni geologiche dei singoli bacini.

Il caso di Ischia è certamente il più semplice, dato che il tetto del laccolite è formato ivi dai prodotti dello stesso magma del bacino, cosicchè una eventuale assimilazione non può sostenzialmente cambiare il chimismo del magma.

Il Somma Vesuvio, invece, mostra un'evoluzione fortissima del magma verso un magma leucititico in seguito all'assimilazione di rocce carbonatiche che formano il tetto del bacino [1]. La presenza di rocce leucitifere, e di loro equivalenti in *facies* plutonitica nei Campi Flegrei, fa pensare che anche qui intervenne un processo di assimilazione di rocce estranee al magma; si tratta probabilmente anche in questo caso di sedimenti carbonatici, sebbene qui l'assimilazione abbia avuto proporzioni molto minori che non al Somma Vesuvio. Una prova dell'assimilazione di rocce estranee al bacino si ha dal rinvenimento nei Campi Flegrei di un blocco di uncomprahgrite con piccoli dicchi di leucitite trovato negli Astroni, analizzato dal Narici e descritto dal Rittmann [2]; tale blocco è certamente un sedimento carbonatico pirometamorfosato.

---

[1]) Vedi Rittmann A. *Die Geologisch bedingte Evolution und Differentiation des Somma-Vesuvmagma.* Zeits. f. Vulk.; XV, 1933 ed anche Rittmann A. e Ippolito F., *Sulla stratigrafia e sul magma del Somma-Vesuvio.* Atti Fond. Politecnica; vol. III (in corso di stampa).

[2]) Narici E. *Contributo alla petrografia chimica della prov. magmatica campana e del M. Vulture.* Zeits. f. Vulk., XIV, 1932.

Tutte le considerazioni precedenti non escludono però naturalmente l'intima parentela del magma originario che riempiva tutti i bacini considerati e che sarebbe un differenziato relativamente acido del magma primordiale olivinbasaltico appartenente alla serie di differenziazione atlantica.

Analogamente a quanto è stato fatto per Ischia e per il Vesuvio, potrebbe ricostruirsi la storia del ciclo di differenziazione del bacino dei Campi Flegrei, studiando e analizzando tutte le rocce provenienti da esso. Purtroppo però il materiale a nostra disposizione è oggi ancora troppo scarso perchè si possa giungere ad una tale sintesi. È da sperare che lo studio petrografico delle rocce che compongono la breccia Museo [1]) e delle breccie del M. Spina [2]), ci dia una messe di dati che, aggiunti a quelli già esistenti, permetta di ricostruire il ciclo della differenziazione di tutto il bacino Flegreo [3]).

Nel chiudere questa nota compio il grato dovere di ringraziare il prof. Alfredo RITTMANN, Direttore del Centro Ricerche Geominerarie dell'I. R. I., che mi ha guidato nella esecuzione del presente lavoro, ed il prof. ing Felice IPPOLITO, che ha voluto rivederlo dandomi utili suggerimenti.

Napoli, Centro Ricerche Geominerarie dell' I. R, I., luglio 1946.
Istituto di Geologia Applicata e di Arte Mineraria dell' Università.

---

[1]) RITTMANN A. e SPICHER A. *Geologia e petrografia della collina dei Camaldoli (Campi Flegrei)* (in corso).

[2]) BURCKHARDT C. E. *La breccia del M. Spina nei Campi Flegrei* (in corso).

[3]) Una esposizione di queste vedute, nelle grandi linee, è in IPPOLITO F., *Lezioni di Geologia Applicata* (ediz. litografata). Lupi, Napoli, 1946; vol. II, pagg. 145 e segg.

MISURE DELL' INTENSITÀ DELLA LUCE DIFFUSA DAL CIELO

Nota della dott. **Lina Rescigno,** *presentata dal socio ord.* **A. Carrelli**

(Adunanza del dì 3 dicembre 1946)

Sunto. — Calcolo teorico e verifica sperimentale dell' intensità della luce diffusa per punti situati nel piano del sole. Percentuale di polarizzazione per punti situati nel piano suddetto e variazione nel corso di un giorno di detta percentuale per un punto a 90° dal sole.

§ 1. In questo lavoro si è proceduto in primo luogo al calcolo teorico della distribuzione dell' intensità della luce diffusa per punti situati nel piano del Sole. Nel fare questo calcolo ci si è messi in condizioni ideali, cioè si è considerata un' atmosfera omogenea e più propriamente con indice di rifrazione costante, priva di pulviscolo e vapor d' acqua.

In prima approssimazione si può inoltre ritenere che il tratto che maggiormente contribuisce per la diffusione sia piano e noi facciamo i calcoli in questa ipotesi.

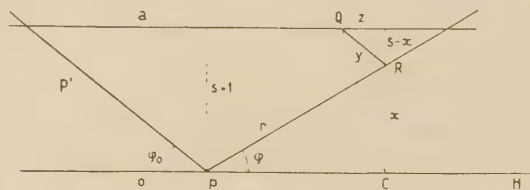



Fig. 1.

In fig. 1 in P è l' osservatore, R è un punto variabile cioè il centro di diffusione, posto sulla retta r che fa l' angolo φ con l' orizzonte.

Si assume quale *spessore* atmosferico attraversato dai raggi che venendo dal Sole giungono al centro di diffusione R, il tratto $\overline{QR}$, cioè il segmento staccato sulla parallela condotta da R alla retta PP' che rappresenta la direzione dei raggi solari provenienti dal Sole in P, formante l' angolo φ_0 con la linea dell' orizzonte.

Da semplicissime considerazioni geometriche, assumendo per convenzione l' altezza s dell' atmosfera come unitaria, si ottiene che:

$$(1 - r \operatorname{sen} \varphi)^2 + z^2 = y^2 \qquad (1)$$

$$z^2 = \overline{QC}^2 - 1 = \overline{QH}^2 + \overline{CH}^2 - 2\, \overline{QH}\ \overline{CH} \cos \varphi_0 - 1 =$$

$$= \left(y + \frac{r \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \varphi_0}\right)^2 + \left(\frac{r \operatorname{sen} \varphi}{tg\, \varphi_0}\right)^2 - 2 \left| \left(y + \frac{r \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \varphi_0}\right) \left(\frac{r \operatorname{sen} \varphi}{tg\, \varphi_0}\right) \right| \cos \varphi_0 - 1 \qquad (2)$$

e cioè:

$$z^2 = y^2 + \frac{r^2 \operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi_0} + 2ry\,\frac{\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\varphi_0} + \frac{r^2\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi_0}\cos^2\varphi_0 - 2ry\,\frac{\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi_0}{\operatorname{sen}\varphi_0} + \\ - \frac{2r^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi_0}{\operatorname{sen}^2\varphi_0} - 1.$$

Dalla (1) risulta:

$$y^2 = 1 - 2r\operatorname{sen}\varphi + r^2\operatorname{sen}^2\varphi + y^2 + \frac{r^2\operatorname{sen}^2\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi_0} + \frac{2ry\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\varphi_0} + \frac{r^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi_0}{\operatorname{sen}^2\varphi_0} + \\ - \frac{2ry\operatorname{sen}\varphi\cos^2\varphi_0}{\operatorname{sen}\varphi_0} - \frac{2r^2\operatorname{sen}^2\varphi\cos^2\varphi_0}{\operatorname{sen}^2\varphi_0} - 1$$

e con facili calcoli:

$$y = \frac{1 - r\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\varphi_0}. \qquad (3)$$

In tal modo si è avuta l'espressione del tratto y che i raggi solari percorrono per giungere ad un punto situato su di una direzione qualunque a distanza r dall'osservatore in funzione dell'altezza φ_0 del Sole e dell'altezza φ del punto considerato, nella convenzione dell'altezza unitaria dell'atmosfera.

Indicando ora con I_s la costante solare, con h il coefficiente di assorbimento medio della luce dello spettro visibile nell'atmosfera, indicando con k un coefficiente di proporzionalità si ottiene che l'intensità I_R della luce diffusa dall'unità di lunghezza nel punto R risulta data da

$$I_R = k\,I_s\,e^{-hy}$$

e l'intensità diffusa da un tratto dr lungo la direzione segnata sarà data da

$$I_R\,dr = k\,I_s\,e^{-hy}\,dr;$$

indicando con r_m la massima distanza del punto dall'osservatore nell'ipotesi che sia al limite dell'atmosfera, l'intensità I_p dovuta a tutto il tratto compreso fra O e r_m nell'ipotesi dell'omogeneità dell'atmosfera sarà data da:

$$I_P = k\,I_s \int_0^{r_m} e^{-h(r)\,[y+r]}\,dr = k I_s \int_0^{r_m} e^{-h(r)\left[\frac{1-r\operatorname{sen}\varphi}{\operatorname{sen}\varphi_0} + r\right]}\,dr. \qquad (4)$$

Abbiamo posto $h = h(r)$, ma per l'ipotesi fatta dell'omogeneità dell'atmosfera si può ritenere $h = \text{cost}$.

Volendo confrontare i dati sperimentali con i valori di I_p calcolati in base alla (4) è necessario conoscere il valore di h; per una prima verifica ci serviamo del valore fornito da HANN e SÜRING [1]. I citati A. danno $e^{-hx} = 0.8$ indicando con x lo spessore atmosferico. Assumendo tale spessore come unitario da questa formula si trae: $h = 0.22$.

Bisogna inoltre ricordare che la luce del cielo è naturale, quindi per tener conto della presenza delle due componenti si deve, com'è noto, moltiplicare per $1 + \cos^2(\varphi + \varphi_0)$; concludendo dunque nell'ipotesi che h si possa ritenere costante, si ottiene:

$$I_p = k\, I_s \int_0^{r_m} e^{\frac{-h + hr \operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \varphi_0} - hr} [1 + \cos^2(\varphi + \varphi_0)]\, dr\,; \qquad (5)$$

viene in tal modo fissata la dipendenza di I_p dai valori di φ_0 altezza solare e φ altezza del punto osservato nel piano del Sole.

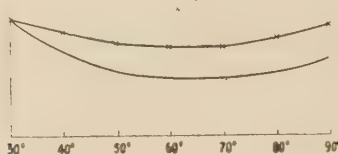
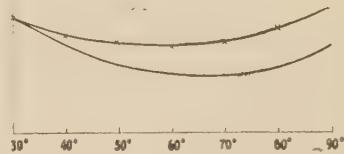



Fig. 2. Fig. 3.

Integrando la (5) e ponendo per r_m la quantità $\frac{1}{\operatorname{sen} \varphi}$ (fig. 1) e sostituendo per φ_0 i valori 52°, 48°, 45°, 38° si possono tracciare le curve che rappresentano l'andamento di I_φ nel piano del Sole in funzione di φ, curve che si riportano rispettivamente in fig. 2, 3, 4, 5.

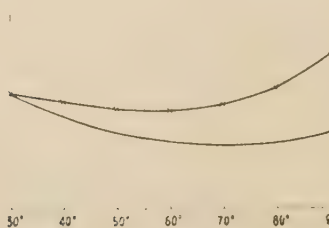
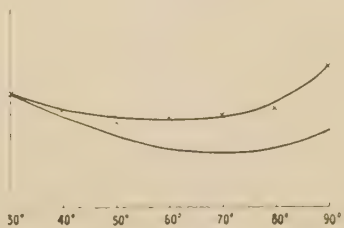



Fig. 4. Fig. 5.

§ 2. Sperimentalmente si è misurata l'intensità della componente dell'intensità luminosa diffusa dal cielo in diverse direzioni contenute nel

[1] HANN und SÜRING, *Lehrbuch der Methereologie*. Leipzig, 1915, pag. 12.

piano del Sole relativamente ad una determinata posizione dello spettro (zona rossa) con il seguente dispositivo: ad una delle due estremità di un tubo si è posto un vetrino colorato in rosso, all'altra estremità è adattata una cellula fotoelettrica tipo Lange. La cellula era collegata ad un galvanometro che dava la misura della corrente prodotta dall'azione della luce che colpiva la cellula. Il galvanometro aveva sensibilità $1,1 \times 10^{-8}$ A. Ai due estremi del tubo e perpendicolarmente al suo asse erano fissati due dischetti delle stesse dimensioni, di cui uno era munito di un piccolo foro centrale mentre l'altro aveva nel centro un cerchietto di riferimento. Dirigendo il tubo nella direzione dei raggi solari s'individuava una speciale direzione quando era soddisfatta la condizione che il fascetto luminoso cadeva nel centro del secondo dischetto. Il tubo era montato su di un asse orizzontale, che a sua volta era portato da un asse verticale, in tal modo l'asse del tubo poteva essere diretto in una qualsiasi direzione della volta celeste. Due cerchi graduati disposti rispettivamente per l'asse orizzontale e per l'asse verticale permettevano di determinare le coordinate altoazimutali sia del Sole, sia del punto fissato.

La misura si effettuava nel modo seguente: orientato il tubo nella direzione dei raggi del Sole si leggeva sui due cerchi graduati la posizione dei due indici, e si avevano le coordinate altoazimutali del Sole.

Poichè la misura veniva fatta nel piano del Sole si ruotava l'indice del cerchio graduato orizzontale di 180°, e poi spostando il cannocchiale di 10° in 10° lungo il semicerchio verticale si leggeva al galvanometro la corrente generata dalla luce diffusa in queste varie direzioni nel piano del Sole. Le condizioni in cui si è operato sperimentalmente hanno consentito la misura da 30° fino a 90° sopra l'orizzonte. Tali misure sono state fatte sul terrazzo dell'Istituto di Fisica Sperimentale dell'Università di Napoli.

Si è proceduto al confronto fra i dati sperimentali ed i valori calcolati in base alla formula (5). Per diversi valori di φ_0 sono stati riportati sulle ascisse i valori di φ mentre la scala delle ordinate è arbitraria. Dato che il valore teorico è dato a meno di una costante si è fatto coincidere tale valore teorico con quello sperimentale per $\varphi = 30°$.

Come vedesi l'andamento delle curve teoriche è praticamente in buono accordo con le curve sperimentali. Entrambe mostrano che l'intensità ha un minimo per una determinata altezza, e cresce con notevole rapidità dalla parte del Sole. Ma i valori sperimentali risultano sempre più grandi di quelli teorici, e tale diversità è tanto più notevole quanto più alta è l'altezza solare. A parte l'ipotesi fatta sulla costanza di h rispetto a r l'altro elemento importante che si è trascurato è quello rappresentato dalla parte di luce che non proviene da una prima diffusione, e principalmente la parte dipendente dalla diffusione delle radiazioni da parte della superficie terrestre. Questa causa può infatti invocarsi in questo caso, poichè come si è detto la diversità è tanto più marcata quanto maggiore è l'altezza solare.

§ 3. Sono state effettuate misure per la determinazione della percentuale di polarizzazione della luce diffusa nel piano del Sole.

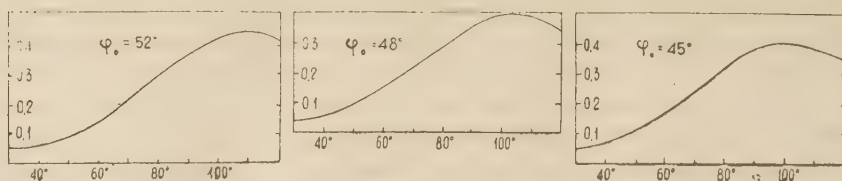



Fig. 6.

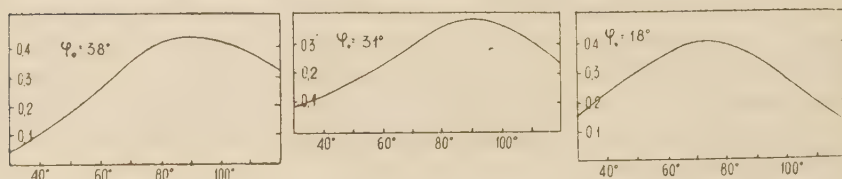



Fig. 7.

In tale ricerca è stato fissato sul tubo un nicol che assumeva due posizioni: una che permetteva la determinazione della componente del vettore elettrico nel piano del Sole, l'altra la determinazione della componente

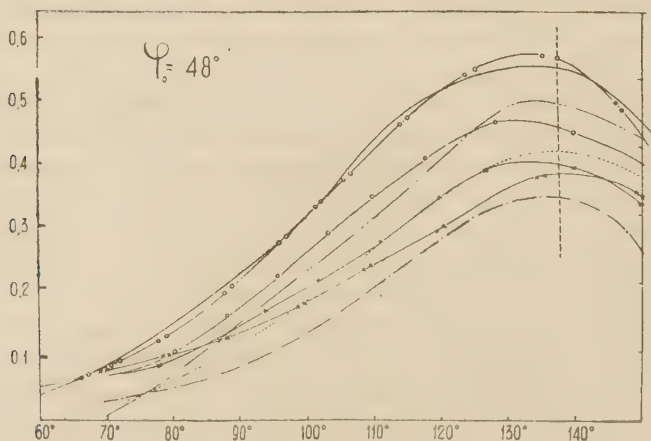



Fig. 8.

normale. Dette I_1 e I_2 le due intensità, il grado di polarizzazione p è evidentemente dato da:

$$p = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}.$$

Queste misure sono state fatte per vari valori di φ rispetto a diversi valori φ_0 dell' altezza solare.

Dalle curve delle figure 6 e 7 si ricava in primo luogo il ben noto risultato che p ha il massimo a 90° dal Sole, e che inoltre la polarizzazione

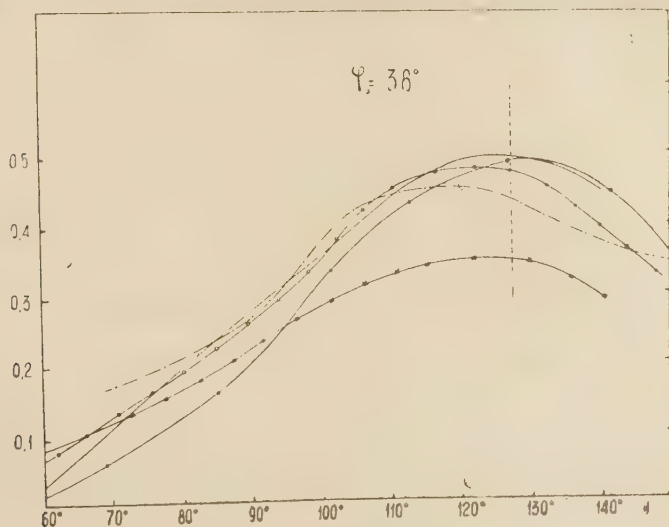



Fig. 9.

decresce rapidamente per valori di φ minori di 90° e che nelle figure corrispondono ad angoli compresi fra 30° e 90°. La grande variabilità dovuta

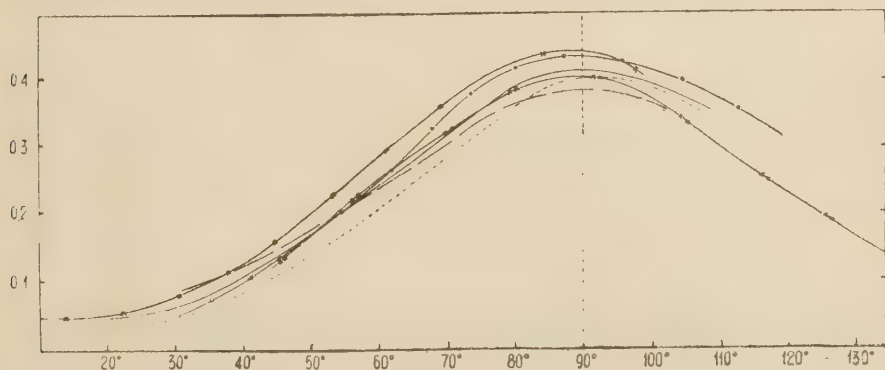



Fig. 10.

alla variazione della composizione dell' atmosfera è resa evidente dalle curve delle figure 8 e 9 dove si sono riportati come esempi di tutte le misure effettuate quelle relative a varie giornate per i valori di φ_0 uguali a 48° e 38°.

Ma il risultato più importante che conviene mettere in evidenza in queste misure è il seguente: se si sovrappongono le curve rappresentative delle medie ottenute per i sei valori di φ_0 per i quali si è sperimentato, facendo in modo che le curve abbiano comune l'ascissa $(90^0 - \varphi_0)$ si ottengono curve poco differenti l'una dall'altra, pur essendo notevole la dif-

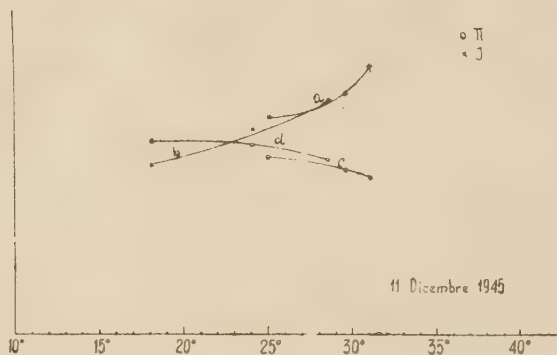



Fig. 11.

ferenza fra i valori di φ_0, i quali in effetti variano da 18^0 a 52^0 (fig. 10). Il risultato è ancora importante per il fatto che le misure sono state fatte a Napoli e cioè con atmosfera che deve considerarsi naturalmente perturbata da pulviscolo.

§ 1. Oggetto ulteriore di studio è stato l'andamento del massimo di

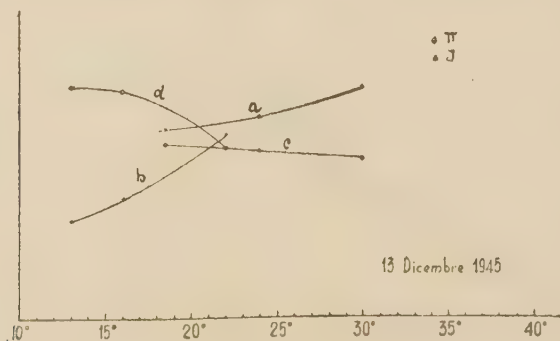



Fig. 12.

polarizzazione e della intensità della luce diffusa per punti situati nel piano del Sole a 90^0 dal Sole stesso, al variare dell'altezza solare.

Si è adoperato il dispositivo già descritto. Per ogni punto osservato a 90^0 dal Sole si facevano tre letture, seguendo il metodo proposto dal

Carrelli [1]) in precedenti lavori. Sono state tracciate le curve relative a tali osservazioni, riportando sulle ascisse i valori dell'altezza del Sole e sulle ordinate quelli dell'intensità e della percentuale di polarizzazione.

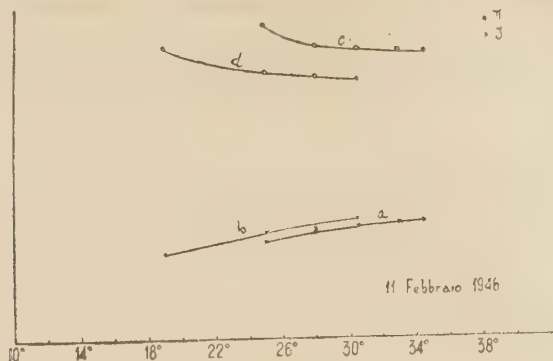



Fig. 13.

Dai grafici relativi si nota un andamento che è perfettamente d'accordo con i risultati già ben noti, ovvero che un aumento d'intensità è connesso con una diminuzione di polarizzazione.

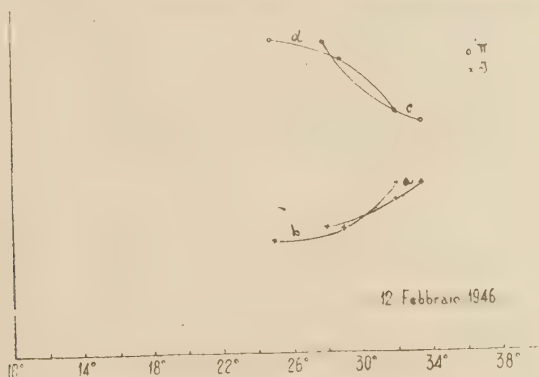



Fig. 14.

Nel corso della giornata variava evidentemente la posizione del punto osservato in conseguenza della diversità dell'altezza del Sole sull'orizzonte; quindi nelle ore antimeridiane le osservaziani erano fatte relativamente ad una parte del cielo sovrastante una certa zona di Napoli (e tale zona era per la massima parte mare); mentre per le ore pomeridiane la zona di

[1]) A. Carrelli, *Sulla polarizzazione della luce del cielo.* Rend. Acc. dei Lincei serie 8ª, vol. I, fasc. 5, 9, 10 Roma, 1946.

cielo era sovrastante una parte essenzialmente terrestre, per cui è sembrato di particolare interesse il confronto delle curve ottenute rispettivamente prima e dopo che il Sole raggiungesse l'altezza massima sull'orizzonte in quella determinata giornata. A tale confronto si è proceduto riportando sulle ascisse i soli valori crescenti di φ_0 sì che le curve (*a* e *b*, intensità di mattina e pomeriggio; *c* e *d*, polarizzazione di mattino e pomeriggio)

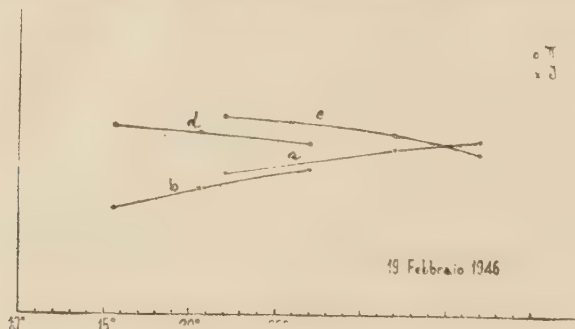



Fig. 15.

tracciate dalla stessa banda, tendono ad un massimo (per l'intensità) ovvero ad un minimo (per la percentuale di polarizzazione) comune (fig. 11 a 15). La diversità d'andamento nelle ore antimeridiane rispetto alle ore pomeridiane sta a rappresentare evidentemente una diversità di albedo.

Al chiar.mo prof. Antonio CARRELLI, l'espressione di viva gratitudine per i consigli dati e per i mezzi posti a disposizione.

SULLA CRANIOLOGIA DELLA NECROPOLI PREROMANA DI ALFEDENA

Nota I del dott. **Antonio de Rosa**, *presentata dal socio corr.* **G. L. Sera**

(Adunanza del dì 3 dicembre 1946)

Sunto. — L'A. ha esaminato sia dal punto di vista morfologico che da quello metrico i caratteri craniofacciali di una serie di crani della Necropoli di Alfedena, differenziandone 5 gruppi principali con caratteri etnici diversi.

Durante l'estate 1946, per incarico della Facoltà di Scienze della Università di Napoli, mi son recato in più riprese ad esaminare i resti scheletrici della Necropoli di Alfedena. Notevoli furono le difficoltà, sia per reperire il materiale, sia per effettuare gli scavi, che dovrebbero essere intrapresi su più larga scala e con mezzi adeguati,

I crani studiati provengono in parte degli scavi effettuati dal Mariani in collaborazione del De Amicis negli anni 1896-99; in parte da scavi posteriori o ritrovamenti occasionali per lavori agricoli o fondazioni; in parte infine dagli scavi attuali. Le ossa sono estremamente friabili e vanno maneggiate con molta cautela; infatti fra tutti i crani ritrovati (e sono moltissimi) è stato possibile effettuare dei rilievi solo su 51 di essi, molti dei quali sono in parte danneggiati, e non è stato possibile effettuarne tutte le misurazioni.

Nella parte alta della valle del Sangro, circondato dalle montagne, si apre un altipiano di altezza media di 850 metri sul livello del mare, sul quale sono situate, a distanza circa di 9 km. l'una dall'altra, Alfedena e Castel di Sangro. A Nord dell'attuale villaggio di Alfedena, oltre il corso del Riotorto e fino alla confluenza col Sangro, si erge un complesso di elevazioni sulle quali sorgevano la città antica e l'acropoli circondata da mura dello spessore di circa tre metri, costruite con sistema primitivo di blocchi di calcare ippuritico.

La Necropoli di Alfedena è situata nel piano presso l'attuale abitato, il quale in parte è sovrapposto ad essa, e si può ritenere che tutto il piano a sud delle colline ove sorgeva la città antica era un vastissimo cimitero, nel quale secondo il Mariani sono distribuite circa 12.000 tombe.

Tutte le tombe di questa Necropoli, di cadaveri inumati, sono costituite da fosse scavate del terreno formato da depositi delle piene del Sangro. La loro profondità varia tra m. 0,60 e m. 1,80 e sono rivestite di lastroni di pietra poste intorno come una cassa, senza fondo e ricoperte da altri lastroni; in alcuni casi le sponde della tomba erano costruite di lastre di travertino. Meno frequentemente le sponde sono formate da grossi ciottoli sovrapposti a secco e sempre ricoperti da lastroni. Le tombe sono variamente orientate e distribuite senza regolarità; alcune sono aggruppate, altre sono separate dalle circostanti da un recinto di pietre quasi circolare con diametro variabile dai 5 agli 8 metri, forse a denotare che gl'inumati entro i recinti di pietre, fossero sepolti vicini o per ragioni familiari o per ragione di appartenenza a determinate categorie o ordini.

I cadaveri sono collocati supini e distesi entro le fosse con le braccia e le gambe distese. La maggioranza di quella popolazione è di statura media, ed i crani presentano dal punto di vista antropologico differenze etniche, come dimostreremo in seguito. I cadaveri sono accompagnati da una suppellettile, spesso uniforme, che, come giustamente crede il Mariani, deve far pensare ad una lunga persistenza di usi e costumi. Tale suppellettile si compone di vasi di argilla, di oggetti di bronzo, di oggetti di ferro che era usato sia per le armi che per gli ornamenti. Tuttavia tra le materie ritrovate non mancano l'avorio, l'osso, l'ambra, il legno per foderi di daghe, il cuoio.

Gli uomini portano nelle loro tombe le armi, le donne i loro ornamenti: gli oggetti ed i vasi non sempre sono collocati dentro alle tombe, ma talvolta

sono racchiusi in particolari ripostigli per lo più situati in vicinanza della testa del cadavere. Con cura particolare venivano seppelliti i bambini, le cui tombe, meno profondamente scavate, contengono sempre vasetti, ornamenti, amuleti, oggetti della madre o dei parenti che se ne privavano in segno di dolore.

La città antica, situata sulla strada che congiungeva Isernia a Sulmona, era con le sue fortezze un centro importante, fiorito intorno ai secoli VII-IV a. C.; e verso il III secolo la sua civiltà si spense. Tuttavia la vita della città continuò anche nei tempi imperiali. La regione era abitata dai Sanniti Caraceni, ed aveva come capoluoghi *Aufidena*, che corrisponde al territorio da noi già indicato, e *Bovianum vetus*, identificato probabilmente con Pietrabbondante presso Agnone. Il tema del nome *Aufid* è osco e soltanto in epoche molto posteriori il nome Aufidena ha potuto trasformarsi nel moderno Alfedena. Livio (X, c, 12) riferisce che nel 298 a. C. la città fu presa dal console Cn. Massimo Centumalo dopo una strenua resistenza. Essa era una degli ultimi baluardi dei Sanniti verso il Lazio.

Dallo studio della suppellettile della Necropoli si può argomentare che il popolo Sannita Caraceno mantenesse ancora, all'epoca della occupazione romana, una civiltà locale di carattere arcaico, che si era sviluppata nella regione per oltre quattro secoli.

La serie dei crani esaminati risulta di 37 casi maschili e 14 femminili. La determinazione del sesso, come spesso accade, non può dirsi assolutamente sicura, ma crediamo sufficientemente approssimata, essendo fondata, nei casi più dubbi, oltre che sui caratteri morfologici, su quelli metrici, cioè dimensionali.

Essendo quasi tutti i crani privi di mandibola, sono state prese le misure craniche e quelle superiori della faccia. Si seguirono in ciò le indicazioni della convenzione di Monaco, ma fu fatta una scelta di esse, come risulterà da ciò che segue e dalle nostre tabelle, essendo alcune delle misure consigliate dalla detta convenzione di scarso valore e d'altra parte per le accennate difficoltà non c'era nè tempo disponibile nè mezzi adeguati.

Dobbiamo altresì osservare che la larghezza facciale non fu presa in base alla distanza bizigomatica, la quale risente troppo della variazione della larghezza cranica massima, onde essa è più forte nei platibrachicefali, che negli ipsidolicocefali dello stesso tipo razziale. Fu presa, invece di quella, la misura della distanza proposta dal Virchow, fra i due punti zigomascellari inferiori. E, come si vedrà, questa fu una scelta molto felice.

Il primo passo del nostro procedimento fu quello di stabilire il comportamento della serie rispetto alla architettura del cranio cerebrale. A questo scopo eseguimmo la proieziode dei 51 casi per mezzo del grafico proposto e

realizzato dal SERA [1], in base alla combinazione dell' indice orizzontale individuale con l' indice vertico-longitudinale secondo la sopraauricolare e la basilo-bregmatica, stabilendo in questa maniera la posizione di ogni cranio, rispetto alle tre linee di altezza proposte per ognuno dei due sistemi.

Naturalmente anche per la serie di Alfedena si manifestano differenze sensibili fra le due posizioni di qualche cranio nell' uno e nell' altro sistema: differenze dovute alla influenza delle condizioni di sviluppo nutritivo delle ossa del cranio, come fu indicato dal SERA. Sebbene in complesso le due zone di proiezione dell' intera serie dei casi si corrispondano abbastanza bene, noi abbiamo tenuto in maggior conto le indicazioni del sistema basato sulla sopraauricolare. Chiaramente la maggior parte dei casi, senza distinzione di sesso, si colloca in una zona che non è di vera ortocefalia, in quanto pur avvicinandosi ad essa non si ha, nella proiezione per la basilo-bregmatica, quello sconfinamento al di sotto della linea dell' ortocefalia, che è la espressione dei casi di buono sviluppo nutritivo osseo. La maggioranza è dunque collocata in una zona fra la ortocefalia e la platicefalia. Ciò, come si vedrà, ha un significato importante. Esiste poi un buon numero di casi di vera e propria platicefalia e infine un certo numero di ortomesocefali, cioè di forme alquanto differenti, sia per l' altezza, sia per l' indice cefalico orizzontale più alto degli altri casi prima nominati. Durante le misurazioni fui colpito dal fatto della frequente associazione fra la grandezza della faccia nelle due dimensioni principali di altezza e larghezza e la fisionomia della faccia stessa secondo gli schemi del SERA [2]. Ciò nonostante credetti opportuno di iniziare la mia analisi usando i metodi tradizionali della seriazione dei valori dei diversi elementi facciali assoluti e nei loro rapporti (indici), ed inoltre cercando di stabilire se esistessero correlazioni fra i diversi elementi metrici. Pochi di questi numerosi tentativi diedero in verità qualche risultato più o meno soddisfacente, ma niente di preciso e definitivo; onde decisi di tentare la via che le mie impressioni immediate sopraricordate indicavano.

Allo scopo di rappresentare la grandezza della faccia, ho usato il prodotto dell' altezza per la larghezza, come sopra indicato. Avendo usata quest' ultima distanza ho in realtà ottenuto la *vera* dimensione della faccia o, per dir meglio, una dimensione a quella proporzionale. Denomino questo prodotto *rettangolo facciale*. Introducendo poi il valore reale dell' altezza del cranio, quale mi risultava dalla proiezione dei casi col metodo del SERA, e il valore dell' indice cefalico orizzontale, potei arrivare alla distinzione di cinque gruppi indipendenti, caratterizzati come segue:

Gruppo A — Tipo platicefalico metrioprosopo;
Gruppo B — Tipo platicefalico macroprosopo;

[1]) G. L. SERA. *Un foglio di proiezione per rapporti ecc.* Monit. Zool. It., 1916.
[2]) G. L. SERA, Voce « *Fisionomia facciale etnica* » in Enciclopedia Italiana.

Gruppo C — Tipo orto-subplati-dolicocefalico metrioprosopo;
Gruppo D — Tipo orto-subplati-dolicocefalico macroprosopo;
Gruppo E — Tipo orto-mesocefalico metrioprosopo.

Per la composizione di questi gruppi mi servii solo dei crani maschili, per la nota ragione, che essi meglio indicano il tipo ed anche perchè i crani femminili sono soltanto 14 e perciò non consentono una divisione in gruppi con numero sufficiente, in ognuno, di casi. Inoltre cinque crani maschili dovettero essere scartati per motivi diversi [1].

Ma se la distinzione di gruppi era a priori giustificata per ciò che riguarda l'altezza vera e la forma nel piano orizzontale, essendo esse determinate in base a rapporti, altrettanto non si poteva dire per il criterio della grandezza facciale, la quale poteva bene essere semplicemente un risultato di variazioni individuali.

Era necessario perciò preliminarmente di eliminare il fattore « grandezza assoluta ». A ciò provvidi calcolando il modulo dello SCHMIDT per ogni cranio, e poi a quello riferendo il rettangolo facciale. Innanzi tutto le medie di gruppo per il detto modulo diedero i seguenti risultati: A = 156; B = 154; C = 156; D = 162; E = 156.

Salvo il gruppo D, che, essendo composto di soli due casi, deve essere trascurato, per questo come per gli altri caratteri, i restanti quattro gruppi variano dal valore 154 al 156. La variazione non è grande, comunque è interessante notare che il gruppo B è quello che ha il più piccolo modulo. È perciò tanto più notevole il forte sviluppo della faccia in esso, tale che il valore del rapporto rettangolo facciale: modulo, in questo gruppo B, è il più alto (54), il più basso essendo quello dei gruppi A ed E (45).

In realtà dunque il gruppo B presenta, sia in senso assoluto, sia in senso relativo, il più forte sviluppo della faccia, come valore tipico, di natura metrica. Il criterio perciò fondato su questo carattere è ampiamente giustificato.

Ma con ciò il compito di dimostrare la esistenza reale dei tipi suddetti non era esaurito, giacchè se l'indice orizzontale e più ancora l'altezza desunta dalle proiezioni hanno un valore buono, non era fuori luogo cercare se altri elementi confermassero la distinzione. È ciò che feci in primo luogo in base a nuovi (cioè da me immaginati) e vecchi elementi metrici, ed infine in base alla analisi fisionomica secondo il SERA, delle fotografie da me prese. Espongo in ciò che segue i risultati di questo doppio controllo.

Un elemento analitico promettente da me immaginato si prospettava nel rapporto fra il diametro frontale minimo e la larghezza facciale secondo VIRCHOW: *Indice fronto-facciale trasversale.* Anche per questo il gruppo B si distingue da tutti gli altri per il valore più basso (81) in confronto di

---

[1]) Sono i numeri 7, 32, 43; 28, 38, che vengono scartati o per mancanza delle misure facciali o per la presenza di qualche anomalia.

95 per il gruppo A, 92 per il gruppo C, 91 per il gruppo E. La differenza è molto forte, ma occorreva stabilire a quale causa essa fosse dovuta. Le medie del diametro frontale minimo e della larghezza facciale sono, per il gruppo A, rispettivamente 100 e 105, per il gruppo B 91 e 111. Dunque

Proiezione dei crani maschili della Necropoli di Alfedena secondo l' indice cef. orizzontale e gli indici di altezza vertico-longitudinale e vertico-auricolare longitudinale.

il basso valore dell' indice del gruppo B è dovuto sia al basso valore del diametro frontale minimo, sia al forte valore della larghezza facciale.

È questo un carattere di grande significato, che distingue profondamente l' uno dall' altro i due gruppi di platicefali.

I valori corrispondenti per il gruppo C sono 97 e 105; per il gruppo

E 98 e 107. L'uno e l'altro dei valori dei due caratteri per i due gruppi sono molto più vicini a quelli del gruppo A che a quelli del gruppo B, sopratutto per ciò che riguarda la larghezza facciale.

Un altro rapporto da noi immaginato e indagato è quello fra l'altezza nasale e l'altezza facciale (*indice di altezza naso-facciale verticale*). Anche questo ci dà forti differenze fra i due gruppi platicefalici, in quanto il gruppo A ci porge un valore di 79 il gruppo B di soli 70. I gruppi C ed E si avvicinano ancora più al gruppo A. Ma è anche più interessante analizzare qui accuratamente questo risultato. Ora mentre l'altezza nasale è presso a poco la stessa nei due gruppi e cioè rispettivamente 53,3 e 52,6 (crediamo opportuno per questo dare i decimali), l'altezza facciale è molto diversa, e cioè 67,1 e 75. Il gruppo C porge i valori corrispondenti di 53,7 e 70, il gruppo E quelli di 52,5 e 67,1. Constatiamo anche qui perciò la maggiore prossimità dei gruppi C ed E al gruppo A che al gruppo B; inoltre una tendenza lieve ad un maggior valore dell'altezza nasale nei gruppi A e C.

Passando all'esame degli indici comunemente usati e innanzi tutto all'indice cefalico orizzontale, possiamo rilevare soltanto che il gruppo A presenta un valore di 75, il gruppo B uno di 72. Ma non diamo eccessivo significato a questa differenza, dato il mediocre valore dell'indice orizzontale: tanto più che il cranio del gruppo B al n. 21 ha un indice di 77. I valori dei gruppi C ed E risultano semplicemente dalla distinzione fatta dei gruppi.

Per ciò che riguarda l'altezza vera dei diversi gruppi, la determinazione della posizione di essi sul grafico col metodo del SERA, per la sopra-auricolare, dà i seguenti risultati: il gruppo A è perfettamente sulla linea della platicefalia, il gruppo B è sul confine con la fascia ortocefalica. Un poco più vicino alla linea dell'ortocefalia è il gruppo C, mentre il gruppo E è oltre la linea della ortocefalia verso la ipsicefalia, ma sempre in quella fascia. Questi risultati, del resto, non introducono nulla di nuovo, essendo conseguenza della nostra distinzione fondamentale dei tipi.

L'indice fronto-parietale del gruppo A è di 70, quello del gruppo B di 68. Ciò è tanto più notevole, in quanto la larghezza massima dei crani del gruppo B è inferiore a quella del gruppo A. Ed infatti i valori medii dei due caratteri sono rispettivamente: per A 100 e 142,6; per B 94 e 138,6. Ciò indica un distacco forte dell'uno dall'altro gruppo proprio per il frontale minimo. I valori dell'indice in questione dei gruppi C ed E sono 69 e 68. Quest'ultimo è uguale a quello del gruppo B. Ma se consideriamo i valori che determinano il rapporto, 97 e 141 per il gruppo C: 98 e 144 per il gruppo E, ci avvediamo che il valore di 68 per il gruppo B è determinato dal basso valore del frontale minimo, lo stesso valore per il gruppo E è determinato dal forte valore della larghezza massima.

Se passiamo ad esaminare l'indice facciale superiore, ci troviamo dinanzi al fatto notevole che il gruppo B possiede il più alto valore di esso (67), pur avendo il più forte valore medio di larghezza facciale (111). Ciò significa

che la altezza assoluta (75) supera notevolmente le medie degli altri gruppi. I valori corrispondenti per questi sono: A 63-67-105 ; C 66-70-105 ; E 63-67,1-167. Noi crediamo che il valore alquanto elevato dell'altezza facciale nel gruppo C dipenda dalla presenza naturale di qualche elemento a caratteri misti.

L'indice nasale importa scarse differenze fra i quattro gruppi. Ecco le cifre relative all'indice ed i suoi fattori. (A miglior evidenza vengono riferite le medie con i decimali). A 47,7-25.3-53.3; B 48,2-25,4-52,6; C 46,4-24,5-53,7; E 45,7-24-52,5. Non attribuiamo grande valore all'indice lievemente più alto del gruppo B. dato dalla presenza di due casi molto più elevati, per l'indice, degli altri. Si può forse solo affermare una certa tendenza nei platicefali dei due gruppi a un indice più alto.

Anche l'indice orbitale ed i suoi fattori non ci danno rilevanti differenze fra i gruppi. Ecco le cifre relative: A 80-31,6-39,2: B 80-32,2-39,8; C 82-33,3-40.5; E 81-32,2-39,7. Anche qui, come per l'indice nasale, i due gruppi platicefalici tendono ad eguagliarsi fra loro, distinguendosi dagli altri due per una tendenza più spiccata verso le forme gerarchicamente basse. Del resto osserviamo che la serie intiera ha un indice cameconco.

L'analisi fisionomica, secondo le indicazioni del SERA, delle fotografie riuscite sufficientemente bene, in entrambe le norme fondamentali per la detta analisi, cioè la frontale e la laterale sinistra — vale a dire i crani NN. 3, 14, 21, 5, 31, 42, (36, 43) — concorda pienamente con i risultati dell'analisi metrica, esposta fino a qui, beninteso per i casi sopra enumerati; ma ciò indizia, se non altro, la concordanza anche per i restanti.

NOZIONI INTRODUTTIVE ALLA TEORIA DELLE IPERSUPERFICIE ALGEBRICHE DI INDICE n, DELL'S_r PROIETTIVO COMPLESSO.

Nota II del socio **Nicolò Spampinato**

(Adunanza del dì 7 gennaio 1947)

Sunto. — Fra le ipersuperficie algebriche W_{r-1} di S_r, di indice di algebricità qualunque n, vengono caratterizzate quelle ideali e virtuali. Inoltre s'introducono, per una W_{r-1} qualunque, quegli n invarianti proiettivi $\lambda_1 \ldots \lambda_n$ che chiamansi le n *sottomultiplicità* di W_{r-1} in un punto, la cui media aritmetica μ generalizza il concetto di *multiplicità* di un'ordinaria ipersuperficie algebrica in un suo punto. S'introduce, infine, quell'invariante proiettivo ν che estende ad una W_{r-1} il concetto di *ordine* di un'ordinaria ipersuperficie algebrica.

18. La funzione numerica fondamentale. Il caso ideale.

a) Riprendiamo la ipersuperficie algebrica W_{r-1} di S_r, rispondente alla funzione algebrica semiomogenea $y = f(x_j)$ definita implicitamente dall'equazione algebrica

$$[1] \qquad \varphi_0(x_j)\, y^n + \varphi_1(x_j)\, y^{n-1} + \dots + \varphi_n(x_j) = 0.$$

Ciascuna funzione $\varphi_s(x_j)$, quando non è costante, determina in S_r una funzione numerica ad un valore $N_s(X)$, essendo per ipotesi $\varphi_s(x_j)$ una forma. Nel caso che sia $\varphi_s(x_j)$ costante, porremo $N_s(X) = 0$ se tale costante è non nulla, porremo invece $N_s(X) = +\infty$ se tale costante è nulla. Posto:

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)],$$

si dimostra che la funzione numerica $N(X)$ si calcola mediante le $n+1$ funzioni numeriche $N_0(X), \dots, N_n(X)$, si ha cioè:

$$N(X) = \Phi[N_0(X), \dots, N_n(X)],$$

essendo Φ *una ben determinata legge, indipendente dalla ipersuperficie che si considera*, che permette di calcolare gli n valori che assume la $N(X)$ in un dato punto X di S_r, quando sono noti i valori che assumono in tale punto le $n+1$ funzioni $N_s(X)$.

b) Nel *caso ideale* $\varphi_1(x_j) \equiv \dots \equiv \varphi_n(x_j) \equiv 0$, risulta: $(\lambda_1 = \dots = \lambda_n)$

$$N(X) = C\left(\frac{N_n(X) - N_0(X)}{n}, \dots, \frac{N_n(X) - N_0(X)}{n}\right).$$

In particolare, nel caso virtuale ($n = 1$), risulta:

$$\lambda_1 = N(X) = N_1(X) - N_0(X).$$

Riguardo alla differenza $N_n(X) - N_0(X)$ delle due funzioni numeriche rispondenti ai due polinomi estremi $\varphi_n(x_j)$ e $\varphi_0(x_j)$, si osservi quanto segue

Poniamo, per il sostegno J_{r-1} di W_{r-1},

$$J_{r-1} = J^{(1)}_{r-1} + \dots + J^{(t)}_{r-1},$$

con $J^{(1)}_{r-1}, \dots, J^{(t)}_{r-1}$ insiemi algebrici irriducibili, sostegni delle ipersuperficie irriducibili ordinarie, rispondenti ai fattori $f_1, \dots, f_t$ distinti del prodotto $\varphi_0(x_j) \cdot \varphi_n(x_j)$;

$$V^{(1)}_{r-1} = [J^{(1)}_{r-1}, n_1(X)], \dots, V^{(t)}_{r-1} = [J^{(t)}_{r-1}, n_t(X)].$$

La funzione numerica $n_s(X)$, per la irriducibilità di $V^{(s)}_{r-1}$, si può considerare determinata in S_r dal sostegno $J^{(s)}_{r-1}$ di $V^{(s)}_{r-1}$. Si dimostra che si ha precisamente la relazione:

$$N_n(X) - N_0(X) = \beta_1 n_1(X) + \ldots + \beta_t n_t(X),$$

con $\beta_1, \ldots, \beta_t$ *interi relativi.*

Nel *caso ideale,* con $n > 1$, si ha perciò:

$$N(X) = C\left(\frac{\beta_1 n_1(X) + \ldots + \beta_t n_t(X)}{n}, \ldots, \frac{\beta_1 n_1(X) + \ldots + \beta_t n_t(X)}{n}\right).$$

Ne segue che:

Una ipersuperficie ideale si può considerare determinata dal suo sostegno, da una t-pla di numeri interi relativi $\beta_1, \ldots, \beta_t$, *se è* t *il carattere di riducibilità del sostegno, e dal suo indice* n *di algebricità. La ipersuperficie ideale risulta a funzione nulla quando e solo quando tali* t *numeri interi relativi* β_s *sono tutti nulli.*

Si osservi che, per le notazioni poste, *la ipersuperficie ideale* W_{r-1} *è data da:*

$$(*) \qquad W_{r-1} = \frac{1}{n}\left(\beta_1 V^{(1)}_{r-1} + \ldots \beta_t V^{(t)}_{r-1}\right)$$

come quoto, per il suo indice di algebricità n, *della ipersuperficie virtuale* $\beta_1 V^{(1)}_{r-1} + \ldots + \beta_t V^{(t)}_{r-1}$, *combinazione lineare delle* t *ipersuperficie ordinarie* $V^{(s)}_{r-1}$, *secondo i numeri interi relativi* β_s. *Essa risponde precisamente alla funzione algebrica ad* n *valori*

$$y = f(x_j) = \sqrt[n]{\frac{-\varphi_n(x_j)}{\varphi_0(x_j)}} = [k f_1^{\beta_1}(x_j) \ldots f_t^{\beta_t}(x_j)]^{\frac{1}{n}} \qquad (k \neq 0).$$

Facendo variare l'intero positivo n *e gl'interi relativi* $\beta_1, \ldots, \beta_t$, *si ottengono con la* (*) *tutte le ipersuperficie ideali aventi per sostegno l'insieme algebrico* $J_{r-1} = J^{(1)}_{r-1} + \ldots + J^{(t)}_{r-1}$, *somma dei sostegni delle* t *ipersuperficie irriducibili distinte* $V^{(1)}_{r-1}, \ldots, V^{(t)}_{r-1}$ *di equazioni* $f_1(x_j) = 0, \ldots, f_t(x_j) = 0$.

Nota. È la relazione (*) che ci ha suggerito di chiamare *ideale* la ipersuperficie W_{r-1} nel caso in cui nella [1] i polinomi $\varphi_1, \ldots \varphi_{n-1}$ sono identicamente nulli. Ricordiamo in proposito come il Severi definisce le *curve ideali* come *simboli*: « Come nel campo numerico l'estrazione di radice conduce ad ampliare il campo dei numeri reali ai complessi, così sopra una superficie la *divisione delle curve per gl'interi, ove si voglia considerare*

sempre possibile, conduce ad ampliare il campo delle curve virtuali (in particolare effettive) con l'introduzione di nuovi enti che possiamo chiamare *curve ideali*.

Una curva ideale è un *simbolo* costituito preponendo una unità frazionaria al simbolo di una curva virtuale » [1]).

Ora la relazione (*) dimostra che, *nel caso considerato*, la ipersuperficie W_{r-1} è il *quoto di una ipersuperficie virtuale per l'intero* n. Ecco perchè abbiamo chiamato *ideale* una tale ipersuperficie.

Si osservi esplicitamente che le ipersuperficie algebriche, di indice qualunque, sono state definite *indipendentemente dalle operazioni* che si definiscono *dopo* nel campo di tali ipersuperficie (fra le quali la *divisione* per un intero relativo); operazioni che risultano *sempre possibili*.

19. **Invarianza proiettiva della funzione** $N(X)$. Dalla relazione

$$N(X) = \Phi\left(N_0(X), \ldots, N_n(X)\right)$$

che esprime la $N(X)$ mediante la funzione *numerica fondamentale* Φ, in funzione delle funzioni $N_s(X)$, si ricava immediatamente che *la funzione numerica* N(X) *è invariante rispetto alle proiettività, non degeneri, fra* S (perchè, com'è noto, di tale proprietà gode ogni $N_s(X)$, dandoci questa funzione la *multiplicità*, nel punto X, della ipersuperficie algebrica ordinaria rispondente a $\varphi_s(x)$, nel caso che sia $\varphi_s(x)$ non costante).

Si ha precisamente che se si considera una proiettività non degenere π fra i due spazi S_r ed S'_r di equazioni:

$$(\pi) \qquad x_s = \Sigma\, a_{st}\, x'_t$$

e trasformando, mediante la sostituzione (π), l'equazione [1] che determina la funzione algebrica $y = f(x)$, e quindi la W_{r-1}, si ottiene l'equazione:

$$[1'] \qquad g_0(x'_j)\, y^n + g_1(x'_j)\, y^{n-1} + \ldots + g_n(x'_j) = 0;$$

questa determina in S' una ipersuperficie algebrica, di indice n, $W'_{r-1} = \left(J'_{r-1}, N'(X')\right)$, che gode delle seguenti proprietà:

1°) *L'insieme algebrico* J'_{r-1} *è il trasformato, mediante* π, *dell'insieme algebrico* J_{r-1}, *sostegno di* $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$;

2°) *Se* X *ed* X' *sono due punti di* S_r *ed* S'_r *omologhi in* π, *si ha*:

$$N(X) = N'(X').$$

La ipersuperficie W'_{r-1} si dice la *trasformata dell'ipersuperficie* W_{r-1} *mediante la proiettività* π.

[1]) F. Severi, *Serie, sistemi di equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche*. [Edizioni Cremonese — Roma] [Cap. VI, § 2, n. 127, pag. 265].

Nota. Si osservi esplicitamente che anche nel caso delle ipersuperficie algebriche ordinarie, la definizione di *trasformata proiettiva* è fondata su entrambe le proprietà 1° e 2°, a meno che non si tratti di una ipersuperficie $V_{r-1}=[J_{r-1}, N(X)]$ *irriducibile* o *riducibile priva di parti multiple*, nel qual caso la 2ª proprietà è conseguenza della 1ª, perchè *in tal caso, e solo in tal caso, la funzione* $N(X)$ *si può considerare determinata dall'insieme algebrico* J_{r-1}. Una tale ipersuperficie la chiameremo *primitiva*. Per definire la trasformata proiettiva di una ipersuperficie algebrica ordinaria V_{r-1} *primitiva* (e quindi *assimilabile col suo sostegno*), si può considerare questa semplicemente come *un insieme di punti* e chiamare *trasformata proiettiva di* V_{r-1} *il luogo descritto in* S'_r *dal punto* X' *omologo del punto* X *variabile in* V_{r-1} (cioè nel *suo sostegno* J_{r-1}), *nella data* proiettività π. Ma se la ipersuperficie non è primitiva, detta definizione risulta *incompleta*, perchè vi sono infinite ipersuperficie di S_r che hanno il sostegno J_{r-1} ed infinite ipersuperficie di S'_r che hanno il sostegno J'_{r-1}, trasformato proiettivo di J_{r-1} per π.

Nel caso che la $V_{r-1}=[J_{r-1}, N(X)]$ non sia primitiva, la trasformata proiettiva V'_{r-1} si può definire anche in altro modo, che interessa mettere in evidenza, perchè è questo secondo modo che si estende per definire la *trasformata birazionale* di V_{r-1} non primitiva. Con le notazioni del n. 3, poniamo:

$$(3)\qquad \begin{aligned} J_{r-1} &= J^{(1)}_{r-1}+\dots+J^{(t)}_{r-1} \\ N(X) &= \alpha_1 n_1(X)+\dots\alpha_t n_t(X), \end{aligned}$$

con $\alpha_1,\dots,\alpha_t$ interi positivi. Le funzioni numeriche $n_1(X),\dots,n_t(X)$ si possono considerare determinate in S_r dagli insiemi irriducibili $J^{(1)}_{r-1},\dots,J^{(t)}_{r-1}$. La V_{r-1} è primitiva quando è $\alpha_1=\dots=\alpha_t=1$. Poniamo:

$$V^{(1)}_{r-1}=[J^{(1)}_{r-1}, n_1(X)], \dots, V^{(t)}_{r-1}=[J^{(t)}_{r-1}, n_t(X)].$$

Siano $J'^{(1)}_{r-1},\dots,J'^{(t)}_{r-1}$ i trasformati in S'_r di $J^{(1)}_{r-1},\dots,J^{(t)}_{r-1}$, mediante la proiettività π. L'insieme $J'^{(s)}_{r-1}$ detetermina in S'_r una funzione numerica $n'_s(X')$ tale che è $n'_s(X')=n_s(X)$, se X ed X' sono omologhi in π. Inoltre la ipersuperficie irriducibile $V'^{(s)}_{r-1}=[J'^{(s)}_{r-1}, n'_s(X')]$ è la trasformata mediante π di $V^{(s)}_{r-1}$.

Ciò posto, per la trasformata $V'_{r-1}=[J'_{r-1}, N'(X')]$ di $V_{r-1}=[J_{r-1}, N(X)]$ mediante π si hanno le relazioni:

$$(3')\qquad \begin{aligned} J'_{r-1} &= J'^{(1)}_{r-1}+\dots+J'^{(t)}_{r-1} \\ N'(X') &= \alpha_1 n'_1(X')+\dots+\alpha_t n'_t(X'). \end{aligned}$$

Ne segue che *la trasformata di* $V_{r-1} = \alpha_1 V_{r-1}^{(1)} \dots + \alpha_t V_{r-1}^{(t)}$ *è*

$$V'_{r-1} = \alpha_1 V'^{(1)}_{r-1} + \dots + \alpha_t V'^{(t)}_{r-1}.$$

La V'_{r-1} ha quindi gli stessi *coefficienti di riducibilità* $\alpha_1, \dots, \alpha_t$ di V_{r-1}. Analogamente si trova che:

La trasformata proiettiva della ipersuperficie algebrica ideale di S :

$$W_{r-1} = \frac{1}{n}\left[\beta_1 V_{r-1}^{(1)} + \dots + \beta_t V_{r-1}^{(t)}\right]$$

è la ipersuperficie ideale di S'_r:

$$W'_{r-1} = \frac{1}{n}\left[\beta_1 V'^{(1)}_{r-1} + \dots + \beta_t V'^{(t)}_{r-1}\right].$$

Il risultato ottenuto può servire a definire la trasformata proiettiva di una ipersuperficie algebrica ordinaria, o più in generale virtuale $(n-1)$, o ideale, *dopo aver definito la trasformata proiettiva di una ipersuperficie algebrica ordinaria primitiva nel modo suddetto.*

Per estendere questo risultato alle ipersuperficie algebriche di indice qualunque, non ideali, occorre premettere qualche altra osservazione sulla definizione di una tale ipersuperficie.

20. **Determinazione di una** W_{r-1} **sotto forma sintetica.** Ad ogni polinomio $\varphi_s(x)$ della (1) risponde in S_r una ipersuperficie algebrica ordinaria $\Gamma^{(s)} = [I_{r-1}^{(s)}, N_s(X)]$, se $\varphi_s(x)$ non è costante, e quindi una forma di grado $m > 0$. Interessa includere anche il caso in cui $\varphi_s(x)$ sia costante. Se è $\varphi_s(x) =$ costante non nulla, essa in E_{r+1} non ha nè zeri, nè poli, nè punti d'indeterminazione. In tal caso l'insieme $I^{(s)}$, determinato da φ_s in S_r, è *vuoto* e la funzione $N_s(X)$ assume in ogni punto di S_r il valore zero. Noi diremo che $\Gamma^{(s)} = [I^{(s)}, N_s(X)]$ è la *ipersuperficie, o varietà singolare vuota* Ω, col sostegno vuoto e la funzione nulla. Se è $\varphi_s(x) = 0$, essa ha in ogni punto di S_r uno zero. In tal caso $I^{(s)}$ coincide con l' S_r ambiente e la $N_s(X)$ assume in ogni punto di S_r il valore $+\infty$. Noi diremo che $\Gamma^{(s)} = [I^{(s)}; N_s(X)]$ in tal caso è la *ipersuperficie o varietà singolare ambiente* T, col sostegno S_r e la funzione infinita. Ne segue che la $(n+1)$pla ordinata di polinomi $[\varphi_0(x), \varphi_1(x), \dots, \varphi_n(x)]$ determina in S_r la $(n+1)$pla ordinata di ipersuperficie algebriche ordinarie o singolari $[\Gamma^{(0)}, \Gamma^{(1)}, \dots, \Gamma^{(n)}]$.

La condizione che i polinomi estremi φ_0 e φ_n non siano identicamente nulli, ci dà che $\Gamma^{(0)}$ e $\Gamma^{(n)}$ sono distinte da T. La condizione che il prodotto $\varphi_0\,\varphi_n$ ammetta tutti e soli i fattori irriducibili $f_1(x), \dots, f_t(x)$, porta che almeno una delle ipersuperficie $\Gamma^{(0)}$ e $\Gamma^{(n)}$ è distinta da T e che è $I^{(0)} + I^{(n)} = J_{r-1}$

sostegno della $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$ determinata dalla funzione $y = f(x_j)$ definita implicitamente dalla [1].

Essendo pure:

$$N(X) = \Phi[N_0(X), \ldots, N_n(X)],$$

si può considerare la $W_{r-1} = [I^{(0)} + I^{(n)}, \Phi(N_0(X), \ldots, N_n(X))]$ determinata dalla $(n+1)$pla $[\Gamma^{(0)}, \Gamma^{(1)}, \ldots, \Gamma^{(n)}]$.

Il *caso ideale* si ha quando è $\Gamma^{(1)} = \ldots = \Gamma^{(n-1)} = T$.

Nel *caso virtuale* la W_{r-1} è determinata da una coppia ordinata $[\Gamma^{(0)}, \Gamma^{(1)}]$ di ipersuperficie algebriche ordinarie delle quali una sola può essere la ipersuperficie singolare vuota Ω. Quelle ordinarie rispondono alle coppie $[\Omega, \Gamma^{(1)}]$. Quelle *virtuali negative* rispondono alle coppie $[\Gamma^{(0)}, \Omega]$. Quelle nulle rispondono alle coppie $(\Gamma^{(0)}, \Gamma^{(1)})$ con $\Gamma^{(0)} = \Gamma^{(1)}$.

In generale la W_{r-1} risulta autopposta se è $\Gamma^{(s)} = \Gamma^{(n-s)}$, nulla se è $\Gamma^{(0)} = \Gamma^{(1)} = \ldots = \Gamma^{(n)}$. La ipersuperficie $-W_{r-1}$, opposta di W_{r-1}, si può considerare determinata dalla $(n+1)$pla $(\Gamma^{(n)}, \Gamma^{(n-1)}, \ldots, \Gamma^{(0)})$. La ipersuperficie mW_{r-1} prodotto di W_{r-1} per l'intero relativo m, si può considerare determinata:

se è $m > 0$, da $[m\Gamma^{(0)}, m\Gamma^{(1)}, \ldots, m\Gamma^{(n)}]$,
se è $m < 0$, da $[|m|\Gamma^{(n)}, \ldots, |m|\Gamma^{(0)}]$,
se è $m = 0$, da $[\Gamma^{(0)} + \Gamma^{(n)}, \Gamma^{(0)} + \Gamma^{(n)}, \ldots, \Gamma^{(0)} + \Gamma^{(n)}]$.

La ipersuperficie $\frac{1}{m} W_{r-1}$, quoto di W_{r-1} per un intero relativo m non nullo, si può considerare determinata, se è $m > 0$, da

$$\begin{matrix}[\Gamma^{(0)}, & T, \ldots, & T, & \Gamma^{(1)}, & T, \ldots, & T, & \Gamma^{(2)}, \ldots, & \Gamma^{(n)}] \\ 1 & 2, \ldots, & m, & m+1, & m+2, \ldots, & 2m, & 2m+1, \ldots, & mn\end{matrix}$$

se è $m < 0$, dalla stessa $(n|m|+1)$pla con le ipersuperficie disposte in ordine inverso.

21. **Determinazione sintetica della trasformata proiettiva di una W_{r-1}.** Si osservi ora che dei polinomi $g_s(x'_j)$ trasformati dei polinomi $\varphi_s(x_j)$ risultano identicamente nulli, o costanti non nulli, solo quelli che rispondono ad analoghi polinomi $\varphi_s(x_j)$. Sicchè come trasformata proiettiva di Ω si assume in S'_r la ipersuperficie singolare vuota Ω' di S'_r e come trasformata proiettiva di T si assume in S'_r la ipersuperficie singolare ambiente T' di S'_r. Ne segue che assegnata in S_r la $(n+1)$pla di ipersuperficie $[\Gamma^{(0)}, \Gamma^{(1)}, \ldots, \Gamma^{(n)}]$ determinante la $W_{r-1} = [I^{(0)} + I^{(n)}, \Phi(N_0(X), \ldots, N_n(X))]$, rispetto alla proiettività π, resta determinata in S'_r la $(n+1)$pla di ipersuperficie trasformate $[\Gamma'^{(0)}, \Gamma'^{(1)}, \ldots, \Gamma'^{(n)}]$ e sarà $\Gamma'^{(s)}$ la Ω' o la T' quando a solo quando è $\Gamma^{(s)}$ la Ω o la T rispettivamente. Se poniamo:

$$\Gamma'^{(s)} = [I'^{(s)}, N'_s(X)],$$

la W'_{r-1}, trasformata proiettiva di W_{r-1} mediante π, risulta data da $W'_{r-1} = [I'^{(0)} + I'^{(n)}, \Phi(N'_0(X'), \ldots, N'_n(X')]$ *e si può considerare determinata dalla* $(n+1)$pla di ipersuperficie di S'_r $[\Gamma'^{(0)}, \Gamma'^{(1)}, \ldots, \Gamma'^{(n)}]$. *Con questa* $(n+1)$*pla si può determinare pertanto, in modo sintetico, la* W'_{r-1} *trasformata proiettiva della* W_{r-1} *determinata dalla* $(n+1)$*pla* $[\Gamma^{(0)}, \ldots, \Gamma^{(n)}]$.

22. **Ordine di una ipersuperficie di indice qualunque.** Sia data in S_r la ipersuperficie algebrica di indice n:

$$W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)] .$$

Se diciamo $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ i valori assunti dalla funzione $\lambda = N(X)$ in un punto X di S_r, si dirà *multiplicità* di W_{r-1} nel punto X la media aritmetica

$$\mu = \frac{\lambda_1 + \ldots + \lambda_n}{n}$$

dei razionali $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ invarianti proiettivi (n. 19) e che si diranno le *sottomultiplicità* di W in X.

Se è $r = 1$, l'ipersuperficie W_{r-1} di S_r si riduce a:

$$W_0 = [J_0, N(X)] ,$$

essendo J_0 un gruppo di t punti distinti di S_r, se è t l'indice di riducibilità di tale insieme algebrico J_0. Se diciamo $A_1, \ldots, A_t$ tali punti e $\mu_1, \ldots, \mu_t$ le multiplicità di W_0 in $A_1, \ldots, A_t$, la *somma*:

$$\nu = \mu_0 + \ldots + \mu_t$$

di tali multiplicità è, come si vedrà, *un invariante proiettivo di* W_0. Si ha precisamente:

$$\nu = \frac{m_n - m_0}{n}$$

dove m_0 ed m_n sono i gradi dei polinomi φ_0 e φ_n, primo ed ultimo coefficiente dell'equazione (1) che determina implicitamente la $y = f(x_j)$ a cui risponde la W_{r-1}. Nel caso virtuale ν risulta *intero relativo*. Nel caso ordinario, ν è l'ordine del gruppo algebrico V_0 di equazione $f(x_j) = 0$. Per tal fatto l'invariante proiettivo ν si dirà *ordine del gruppo* algebrico W_0 di indice n.

Se è $r > 1$, il razionale $\dfrac{m_n - m_0}{n}$ *è sempre un invariante proiettivo* Si dirà ordine della W_{r-1}. Vedremo che risulta eguale all'ordine $\nu = \mu_0 + \ldots + \mu_t$ di ogni gruppo W_0 ottenuto *intersecando* la W_{r-1} con una qualunque retta di S_r non appartenente al sostegno J_{r-1} di W_{r-1}, dopo aver definita la ipersu-

perficie W_{k-1}, di indice n, *intersezione* della W_{r-1} con un S_k di S_r non contenuto in J_{r-1}.

23. **Intersezione di una W_{r-1} con un S_k dell' S_r ambiente.** Siano:

$$x_s = a_{s0}\, z_0 + \ldots a_{sk}\, z_k \qquad (s = 0, \ldots, r)$$

le equazioni di un S_k di S_r con i parametri omogenei $z_0, \ldots, z_k$. Posto:

$$\varphi_h(x_j) = \varphi_h(a_{s0}\, z_0 + \ldots + a_{sk}\, z_k) = \psi_h(z_j),$$

l'equazione [1] si trasforma nell'equazione:

$$[1^*] \qquad \psi_0(z_j)\, y^n + \psi_1(z_j)\, y^{n-1} + \ldots + \psi_n(z_j) = 0.$$

La funzione $y = f^*(z_j)$ definita implicitamente dalla [1*] determina nell' S_k (assunte $(z_0, \ldots, z_n)$ come coordinate omogenee del punto variabile in S_k), se ψ_0 e ψ_n non risultano identicamente nulle, cioè se S_k non appartiene al sostegno di W_{r-1}, una ipersuperficie W_{k-1} che si dirà la *ipersuperficie intersezione* di W_{r-1} con l' S_k. La W_{k-1} risulta dello stesso ordine $\frac{m_n - m_0}{n}$ di W_{r-1}. Per $k = 1$ la W_{k-1} è un gruppo W_0 ed il suo ordine $\frac{m_n - m_0}{n}$ risulta perciò eguale alla somma delle multiplicità che W_0 ha nei punti che costituiscono il suo sostegno.

Se S_k è in posizione *generica* rispetto alla $(n+1)$pla di ipersuperficie $[\Gamma^{(0)}, \ldots, \Gamma^{(n)}]$ determinante in S_r la $W_{r-1} = [J_{r-1}, N(X)]$, considerata la funzione $N^*(Z)$ della ipersuperficie $W^*_{k-1} = [J^*_{k-1}, N^*(Z)]$, le funzioni $N(X)$ ed $N^*(Z)$ in uno stesso punto X di S_r assumono gli stessi valori, e quindi W_{r-1} e W^*_{k-1} hanno in un tale punto la stessa multiplicità $\mu = \frac{\lambda_1 + \ldots + \lambda_n}{n} = \mu^*$.

Per posizioni particolari di S_k *può risultare* $\mu \neq \mu^*$. In ogni caso μ^* si dirà *la multiplicità d'intersezione di* W_{r-1} *con l'* S_r *nel punto considerato*.

Il sostegno J^*_{k-1} di W^*_{k-1} è l'intersezione del sostegno J_{r-1} di W_{r-1} con l' S_k.

Così vengono generalizzate le proprietà relative all'*ordine* ed all'*intersezione* di una ipersuperficie algebrica ordinaria con un S_k del suo ambiente S_r. Si osservi esplicitamente che la W^*_{k-1} si può considerare determinata dalla $(n+1)$pla $[\Gamma^{*(0)}, \ldots, \Gamma^{*(n)}]$ di ipersuperficie di S_k ottenuta intersecando con questo spazio la $(n+1)$pla $[\Gamma^{(0)}, \ldots, \Gamma^{(n)}]$ determinante la W_{r-1}.

Relativamente all'ordine si dimostra che:

se W_{r-1} *e* W'_{r-1} *sono due ipersuperficie, di indici qualunque, di ordini* ν *e* ν', *gli ordini di* $W_{r-1} + W'_{r-1}$ *e di* $W_{r-1} - W'_{r-1}$ *sono* $\nu + \nu'$ *e* $\nu - \nu'$ *rispettivamente.*

Se m *è un intero relativo, l'ordine di* mW_{r-1} *è* $m\nu$ *e se inoltre è* $m \neq 0$, *l'ordine di* $\frac{1}{m} W_{r-1}$ *è* $\frac{\nu}{m}$.

Una ipersuperficie autopposta è sempre di ordine zero. In particolare, una ipersuperficie a funzione nulla è di ordine zero.

In relazione a quanto è detto nella Nota del n. 17, si osservi che:

Se A_{r-1} *è una ipersuperficie autopposta,* W_{r-1} *e* $W_{r-1} + A'_{r-1}$ *hanno lo stesso ordine. (Essendo* A_{r-1} *di ordine zero).* Sicchè se si considera una ipersuperficie, di indice di algebricità qualunque, definita a meno di ipersuperficie additive autopposte, la nozione di ordine della ipersuperficie resta invariata.

Su di un altro tipo di algebra di ordine n

Nota di **Ulderico Bencivenga**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 4 marzo 1947)

Sunto. — Alle radici dell'equazione binomia, assunte come unità di un'algebra (v. Nota del 5 febbraio '46), si contrappongono, a scopo analogo, le radici reali di una certa equazione algebrica intera a coefficienti razionali. Si generalizza poi l'algebra così introdotta e si pongono i suoi elementi, mediante funzioni esponenziali, sotto una forma analoga a quella esposta nella Nota del 7 maggio 1946.

(1) Alle radici dell'equazione binomia di grado n poste sotto la forma trigonometrica contrapponiamo i numeri espressi dalla formola:

$$v_k = \cos\frac{2(k-1)\pi}{n} + \operatorname{sen}\frac{2(k-1)\pi}{n} \qquad k = 1, 2, 3, \dots n \qquad (1)$$

Si dimostra che essi soddisfano all'equazione:

$$x^n - n\frac{(n-2)_0}{1 \cdot 2}x^{n-2} + n\frac{(n-3)_1}{2 \cdot 2^2}x^{n-4} - n\frac{(n-4)_2}{3 \cdot 2^3}x^{n-6} + n\frac{(n-5)_3}{4 \cdot 2^4}x^{n-8} + \dots +$$
$$+ (-1)^k n\frac{(n-(k-1))_{k-1}}{k \cdot 2^k}x^{n-2k} = C$$

dove C è il valore del primo membro per $x = v_1 = 1$. Le v sono dunque *numeri algebrici*. Si diranno *coniugati* i numeri v_k e v_{n-k+2} i quali potranno anche scriversi

$$v_k = \sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\frac{2(k-1)\pi}{n} + \frac{\pi}{4}\right) \qquad v_{n-k+2} = \sqrt{2}\cos\left(\frac{2(k-1)\pi}{n} + \frac{\pi}{4}\right).$$

Le v possono rappresentarsi geometricamente mediante i vertici di un poligono regolare di n lati inscritto in un cerchio di raggio uguale a $\sqrt{2}$ opportunamente orientato. L'ordinata e l'ascissa di un vertice rappresenteranno rispettivamente un numero v ed il suo coniugato.

(2) Assunte le v come unità di un'algebra, la tabella di moltiplicazione di esse si deduce dalla formola:

$$v_r v_s = \frac{v_{r-s+1} + v_{s-r+1} + v_{r+s-1} - v_{-r-s+3}}{n} \tag{2}$$

con l'avvertenza che, quando l'indice delle v al secondo membro risulta negativo, deve aggiungersi n o $2n$ in modo da avere un valore positivo.

È evidente che le radici di un'equazione di grado n a tutte radici reali possono mettersi sotto la forma generica:

$$w_s = d_1 v_1 + d_2 v_s + d_3 v_{2s-1} + d_4 v_{3s-2} + \dots + d_r v_{(s-1)(r-1)+1} + \dots + d_n v_{n-s+2} \qquad s = 1, 2, 3, \dots n \tag{3}$$

Queste radici formano un gruppo di elementi dell'algebra di unità v che si diranno *congenei*. Congenei *coniugati* saranno quelli corrispondenti agli indici s e $n - s + 2$. L'insieme dei gruppi generati dalle infinite equazioni di grado n a radici tutte reali formerà l'algebra di unità v e di ordine n.

(3) Poniamo quanto abbiamo esposto sotto un punto di vista più generale. Proponiamoci cioè la ricerca dell'algebra di ordine n le cui unità t abbiano la stessa tabella di moltiplicazione delle v. Si dimostra che la matrice di quest'algebra è:

$$\frac{1}{2} \left\| a_{r-s+1} + a_{s-r+1} + a_{r+s-1} - a_{-r-s+3} \right\| \qquad (r \text{ riga, } s \text{ colonna}) \tag{4}$$

con la solita avvertenza riguardante gli indici. Quest'algebra è riducibile. Facendo il cambiamento di coordinate determinato dalla relazione

$$a_r = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^{n} b_p \, v_{(p-1)(r-1)+1} \tag{5}$$

l'elemento $a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3 + \dots + a_n t_n$ si trasforma nell'elemento $b_1 z_1 + b_2 z_2 + b_3 z_3 + \dots + b_n z_n$ in cui $z_h = \frac{1}{n} \sum_{r=1}^{n} v_{(h-1)(r-1)+1} \, t_r$. La tabella di moltiplicazione delle nuove unità z è determinata dalla relazione:

$$z_h \, z_k = \begin{cases} 0 & \text{se } k \neq h \\ z_h & \text{se } k = h \end{cases}.$$

Dunque l'algebra che è oggetto di questa Nota è riducibile a quella dei numeri n-reali, somma di n algebre reali ordinarie.

(4) Consideriamo le funzioni di x espresse dalla formola generica:

$$X_r = \frac{1}{n}\left(v_1 e^{w_1 x} + v_r e^{w_2 x} + v_{2r-1} e^{w_3 x} + v_{3r-2} e^{w_4 x} + \ldots\ldots + \right.$$
$$\left. + v_{(r-1)(s-1)+1} e^{w_s x} + \ldots\ldots + v_{n-r+2} e^{w_n x}\right) \qquad (6)$$

dove le w sono le radici (3) supposte tutte differenti. Formiamo il composto:

$$P_h = v_1 X_1 + v_h X_2 + v_{2h-1} X_3 + v_{3h-2} X_4 + \ldots + v_{(r-1)(h-1)+1} X_r + \ldots + v_{n-h+2} X_n \qquad (7)$$

Sostituendo alle X i valori dati dalla (6), si ottiene $P_h = e^{w_h x}$ e, quando $d_1 = 0$,

$$P_1 \,.\, P_2 \,.\, P_3 \,.\, P_4 \ldots\ldots P_n = 1 \qquad (8)$$

relazione algebrica razionale intera omogenea delle X che vedremo essere indipendente dalle v e che è analoga a quella della precedente Nota.

Innalzando alla potenza m.ma ambo i membri dell'uguaglianza $P_h = e^{w_h x}$, si ha:

$$P_h^m = e^{m w_h x} = \sum_{r=1}^{n} v_{(r-1)(h-1)+1} X_r(mx) \; ; \; \left[\sum_{r=1}^{n} v_{(r-1)(h-1)+1} X_r\right]^m = \sum_{r=1}^{n} v_{(r-1)(h-1)+1} X_r(mx)$$

la quale ultima relazione richiama alla mente il teorema di Moivre per le funzioni circolari.

Ricercando il teorema di addizione della funzione X si trova:

$$X_r(x+y) = \sum_{z,t}^{1\ldots n} X_t \, Y_z \qquad (Y \text{ valore di } X \text{ per } y)$$

dove t e z possono prendere tutti i valori dati dalle relazioni:

$$t - z = \alpha n - r + 1 \quad t + z = \alpha n - r + 3 \quad t + z = \alpha n + r + 1 \quad t - z = \alpha n + r - 1 \quad (\alpha \text{ intero}).$$

(5) Riprendendo lo studio dell'algebra di unità t di cui al n. 3 sia

$$a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3 + \ldots\ldots + a_r t_r + \ldots\ldots + a_n t_n \qquad (9)$$

un suo elemento. Chiameremo *modulo* di esso *la radice positiva n.ma del valore assoluto del determinante della sua matrice* [1]. Lo indicheremo con ∂. Diremo *congenei* gli n elementi che si ottengono dalla formola:

$$a_1 t_1 + a_2 t_h + a_3 t_{2h-1} + a_4 t_{3h-2} + \dots + a_r t_{(r-1)(h-1)+1} + \dots + \\ + a_n t_{n-h+2} \qquad (h = 1, 2, \dots n) \tag{10}$$

Se nell'elemento (9) facciamo il cambiamento di coordinate indicato dalla (5), per un noto teorema della teoria delle algebre si ha che il determinante della sua matrice è uguale a quello della matrice corrispondente nell'algebra di unità z. Quest'ultimo determinante ha tutti i termini nulli meno quelli della diagonale principale. Si ha quindi $\partial = \sqrt[n]{b_1 b_2 b_3 \dots b_n}$ la radice essendo presa col segno $+$ e il prodotto in valore assoluto. Questo prodotto non conterrà le v perchè non le contiene la matrice dell'elemento (9).

Si dimostra: 1° che le matrici di due congenei coniugati sono uguali e quindi i congenei stessi hanno il medesimo modulo 2° che i congenei di uno stesso gruppo soddisfano alla stessa equazione e, precisamente, all'equazione minima dell'elemento (9).

Dalla (5) si ha: $b_s = a_1 v_1 + a_2 v_s + a_3 v_{2s-1} + a_4 v_{3s-2} + \dots + a_n v_{n-s+2}$. Se in questa espressione sostituiamo alle v le unità t, otterremo un gruppo di congenei nell'algebra di unità t. Tenuto presente che le v e le t hanno la stessa tabella di moltiplicazione, si dimostra che *il modulo del prodotto dei congenei è uguale al prodotto dei moduli di ciascuno di essi.*

Si prova che nell'elemento (9) è lecito porre $\dfrac{a_r}{\partial} = X_r$ cosicchè l'elemento stesso può porsi sotto la forma:

$$\partial(X_1 t_1 + X_2 t_2 + X_3 t_3 + \dots + X_r t_r + \dots + X_n t_n) \tag{11}$$

dove le X sono date dalla (6) e nelle w si suppone $d_1 = 0$. Si avranno così $n-1$ quantità $d_2 x \; d_3 x \; d_4 x \dots d_n x$ che chiameremo, come al solito, *argomenti* della funzione X e che, insieme al *modulo*, individueranno l'elemento dell'algebra invece delle quantità $a_1 \; a_2 \; a_3 \dots a_n$.

La (11) permette di porre sotto una forma assai semplice il prodotto di due elementi $\partial(X_1 t_1 + X_2 t_2 + X_3 t_3 + \dots + X_n t_n)$ e $\partial_1(Y_1 t_1 + Y_2 t_2 + Y_3 t_3 + \dots + Y_n t_n)$. Si dimostra che esso è espresso dalla formola:

$$\partial\partial_1 [X_1(x+y) \cdot t_1 + X_2(x+y) \cdot t_2 + X_3(x+y) \cdot t_3 + \dots + X_n(x+y) \cdot t_n].$$

Si ha dunque che *il modulo del prodotto di due elementi è uguale al prodotto*

[1] Questa definizione è più generale di quella data nella precedente Nota che deve intendersi applicata al solo caso dell'algebra di unità α.

dei moduli ed i suoi argomenti sono uguali alla somma degli argomenti corrispondenti dei fattori. Si ha anche che *i divisori dello zero debbono avere il modulo nullo* e che, *affinchè il prodotto di due elementi sia nullo, è necessario e sufficiente o che sia nullo uno degli elementi o che siano nulli entrambi i moduli degli elementi stessi.*

(6) Possiamo dare a quanto esposto precedentemente un'interpretazione geometrica. Poichè il modulo ∂ di un elemento dell'algebra di unità i è uguale alla radice positiva n.ma del determinante Δ della sua matrice, potremo scrivere $\Delta = \partial^n$. Al primo membro di questa equazione si ha un composto intero omogeneo dei coefficienti a dell'elemento, e quindi, se con essi indichiamo delle coordinate correnti nello spazio ad n dimensioni, la equazione stessa rappresenterà una ipersuperficie di ordine n. Per ogni valore di ∂ avremo una di queste superficie. Considereremo in special modo quella che corrisponde a $\partial = 1$ e che chiameremo *superficie fondamentale*. In questo caso dalla posizione $\frac{a_r}{\partial} = X_r$ risulta $a_r = X_r$, cioè la superficie fondamentale è il luogo dei punti di coordinate X soddisfacenti all'equazione che si ricava dalla (8) quando alle P si sostituiscano i valori dati dalla (7).

Se consideriamo un segmento opportunamente determinato in lunghezza e direzione nello spazio preso in esame e conduciamo da un *polo* stabilito a priori la parallela ad esso nella stessa direzione, e su di questa prendiamo a partire dal polo una porzione uguale al segmento dato, e infine determiniamo sulla parallela stessa la lunghezza della parte intercetta fra il polo e la superficie fondamentale, il rapporto fra le due lunghezze rappresenterà il modulo ∂. Ma questo rapporto può anche interpretarsi come la misura del segmento dato eseguita mediante un *metro variabile* determinato dalla superficie fondamentale, che, appunto per questo, si chiamerà *superficie dei metri* [1]).

Questa superficie, nel caso che abbiamo trattato, ha un'equazione assai semplice se si consideri l'algebra di unità ε. Essa si ottiene uguagliando ad 1 il determinante della matrice dell'algebra, il che dà $b_1 b_2 b_3 \ldots b_n = 1$; cioè la superficie dei metri è il luogo dei punti per i quali il prodotto delle sue coordinate è uguale ad 1.

Quanto abbiamo ora esposto può facilmente applicarsi anche al caso dell'algebra trattata nelle Note precedenti. Il caso di $n = 3$ è stato da me ampiamente trattato ma non ancora reso noto.

---

[1]) Vedi « *Geometria e Trigonometria iperboliche e fondamenti di una Geometria a metri variabili* » dell'A. (Parte II). Presso l'A., Viale di Villa Massimo 24, Roma.

Su di una particolare curva di cui siano assegnate la curvatura e la torsione in funzione dell'arco

Nota di **O. Sorace**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 4 marzo 1947)

Sunto. — La curva di cui siano assegnate come curvatura e torsione rispettivamente le funzioni dell'arco: $\frac{1}{\rho(t)} = a \operatorname{sen} ct$, $\frac{1}{\tau(t)} = a \cos ct$, viene trovata mediante un'equazione integrale di VOLTERRA di seconda specie. Vengono studiate le proprietà di questa nuova curva.

1.) Il problema di trovare la curva della quale siano assegnate la curvatura $\frac{1}{\rho(t)}$ e la torsione $\frac{1}{\tau(t)}$ in funzione dell'arco è stato risòlto [1]) mediante un'equazione integrale di VOLTERRA di seconda specie nel modo di cui esporremo le linee fondamentali.

Siano $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{v}(t)$, $\mathbf{w}(t)$ i versori del triedro fondamentale e cioè della tangente, della normale principale e della binormale alla curva. Supponiamo che la curva abbia in un punto iniziale, per es. $t = 0$, come triedro fondamentale quello degli assi cartesiani Ox_1, Ox_2, Ox_3 i cui versori siano $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{i}_3$, e poniamo:

$$\mathbf{i}_r = \alpha_r \mathbf{u} + \beta_r \mathbf{v} + \gamma_r \mathbf{w} \qquad (r = 1, 2, 3). \tag{1}$$

Per $t = 0$ sarà:

$$\begin{array}{lll} \alpha_1^{(0)} = 1, & \alpha_2^{(0)} = 0, & \alpha_3^{(0)} = 0 \\ \beta_1^{(0)} = 0, & \beta_2^{(0)} = 1, & \beta_3^{(0)} = 0 \\ \gamma_1^{(0)} = 0, & \gamma_2^{(0)} = 0, & \gamma_3^{(0)} = 1. \end{array}$$

Per trovare le $\beta_r(t)$ si risolvono le equazioni integrali:

$$\beta_r(t) = k_r(t) - \int_0^t N(t, s)\, \beta_r(s)\, ds \qquad (r = 1, 2, 3) \tag{2}$$

---

[1]) Cfr. P. NALLI, *Risoluzione di due problemi classici per mezzo di una equazione di* VOLTERRA, « Annali di matematica pura ed applicata », Bologna, Serie IV, T. XVII, 1938, pp. 193-202.

dove, avendo posto:

$$g'(s) = \frac{1}{\rho(s)} \quad , \quad f'(s) = \frac{1}{\tau(s)}$$

è:

$$N(t, s) = g'(s)[g(t) - g(s)] + f'(s)[f(t) - f(s)]$$

$$(3) \quad k_r(t) = \beta_r^{(0)} - \alpha_r^{(0)}[g(t) - g(0)] - \gamma_r^{(0)}[f(t) - f(0)], \qquad (r = 1, 2, 3).$$

Risolvendo le (2) si ha:

$$(4) \qquad \beta_r(t) = k_r(t) + \int_0^t Q(t, s)\, k_r(s)\, ds \qquad (r = 1, 2, 3)$$

dove $Q(t, s)$, nucleo risolvente, è:

$$Q(t, s) = \sum_{n=1}^{\infty} N_n(t, s)$$

con

$$N_1(t, s) = -N(t, s)$$

e

$$N_n(t, s) = \int_s^t N_p(t, x)\, N_{n-p}(x, s)\, dx$$

p essendo un numero naturale qualsiasi minore di n.

Trovate così le $\beta_r(t)$, si trovano i coseni direttori della tangente:

$$(5) \qquad \alpha_r(t) = \alpha_r^{(0)} + \int_0^t \frac{\beta_r(t)}{\rho(t)}\, dt \qquad (r = 1, 2, 3).$$

Le equazioni della curva saranno:

$$x_r = \int_0^t \alpha_r(t)\, dt \qquad (r = 1, 2, 3).$$

2.) Ma quando praticamente le (2) si possono risolvere? A parte del caso banale, quando il rapporto tra curvatura e torsione è costante e la curva è quindi un'elica, ho trovato che le (2) possono agevolmente risolversi quando

$$(6) \qquad \frac{1}{\rho(t)} = a \operatorname{sen} ct, \qquad \frac{1}{\tau(t)} = a \cos ct$$

per cui è quindi costante ed uguale ad a^2 la somma dei quadrati della curvatura e della torsione.

Riservandomi in un'altra nota di trovare il nucleo risolvente per la via indicata nel § 1), in questa nota troverò per altra via tale nucleo e studierò la curva che ne risulta e che è una sviluppata di elica.

Essendo

$$g(s) = -\frac{a}{c} \cos cs \qquad f(s) = \frac{a}{c} \operatorname{sen} cs$$

sarà:

$$N_1(t, s) = \frac{a^2}{c} \operatorname{sen} [c(s-t)].$$

Porremo per brevità $s - t = u$.

Essendo N_1 funzione della sola u, anche N_2, N_3 ... saranno funzioni della sola u e la somma Q della serie sarà pure una funzione $H(s-t)$ della sola $s-t$.

Ricordiamo che tra i due nuclei corre la relazione

$$N(t, s) + Q(t, s) + \int_s^t Q(t, x)\, N(x, s)\, dx = 0.$$

Nel nostro caso sarà:

$$-\frac{a^2}{c} \operatorname{sen} [c(s-t)] + H(s-t) - \frac{a^2}{c} \int_s^t H(x-t) \operatorname{sen} [c(s-x)]\, dx = 0.$$

Ponendo $x - t = z$ si ha:

$$(7) \qquad -\frac{a^2}{c} \operatorname{sen} cu + H(u) + \frac{a^2}{c} \int_0^u H(z) \operatorname{sen} [c(u-z)]\, dz = 0.$$

Derivando rispetto ad u:

$$(8) \qquad -a^2 \cos cu + H'(u) + a^2 \int_0^u H(z) \cos [c(u-z)]\, dz = 0$$

e derivando ancora:

$$(9) \qquad a^2 c \operatorname{sen} cu + H''(u) + a^2 H(u) - a^2 c \int_0^u H(z) \operatorname{sen}[c(u-z)]\, dz = 0.$$

Moltiplicando la (7) per c^2 e sommando colla (9) si ha:

$$H''(u) + (a^2 + c^2)\, H(u) = 0.$$

L'integrale generale di questa equazione differenziale è:

$$H(u) = A \operatorname{sen}\left(\sqrt{a^2 + c^2} \,.\, u + \varphi\right).$$

Determiniamo i valori delle costanti A e φ.

Dalla (7) si ha: $H(0) = 0$ e quindi $\varphi = 0$.

Dalla (8) si ha: $H'(0) = a^2$ e quindi essendo:

$$H'(u) = A \sqrt{a^2 + c^2} \cos\left[\sqrt{a^2 + c^2} \,.\, u\right]$$

sarà:

$$A = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2}}.$$

Troviamo così per il nucleo risolvente:

$$Q(t, s) = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + c^2}} \operatorname{sen}\left[\sqrt{a^2 + c^2}\,(s - t)\right].$$

3.) Passiamo ora a trovare i coseni direttori della normale principale e cioè i $\beta_r(t)$ $\qquad (r = 1, 2, 3)$.

Essendo per le (3)

$$k_1(t) = \frac{a}{c} \cos ct - \frac{a}{c}\,, \quad k_2(t) = 1\,, \quad k_3(t) = -\frac{a}{c} \operatorname{sen} ct$$

sarà per le (4), (ponendo per brevità $\sqrt{c^2 + a^2} = k$)

$$\beta_1(t) = \frac{a}{c}(\cos ct - 1) + \frac{a^3}{ck} \int_0^t \operatorname{sen}[k(s-t)]\,[\cos cs - 1]\, ds = \frac{a}{c}(\cos ct - 1) +$$

$$+ \frac{a^3}{2ck} \int_0^t \left\{ \operatorname{sen}[(k+c)s - kt] - \operatorname{sen}[(c-k)s + kt] \right\} ds - \frac{a^3}{ck} \int_0^t \operatorname{sen}[k(s-t)]\, ds =$$

$$=\frac{a}{c}(\cos ct-1)+\frac{a^3}{2ck}\left[-\frac{\cos\{(k+c)s-kt\}}{k+c}-\frac{\cos\{(c-k)s+kt\}}{k-c}\right]_0^t+$$

$$+\frac{a^3}{ck}\left[\frac{\cos\{k(s-t)\}}{k}\right]_0^t=\frac{a}{c}(\cos ct-1)-\frac{a^3}{2ck}\,\frac{2k\cos ct-2k\cos kt}{a^2}+$$

$$+\frac{a^3}{ck^2}(1-\cos kt)=-\frac{a}{c}+\frac{a}{c}\cos kt+\frac{a^3}{ck^2}(1-\cos kt)=(1-\cos kt)\left(\frac{a^3}{ck^2}-\frac{a}{c}\right).$$

Quindi:

$$\beta_1(t)=\frac{ac}{k^2}(\cos kt-1).$$

Troviamo ora $\beta_2(t)$ e $\beta_3(t)$.

$$\beta_2(t)=1+\frac{a^2}{k}\int_0^t\operatorname{sen}[k(s-t)]\,ds=1-\frac{a^2}{k^2}\left[\cos\{k(s-t)\}\right]_0^t=\frac{c^2}{k^2}+\frac{a^2}{k^2}\cos kt.$$

$$\beta_3(t)=-\frac{a}{c}\operatorname{sen}ct-\frac{a^3}{ck}\int_0^t\operatorname{sen}[k(s-t)]\operatorname{sen}cs\,ds=-\frac{a}{c}\operatorname{sen}ct-$$

$$-\frac{a^3}{2ck}\int_0^t\{\cos[(k-c)s-kt]-\cos[(k+c)s-kt]\}\,ds=-\frac{a}{c}\operatorname{sen}ct-$$

$$-\frac{a^3}{2kc}\left[\frac{\operatorname{sen}\{(k-c)s-kt\}}{k-c}-\frac{\operatorname{sen}\{(k+c)s-kt\}}{k+c}\right]_0^t=-\frac{a}{c}\operatorname{sen}ct-$$

$$-\frac{a}{2kc}(-2k\operatorname{sen}ct+2c\operatorname{sen}kt)=-\frac{a}{k}\operatorname{sen}kt.$$

Troviamo ora i coseni direttori della tangente applicando le (5)

$$\alpha_1(t)=1+\frac{a^2c}{k^2}\int_0^t\operatorname{sen}cs(\cos ks-1)\,ds=1+\frac{a^2c}{2k^2}\int_0^t\{\operatorname{sen}[(k+c)s]-$$

$$-\operatorname{sen}[(k-c)s]\}\,ds-\frac{a^2c}{k^2}\int_0^t\operatorname{sen}cs\,ds=1+\frac{a^2c}{2k^2}\left[-\frac{\cos\{(k+c)s\}}{k+c}+\right.$$

$$\left.+\frac{\cos\{(k-c)s\}}{k-c}\right]_0^t+\frac{a^2}{k}\left[\cos cs\right]_0^t=1+\frac{c}{2k^2}\left[(k+c)\cos\{(k-c)t\}-\right.$$

$$-(k-c)\cos\{(k+c)t\}-2c]+\frac{a^2}{k^2}(\cos ct-1)=1+\frac{c}{2k^2}[(k+c)\cos\{(k-c)t\}-$$

$$-(k-c)\cos\{(k+c)t\}]+\frac{a^2}{k^2}\cos ct.$$

$$\alpha_2(t)=a\int_0^t\operatorname{sen}cs\left[\frac{c^2}{k^2}+\frac{a^2}{k^2}\cos ks\right]ds=\frac{ac^2}{k^2}\left[-\frac{\cos cs}{c}\right]_0^t+$$

$$+\frac{a}{2k^2}\left[(k+c)\cos\{(k-c)t\}-(k-c)\cos\{(k+c)t\}-2c\right]=$$

$$=\frac{a}{2k^2}\left[(k+c)\cos\{(k-c)t\}-(k-c)\cos\{(k+c)t\}\right]-\frac{ac}{k^2}\cos ct.$$

$$\alpha_3(t)=-\frac{a^2}{k}\int_0^t \operatorname{sen} cs \operatorname{sen} ks\, ds=-\frac{a^2}{2k}\int_0^t \left[\cos\{(k-c)s\}-\cos\{(k+c)s\}\right]ds$$

$$=-\frac{1}{2k}\left[(k+c)\operatorname{sen}\{(k-c)t\}-(k-c)\operatorname{sen}\{(k+c)t\}\right].$$

Le equazioni della curva sono:

$$x_1=\frac{c}{2k^2}\left[\frac{k+c}{k-c}\operatorname{sen}\{(k-c)t\}-\frac{k-c}{k+c}\operatorname{sen}\{(k+c)t\}\right]+\frac{a^2}{ck^2}\operatorname{sen} ct.$$

$$x_2=\frac{a}{2k^2}\left[\frac{k+c}{k-c}\operatorname{sen}\{(k-c)t\}-\frac{k-c}{k+c}\operatorname{sen}\{(k+c)t\}\right]-\frac{a}{k^2}\operatorname{sen} ct.$$

$$x_3=\frac{1}{2k}\left[\frac{k+c}{k-c}\cos\{(k-c)t\}-\frac{k-c}{k-c}\cos\{(k+c)t\}\right]-\frac{2c}{a^2}.$$

4.) Cambiamo gli assi di riferimento prendendo come nuova origine il punto $\Omega\left(0,\ 0,\ -\frac{2c}{a^2}\right)$ e facendo subire al sistema di riferimento una traslazione lungo l'asse delle x_3 ed una rotazione, nel senso negativo, attorno al medesimo asse di un angolo δ tale che sia:

$$\cos\delta=\frac{a}{k} \qquad \text{e} \qquad \operatorname{sen}\delta=\frac{c}{k}.$$

Chiamando X_1, X_2, X_3 le coordinate di un punto rispetto al nuovo sistema di assi, le equazioni della curva saranno:

$$X_1=\frac{a}{k}x_1-\frac{c}{k}x_2=\frac{a}{ck}\operatorname{sen} ct.$$

$$X_2=\frac{c}{k}x_1+\frac{a}{k}x_2=\frac{1}{2k}\left[\frac{k+c}{k-c}\operatorname{sen}\{(k-c)t\}-\frac{k-c}{k+c}\operatorname{sen}\{(k+c)t\}\right].$$

$$X_3=x_3+\frac{2c}{a^2}=\frac{1}{2k}\left[\frac{k+c}{k-c}\cos\{(k-c)t\}-\frac{k-c}{k+c}\cos\{(k+c)t\}\right]$$

e cioè:

$$X_1=\frac{a}{ck}\operatorname{sen} ct$$

$$(10)\qquad X_2=\frac{1}{2ka^2}\left[(k+c)^2\operatorname{sen}\{(k-c)t\}-(k-c)^2\operatorname{sen}\{(k+c)t\}\right]$$

$$X_3=\frac{1}{2ka^2}\left[(k+c)^2\cos\{(k-c)t\}-(k-c)^2\cos\{(k+c)t\}\right].$$

Le (10) mostrano che, supponendo la curva percorsa colla semplice legge oraria per cui l'arco è eguale al tempo, il moto di un punto P della curva è risultante di due moti circolari nel piano $X_2\, X_3$ e di un moto armonico sull'asse X_1.

I due moti circolari con centro in Ω hanno ampiezza rispettivamente $\frac{(k+c)^2}{2ka^2}$ e $\frac{(k-c)^2}{2ka^2}$, velocità angolare $k-c$ e $k+c$, fase iniziale, rispetto al semiasse positivo delle X_3, 0 e π. Questi due moti hanno per risultante il moto del punto P_0 proiezione di P sul piano $X_2\, X_3$. Il quadrato della distanza di P_0 da Ω è:

$$X_2^2+X_3^2=\frac{1}{4k^2}\left[\frac{(k+c)^4+(k-c)^4}{a^4}-2\cos 2\,ct\right]$$

cioè

$$(11)\qquad X_2^2+X_3^2=\frac{4c^2}{a^4}+\frac{1}{k^2}\,\text{sen}^2\, ct.$$

Tale distanza è quindi massima ed eguale a $\frac{a^2+2c^2}{a^2k}$ quando $ct=(2h+1)\frac{\pi}{2}$. Per tali valori di t si ha $X_1=\pm\frac{a}{ck}$.

La distanza è invece minima ed eguale a $\frac{2c}{a^2}$ quando $ct=h\pi$. Per tali valori di t si ha $X_1=0$.

Per la prima delle (10) la (11) diviene:

$$X_2^2+X_3^2=\frac{4c^2}{a^4}+\frac{c^2}{a^2}X_1^2.$$

La curva quindi giace sull'iperboloide iperbolico di rotazione ottenuto facendo ruotare, attorno all'asse delle X_1, l'iperbole del piano $X_2=0$.

$$X_3^2-\frac{c^2}{a^2}X_1^2=\frac{4c^2}{a^4}.$$

I punti della curva per cui $ct=h\pi$ stanno sul cerchio C sezione dello iperboloide col piano $X_2\, X_3$ ed hanno tutti curvatura nulla e torsione in valore assoluto massima: a.

I punti della curva per cui $ct=(2h+1)\frac{\pi}{2}$ stanno sui cerchi C_1 e C_2 intersezioni dell'iperboloide coi piani $X_1=\pm\frac{a}{ck}$. Essi hanno tutti torsione nulla e curvatura in valore assoluto massima a.

Non esistono punti della curva esterni alla zona dell'iperboloide compresa tra i detti due cerchi C_1 e C_2.

5.) Rispetto al nuovo sistema di riferimento i coseni direttori della tangente sono:

$$\lambda_1 = \frac{a}{k} \cos ct$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2k} \left[(k+c) \cos\{(k-c)t\} - (k-c) \cos\{(k+c)t\} \right] = \frac{1}{k} \left[c \cos kt \cos ct + k \operatorname{sen} kt \operatorname{sen} ct \right]$$

$$\lambda_3 = -\frac{1}{2k} \left[(k+c) \operatorname{sen}\{(k-c)t\} - (k-c) \operatorname{sen}\{(k+c)t\} \right] = -\frac{1}{k} \left[c \operatorname{sen} kt \cos ct - k \cos kt \operatorname{sen} ct \right]$$

quelli della normale principale:

$$\mu_1 = -\frac{c}{k}, \qquad \mu_2 = \frac{a}{k} \cos kt, \qquad \mu_3 = -\frac{a}{k} \operatorname{sen} kt$$

e quelli della binormale

$$\nu_1 = \lambda_2 \mu_3 - \lambda_3 \mu_2 = -\frac{a}{k} \operatorname{sen} ct$$

$$\nu_2 = \lambda_3 \mu_1 - \lambda_1 \mu_3 = \operatorname{sen} kt \cos ct - \frac{c}{k} \cos kt \operatorname{sen} ct$$

$$\nu_3 = \lambda_1 \mu_2 - \lambda_2 \mu_1 = \cos kt \cos ct + \frac{c}{k} \operatorname{sen} kt \operatorname{sen} ct.$$

Studiamo il comportamento della curva nei punti del cerchio C. Giacchè $ct = h\pi$ si ha:

$$X_1 = 0, \qquad X_2 = \pm \frac{2c}{a^2} \operatorname{sen} \frac{kh\pi}{c}, \qquad X_3 = \pm \frac{2c}{a^2} \cos \frac{kh\pi}{c}$$

$$\lambda_1 = \pm \frac{a}{k}, \qquad \lambda_2 = \pm \frac{c}{k} \cos \frac{kh\pi}{c}, \qquad \lambda_3 = \mp \frac{c}{k} \operatorname{sen} \frac{kh\pi}{c}$$

$$\nu_1 = 0 \quad , \qquad \nu_2 = \pm \operatorname{sen} \frac{kh\pi}{c} \quad , \qquad \nu_3 = \pm \cos \frac{kh\pi}{c}.$$

(In queste relazioni ed in altre appresso vale il segno superiore 0 l'inferiore a secondo che h è pari o dispari).

In tali punti, giacchè le coordinate di direzione della normale all'iperboloide sono $-\frac{c^2}{a^2} X_1, X_2, X_3$, la curva si comporta da geodetica dell'iperboloide; anzi la tangente alla curva in uno di tali punti coincide con una delle rette della quadrica passanti per tale punto. Infatti le rette dell'iperboloide passanti per il punto $\left(0, 0, \frac{2c}{a^2}\right)$ si ottengono secando la quadrica col piano tangente $X_3 = \frac{2c}{a^2}$ e quindi hanno equazioni $X_2 = \pm \frac{c}{a} X_1$.

In un altro punto P della curva su C, le rette della quadrica passanti per P, assumendo per riferimento una terna X'_1, X'_2, X'_3 ottenuta facendo ruotare la terna X_1, X_2, X_3 attorno all'asse X_1 in maniera tale che l'asse X'_3 passi per quest'altro punto P, avranno equazioni:

$$X'_2 = \pm \frac{c}{a} X'_1. \tag{12}$$

Se P corrisponde al valore generico di h, per avere la terna X'_1, X'_2, X'_3 bisogna far ruotare la terna X_1, X_2, X_3 attorno all'asse X_1 di un angolo $\frac{kh\pi}{c}$ nel senso negativo. Le formole di trarformazione sono:

$$X'_1 = X_1$$
$$X'_2 = X_2 \cos\frac{kh\pi}{c} - X_3 \operatorname{sen}\frac{kh\pi}{c}$$
$$X'_3 = X_2 \operatorname{sen}\frac{kh\pi}{c} + X_3 \cos\frac{kh\pi}{c}.$$

I coseni direttori della tangente nel nuovo riferimento sono:

$$\lambda'_1 = \pm\frac{a}{k} \quad , \quad \lambda'_2 = \pm\frac{c}{k} \quad , \quad \lambda'_3 = 0$$

che mostrano che la tangente coincide con una delle (12).

Nei punti dei cerchi C_1 e C_2 la curva è tangente a tali cerchi. Infatti per $ct = (2h+1)\frac{\pi}{2}$:

$$X_1 = \pm\frac{a}{ck} \quad , \quad X_2 = \mp\frac{k^2+c^2}{ka^2}\cos\frac{k(2h+1)\pi}{2c} \quad , \quad X_3 = \pm\frac{k^2+c^2}{ka^2}\operatorname{sen}\frac{k(2h+1)\pi}{2c}$$

ed i coseni direttori della tangente ai cerchi sono:

$$0 \quad , \quad \pm\operatorname{sen}\frac{k(2h+1)\pi}{2c} \quad , \quad \pm\cos\frac{k(2h+1)\pi}{2c}$$

che coincidono con quelli della tangente alla curva.

La curva si chiude se k è commensurabile con c.

6) La curva da noi studiata è tale che, nel moto rigido legato al triedro fondamentale, il vettore rotazione ω ha modulo costante. Infatti è:

$$\omega = \frac{d\mathbf{v}}{dt}\times\mathbf{w}\,.\,\mathbf{u} + \frac{d\mathbf{w}}{dt}\times\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} + \frac{d\mathbf{u}}{dt}\times\mathbf{v}\,.\,\mathbf{w}$$

e per le formule di FRENET:

$$\omega = \left(-\frac{1}{\rho}\mathbf{u} - \frac{1}{\tau}\mathbf{w}\right)\times\mathbf{w}\,.\,\mathbf{u} + \frac{1}{\tau}\mathbf{v}\times\mathbf{u}\,.\,\mathbf{v} + \frac{1}{\rho}\mathbf{v}\times\mathbf{v}\,.\,\mathbf{w} = -\frac{1}{\tau}\mathbf{u} + \frac{1}{\rho}\mathbf{w}$$

e quindi:

$$\omega^2 = \frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\tau^2} = a^2$$

come volevasi.

7.) Il problema da noi risolto, di costruire la curva, assegnatene le (6), equivale a quello di integrare le equazioni differenziali di un moto rigido il cui vettore rotazione ω, di modulo costante a, sia parallelo ad una retta r che in un piano fisso π ruoti con velocità angolare c nel verso negativo attorno ad un punto Ω.

Infatti derivando rispetto a t la (1) si ha:

$$0 = \alpha_r \frac{1}{\rho} \mathbf{v} + \beta_r \left(-\frac{1}{\rho} \mathbf{u} - \frac{1}{\tau} \mathbf{w} \right) + \gamma_r \frac{1}{\tau} \mathbf{v} + \frac{d\alpha_r}{dt} \mathbf{u} + \frac{d\beta_r}{dt} \mathbf{v} + \frac{d\gamma_r}{dt} \mathbf{w},$$

da cui otteniamo il sistema:

$$\frac{d\alpha_r}{dt} = a \operatorname{sen} ct \,.\, \beta_r$$

$$\frac{d\beta_r}{dt} = -a \cos ct \,.\, \gamma_r - a \operatorname{sen} ct \,.\, \alpha_r$$

$$\frac{d\gamma_r}{dt} = a \cos ct \,.\, \beta_r .$$

Analoghe equazioni differenziali troveremo per il moto rigido sopra definito. Infatti, assunto il punto Ω come origine di un sistema di assi fissi $(\Omega)\,\xi, \eta, \zeta$, il cui piano $\xi\zeta$ coincida con π e supposto che inizialmente la retta r coincida coll'asse ξ, le componenti di ω rispetto ad un tale sistema di assi sono:

$$a \cos ct \quad , \quad 0 \quad , \quad -a \operatorname{sen} ct$$

essendo t il tempo.

L'equazione caratteristica di un moto rigido di un sistema, di cui P e O siano due punti è:

$$\dot{P} - \dot{O} = \omega \wedge (P - O). \tag{13}$$

Chiamiamo α, β, γ le componenti di $P - O$ sugli assi ξ, η, ζ.

La (13) ci dà allora il sistema:

$$\frac{d\alpha}{dt} = a \operatorname{sen} ct \,.\, \beta$$

$$\frac{d\beta}{dt} = -a \operatorname{sen} ct \,.\, \alpha - a \cos ct \,.\, \gamma$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = a \cos ct \,.\, \beta .$$

Resta quindi dimostrata l'equivalenza dei due problemi.

8.) Dimostriamo infine che le sviluppanti della nostra curva Γ sono eliche.

Infatti, sulla tangente alla curva in $t = 0$ prendiamo un punto S distante l dal punto di contatto. Facendo rotolare senza strisciare tale tangente sulla curva, chiamando (Y_1, Y_2, Y_3) le coordinate di S sarà:

$$Y_r = X_r - (l + t)\,\lambda_r \qquad (r = 1, 2, 3)$$

$$Y_r' = -(l + t)\, X_r''$$

$$Y_r'' = -X_r'' - (l + t)\, X_r'''$$

$$Y_r''' = -2X_r''' - (l + t)\, X_r^{IV}.$$

Troviamo la curvatura

$$\frac{1}{R}=\frac{\sqrt{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}}{(Y_1'^2+Y_2'^2+Y_3'^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dove α, β, γ sono i minori estratti da

$$\begin{vmatrix} Y_1' & Y_2' & Y_3' \\ Y_1'' & Y_2'' & Y_3'' \end{vmatrix}.$$

Se P è un punto variabile sulla curva Γ sarà

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(l+t)^4\,(P''\wedge P''')^2.$$

Ma

$$\begin{aligned} P'' &= a \operatorname{sen} ct\, \mathbf{v} \\ P''' &= ac \cos ct\, \mathbf{v} + a \operatorname{sen} ct\, (\quad a \operatorname{sen} ct\, \mathbf{u} - a \cos ct\, \mathbf{w}) \end{aligned}$$

quindi

$$P''\wedge P''' = a^3 \operatorname{sen}^3 ct\, \mathbf{w} - a^3 \operatorname{sen}^2 ct \cos ct\, \mathbf{u}$$

e perciò

$$\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(l+t)^4\, a^6 \operatorname{sen}^4 ct.$$

Essendo poi

$$Y_1'^2+Y_2'^2+Y_3'^2=(l+t)^2\,(P'')^2=(l+t)^2\, a^2 \operatorname{sen}^2 ct,$$

sarà

$$\frac{1}{R}=\frac{(l+t)^2\, a^3 \operatorname{sen}^2 ct}{(l+t)^3\, a^3 \operatorname{sen}^3 ct}=\frac{1}{(l+t) \operatorname{sen} ct}.$$

Troviamo ora la torsione

$$\frac{1}{T}=-\frac{D}{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}$$

dove

$$D=\begin{vmatrix} Y_1' & Y_2' & Y_3' \\ Y_1'' & Y_2'' & Y_3'' \\ Y_1''' & Y_2''' & Y_3''' \end{vmatrix} = -(l+t)^3\, P''\wedge P''' \times P^{\mathrm{IV}}.$$

Essendo

$$\begin{aligned} P^{\mathrm{IV}} = & -ac^2 \operatorname{sen} ct\, \mathbf{v} + ac \cos ct\, (-a \operatorname{sen} ct\, \mathbf{u} - a \cos ct\, \mathbf{w}) - 2a^2 c \operatorname{sen} ct \cos ct\, \mathbf{u} - \\ & - a^3 \operatorname{sen}^3 ct\, \mathbf{v} - a^2 c (\cos^2 ct - \operatorname{sen}^2 ct)\, \mathbf{w} - a^3 \operatorname{sen} ct \cos^2 ct\, \mathbf{v} \end{aligned}$$

sarà

$$P'' \wedge P''' \times P^{IV} = 3a^5 c \operatorname{sen}^3 ct \cos^2 ct - 2a^5 c \operatorname{sen}^3 ct \cos^2 ct + a^5 c \operatorname{sen}^5 ct = a^5 c \operatorname{sen}^3 ct.$$

La torsione e quindi

$$\frac{1}{T} = \frac{(l+t)^3 a^5 c \operatorname{sen}^3 ct}{(l+t)^4 a^6 \operatorname{sen}^4 ct} = \frac{c}{a(l+t) \operatorname{sen} ct}$$

Onde il rapporto tra curvatura e torsione è

$$\frac{1}{R} : \frac{1}{T} = \frac{a}{c}$$

cioè è costante, il che prova quanto avevamo asserito.

La varietà W_3^6 dell' S_7 riemanniana dell' S_4 di 1ª specie legato all' algebra di Study

Nota di **Maria Teresa Riccio**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 6 maggio 1947)

Sunto. — Si accennano le proprietà della varietà tridimensionale dell'S_7 riemanniana dell'S_4 di 1ª specie di Study.

1. Il sistema lineare di ipersuperficie di S_7 composto mediante la congruenza immagine dell' S_4 di 1ª specie sinistro dell' algebra di Study.

L'algebra di Study è l'unica complessa a tre unità dotata di modulo non commutativa [1]. Ad ogni algebra dotata di modulo è legato un insieme di elementi detto S_r proiettivo sinistro [2] e di tale S_r ipercomplesso si hanno tre tipi di rappresentazioni nel campo complesso [3]. La seconda di queste

[1] Spampinato N., *Lezioni di Geometria Superiore*, volume V, Napoli, ed. Pironti.

[2] Spampinato N., *Teoria delle caratteristiche in un' algebra dotata di modulo ed S_r ipercomplessi.* Reale Accademia dei Lincei, Rend. Sc. fis., serie VI, vol. IV, Roma, 1936.

[3] Spampinato N., *Le Riemanniane degli S_r ipercomplessi.* Rend. Acc. Sc. fis. e mat. di Napoli serie IV, volume XIII, 1942-43.

rappresentazioni è fatta su una varietà complessa ad nr dimensioni se è n l'ordine dell'algebra considerata. Nella seguente nota accenno alle proprietà della varietà tridimensionale che costituisce la riemanniana dell'S_1 proiettivo di 1ª specie legato all'algebra di Study. La seconda rappresentazione è legata alla prima rappresentazione fatta sugli spazi di una congruenza che nel caso considerato è una congruenza lineare (S'_2) di piani dell'S_5 proiettivo complesso [1]. I piani di tale congruenza appoggiati ad un piano π dell'S_5 costituiscono una ipersuperficie cubica, la cui equazione si ottiene eguagliando a zero il determinante di ordine 6 avente per prime 3 righe la matrice $O'x$ della coppia $X(x_1, x_2)$ di numeri di Study e per rimanenti righe le coordinate di tre punti indipendenti di π. Ricordando che la tabella di moltiplicazione dell'algebra dei numeri di Study è la seguente:

	u_1	u_2	u_3
u_1	0	u_1	0
u_2	0	u_2	0
u_3	u_1	0	u_3

si ricava che la matrice $O'x$ è data da:

$$O'x = \begin{vmatrix} z_3 & 0 & 0 & z_6 & 0 & 0 \\ z_1 & z_2 & 0 & z_4 & z_5 & 0 \\ 0 & 0 & z_3 & 0 & 0 & z_6 \end{vmatrix}.$$

Segue che l'equazione dell'ipersuperficie cubica sopra detta è la seguente:

$$(1) \qquad a\, z_2 z_3^2 + b\, z_2 z_3 z_6 + c\, z_3 z_5 z_6 + d\, z_5 z_6^2 + e\, z_2 z_6^2 + f\, z_3^2 z_5 + \\ + g\,(z_1 z_3 z_6 - z_3^2 z_4) + h\,(z_3 z_4 z_6 - z_1 z_6^2) = 0.$$

Tale ipersuperficie al variare di π descrive un sistema lineare di dimensione 7 che diciamo *(V)*. Si verifica facilmente che ogni ipersuperficie V_4^3 di questo sistema passa per l'S_3^* di equazione $z_3 = z_6 = 0$ e che tale S_3^* è doppio per le ipersuperficie del sistema, inoltre secando il sistema *(V)* con l'S_3 di equazione $z_2 = z_5 = 0$, la superficie che si ottiene si spezza in una quadrica fissa di equazione $z_3 z_4 - z_1 z_6 = 0$ e in un piano variabile in S_3^*. Dunque: il sistema *(V)* ha uno spazio S_3^* base di punti doppi ed una quadrica base. Tali proprietà caratterizzano il sistema *(V)*.

---

[1]) *Loc. cit.* [2]) n. 7 del § 3.

2. Equazioni parametriche della riemanniana dell' S_1 di prima specie dei numeri di Study.

La seconda rappresentazione dell' S_1 proiettivo di Study si ottiene dalla prima rappresentazione mettendo in corrispondenza proiettiva le ipersuperficie del sistema (V) con gli iperpiani di uno spazio S'_7, si viene così a far corrispondere ad ogni piano S_2 del 3-complesso (S'_2) un punto Z' di S'_7 e precisamente se Z è un punto di S_5 fuori dei punti base del sistema (V), al piano del complesso passante per Z corrisponde il punto Z' $(z'_1 \ldots z'_8)$ di S'_7 con le coordinate date da:

$$(2)\qquad \begin{cases} z'_1 = z_3 z_4 z_6 - z_1 z_6^2 & z'_4 = z_3 z_5 z_6 & z'_7 = z_2 z_6^2 \\ z'_2 = z_1 z_3 z_6 - z_3^2 z_4 & z'_5 = z_2 z_3^2 & z'_8 = z_5 z_6^2 \\ z'_3 = z_2 z_3 z_6 & z'_6 = z_3^2 z_5 & \end{cases}$$

Le (2) sono le equazioni parametriche con i sei parametri sovrabbondanti ed omogenei z_j della varietà W dell' S_7 riemanniana dell' S_1 di prima specie sinistro legato all' algebra di Study.

3. La terza rappresentazione ed ordine della riemanniana W_3.

Per avere la terza rappresentazione dell' S_1 ipercomplesso considerato nel n.° 1, basta secare il 3-complesso di piani (S'_2) con uno spazio S_3 di S_5 ambiente. Ogni piano di (S'_2) secherà l' S_3 in un punto che si dirà immagine del punto dell' S_1 ipercomplesso rappresentato dal piano considerato in (S'_2). A tal fine scegliamo l' S_3 di equazione:

$$z_2 = z_4 \quad , \quad z_1 = z_3 \qquad (^{**})$$

Secando con detto S_3 il sistema lineare (V) (composto con i piani del 3-complesso (S'_2)) si ha il sistema lineare (V) di ordine 3 e dimensione 7 di equazione:

$$(3)\qquad a\, z_3^2 z_4 + b\, z_3 z_4 z_6 + c\, z_3 z_5 z_6 + d\, z_5 z_6^2 + e\, z_4 z_6^2 + f\, z_3^2 z_5 + \\ + g\,(z_3^2 z_6 - z_3^2 z_4) + h\,(z_3 z_4 z_6 - z_3 z_6^2) = 0.$$

Le superfici del sistema (V') passano per la retta d di equazione $z_3 = z_6 = 0$ e si verifica facilmente che tale retta è doppia. Il sistema (V') ha inoltre due punti base semplici le cui coordinate si possono ottenere secando la retta intersezione dello spazio di equazione $(_{**})$ e di quello ambiente della quadrica base del sistema lineare (V) con la quadrica stessa. Dunque: il sistema (V') ha una retta base di punti doppi e due punti base semplici.

Queste proprietà caratterizzano il sistema *(V')*: Mettendo con il solito metodo in corrispondenza proiettiva le superfici del sistema *(V')* con gli iperpiani di uno spazio S'_7, alle superfici di *(V')* passanti per un punto generico X di S_3 corrisponderà in S'_7 una stella di iperpiani di vertice X'. Al variare di X in S_3, X' varierà descrivendo in S'_7 la varietà W_3 riemanniana dell' S_4 di prima specie di STUDY, le cui equazioni parametriche con 4 parametri omogenei sono:

$$
(2') \quad \begin{cases} z'_1 = - z_3 z_6 (z_6 - z_4) & z'_4 = z_3 z_5 z_6 & z'_7 = z_5 z_6 \\ z'_2 = z_3^2 (z_6 - z_4) & z'_5 = z_3^2 z_4 & z'_8 = z_5 z_4 \\ z'_3 = z_3 z_4 z_6 & z'_6 = z_3^2 z_5 & \end{cases}
$$

L'ordine di tale varietà rappresentata in S_3 dal sistema lineare di superficie *(V')* è uguale al grado di *(V')*. Tre superfici del sistema *(V')* hanno in comune fuori dei punti base 5 punti. Infatti ricordando che il sistema *(V')* è costituito dalle superfici di ordine 3 di S_3 passanti per la retta doppia d e per due punti semplici, si ha che due di tali superfici si secano nella retta d contata quattro volte e in una curva residua γ^5 di ordine 5 passante per i due punti base semplici del sistema *(V')* che si appoggia alla retta d in 4 punti e quindi ciascuno di questi quattro punti conterà per due fra le 15 intersezioni di γ^5 con una terza V_2^3 del sistema. Sicchè 3 superfici di *(V')* si secano fuori della retta d e dei due punti base semplici in 5 punti onde l'ordine di W_3 è 5.

4. Piani generatori della W_3^5 di S_7.

Se in S_3 ambiente del sistema lineare *(V')* consideriamo un piano α passante per la retta d base del sistema, si ha che mentre un punto P descrive α, il punto ad esso corrispondente nellla W_3^5 descrive un piano α'. Abbiamo cioè in W_3^5 ∞^1 piani generatori. Osserviamo che se il piano α di S_3 passa per d e per uno dei due punti base semplici del sistema *(V')*, al piano α corrisponde una retta di W_3^5.

5. Le V_2^5 contenute nella W_3^5 di S_7.

Se un punto descrive un piano generico β di S_3, il punto corrispondente di W_3^5 descrive una V_2^5 di S_6. Infatti tale superficie è rappresentata nel piano β da un sistema lineare ∞^6 di cubiche con un punto doppio base A. La V_2^5 è una rigata quintica dell' S_6, le sue generatrici provengono dalle rette di β appartenenti al fascio di centro A. Ad una retta generica del piano β corrisponde nella W_3^5 una cubica, se la retta passa per il punto A, la curva corrispondente è una retta cioè: All' intorno del primo ordine del punto A corrisponde una conica che è una conica direttrice della V_2^5. Se

al piano β si sostituisce un altro piano β' passante per A, la conica corrispondente del punto A non varia. Variando A in d, le ∞' coniche corrispondenti riempiranno una superficie φ_2 che corrisponderà agli ∞' punti della retta d. Tali coniche saranno tutte appoggiate ad una delle rette d'_α (corrispondenti alla retta d considerata come una retta di un piano α passante per d) e tutte le $\infty' d'_\alpha$ saranno appoggiate ad ognuna delle coniche. Concludiamo che: alla retta base d corrisponde una superficie φ_2 contenente ∞' rette (generatrici) e ∞' coniche (direttrici). Tale φ_2 è del 4.° ordine.

Se il piano β passa per uno dei due punti base semplici del sistema (V'), nel piano β si ha il sistema ∞^5 di cubiche che rappresenta una V_2^4 di S_5. Ciò porta che a un punto base semplice corrisponde un piano. Se il piano β passa per i due punti base semplici si ha in corrispondenza una V_2^3. Concludendo si ha che le V_2^5 di W_3^5 sono ∞^3, le V_2^4 sono ∞^2 e le V_2^3 sono ∞'.

Algebre complesse d'ordine 5 dotate di modulo

Nota di **Anna Rocco Boselli**, *presentata dal socio* **Renato Caccioppoli**

(Adunanza del dì 6 maggio 1947)

Sunto. — In questo lavoro, con l'aiuto della teoria generale delle algebre, si classificano le algebre complesse del 5° ordine dotate di modulo.

Scorza in una sua nota [1]) osservava che la classificazione delle algebre di un dato ordine, già fatta per il corpo complesso e per i valori dell'ordine non superiore a sei, conveniva rifarla, con tutti i sussidi che offre oggi la più progredita teoria generale delle algebre.

Già C. Carbonaro [2]), seguendo il consiglio del prof. G. Scorza, riclassificò le algebre del 3° e 4° ordine dotate di modulo, mettendole poi in raffronto con quelle ottenute diversamente dallo Study.

Io in questa nota, ho classificato le algebre del 5° ordine dotate di modulo e mi propongo, in un prossimo lavoro, di metterle in raffronto con quelle ottenute dal Peirce [3]).

---

[1]) G. Scorza, *Le algebre doppie*. R. Acc. delle Sc. fis. e matem. (1922).

[2]) C. Carbonaro. *Sulle algebre complesse dotate di modulo*. R. Acc. delle Sc. Fis. e matem. (1934).

[3]) Peirce, *Linear associative algebre*. American Journ. of Mathem. Vol. IV 1881.

Sia A un' algebra complessa d'ordine 5 dotata di modulo. Essa non può essere primitiva perchè essendo complessa non può essere che di 1° ordine [1]; non può essere semplice perchè le algebre complesse semplici [1]) sono tutte e solo lo zero algebre complesse di ordine 1 e le algebre complesse regolari, e l' ordine dovrebbe essere un quadrato perfetto.

1. Sia A semisemplice, ma non semplice, essa è allora somma diretta di due o più algebre complesse regolari [2]). Poichè l'ordine di A è 5, A potrebbe essere somma diretta di 5 algebre regolari di ordine 1, oppure somma diretta di un' algebra regolare del quart' ordine e di un' algebra regolare del 1° ordine.

Nel 1° caso si ha la tabella di moltiplicazione 1) e nel 2° la tabella di moltiplicazione 2).

1)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	0	0	0	u_4	0
u_5	0	0	0	0	u_5

2)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	0
u_2	u_2	$-u_1$	u_4	$-u_3$	0
u_3	u_3	$-u_4$	$-u_1$	u_2	0
u_4	u_4	u_3	$-u_2$	$-u_1$	0
u_5	0	0	0	0	u_5

2. Sia A non semisemplice. Essa per il teorema di CARTAN [3]) è somma della sua algebra eccezionale E e di una sottoalgebra semisemplice B che ha lo stesso suo modulo (l'ordine di A è uguale alla somma degli ordini di E e di B, non avendo E e B alcun elemento in comune).

a) Se E è una zero-algebra (indice 2) di ordine 1, la sottoalgebra semisemplice B sarà di 4° ordine e perciò somma diretta di 4 algebre di 1° ordine. Detti u_1 u_2 u_3 u_4 ordinatamente i loro moduli, il modulo di B sarà $u_1+u_2+u_3+u_4$ e questo sarà anche quello di A. Si ha intanto $u_i^2 = u_i$, $u_i u_j = 0$ (per $i, j = 1, 2, 3, 4$ e $i \neq j$). Se u_5 è un elemento non nullo di E poichè è invariante in A, dovrà essere $u_5 u_j = m_j u_5$, $u_j n_5 = u_j u_5$ ($j = 1, 2, 3, 4$, m_i , n_j numeri complessi). E poichè $u_j^2 = u_j$ è $m_j u_5 = m_j^2 u_5$, $u_j u_5 = u_j^2 u_5$, e quindi:

$$m_j = m_j^2 \quad n_j = n_j^2.$$

Si hanno così le altre due tabelle:

---

[1]) G. SCORZA, *Corpi numerici ed algebre*. [G. Principato, Messina, (1921)], parte II, N. 282.

[2]) G. SCORZA, *Corpi numerici*, N. 28.

[3]) *Loc. cit.* in [1]), parte II, n. 285, *a*).

3)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	0	0	0	u_4	0
u_5	u_5	0	0	0	0

4)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	u_5
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	0	0	0	u_4	0
u_5	u_5	0	0	0	0

b) E sia di ordine 2; potrà essere di indice 2 e di indice 3.

Se l'indice è 2, E è una zero algebra, perciò detti u_4 e u_5 due suoi elementi indipendenti è $u_4^2 = u_5^2 = u_4 u_5 = u_5 u_4 = 0$. Detti u_1 u_2 u_3 i moduli delle tre algebre regolari di ordine 1 delle quali si compone B è

$$u_j^2 = u_j \quad , \quad u_i u_j = 0 \qquad (i\ ,\ j = 1,\ 2,\ 3).$$

Poichè E è invariante in A, si ha:

$$\begin{array}{l} u_4 u_1 = a_1 u_4 + b_1 u_5 \\ u_5 u_1 = c_1 u_4 + d_1 u_5 \end{array} \quad \text{e} \quad 1) \begin{cases} a_1 = a_1^2 + b_1 c_1 \\ b_1 = a_1 b_1 + b_1 d_1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} c_1 = c_1 a_1 + d_1 c_1 \\ d_1 = c_1 d_1 + d_1^2 \end{cases}$$

Le relazioni 1) e 2) ci dicono che il quadrato della matrice

$$M = \left\| \begin{matrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{matrix} \right\| \text{ è } M, \text{ perciò } M^2 = M,\ M^2 - M = M(M - I) = 0.$$

Me se il prodotto di due matrici è nullo e una di essa è una matrice quadrata non degenere l'altra dev'essere necessariamente una matrice nulla [1], perciò si possono presentare tre casi:

I. M ed $M - I$ sono tutte e due degeneri,

II. M non è degenere ed $M - I = 0$, ovvero $M = I$

III. $M - I$ non è degenere ed $M = 0$.

I. Nel primo caso si dimostra facilmente che si hanno le seguenti sei tabelle:

5)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	u_5
u_3	0	0	u_3	u_4	0
u_4	0	0	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

6)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	u_4	u_5
u_4	0	0	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

7)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	u_4	u_5
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

---

[1] *Loc. cit.* in [1]), parte II, n. 18.

8)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	u_4	0
u_3	0	0	u_3	0	u_5
u_4	u_4	0	0	0	0
u_4	0	u_5	0	0	0

9)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	u_4	0
u_2	0	u_2	0	0	u_5
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

10)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	u_5
u_2	0	u_2	0	u_4	0
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

II. Nel secondo caso, posto ancora:

$$\begin{aligned} u_4 u_2 &= a_2 u_4 + b_2 u_5 \\ u_5 u_2 &= c_2 u_4 + d_2 u_5 \end{aligned} \quad \text{si ha:}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= a_2^2 + b_2 c_2 \\ b_2 &= a_2 b_2 + b_2 d_2 \end{aligned} \quad \text{e} \quad \begin{aligned} c_2 &= c_2 a_2 + d_2 c_2 \\ d_2 &= c_2 d_2 + d_2^2 \end{aligned} \quad \text{e}$$

$N^2 = \left\| \begin{matrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{matrix} \right\|^2 = N$ e perciò $N^2 - N = N(N - I) = 0$, e quindi anche qui le tre alternative N e $N - I$ degeneri, $N = I$, $N = 0$. Si osservi che essendo

$$\begin{aligned} u_4 (u_1 + u_2 + u_3) &= u_4 \\ u_5 (u_1 + u_2 + u_3) &= u_5 \end{aligned} \quad \text{è:}$$

$u_4 u_3 = (1 - a_1 - a_2) u_4 - (b_1 - b_2) u_5$

$u_5 u_3 = (-c_1 - c_2) u_4 + (1 - d_1 - d_2) u_5$ e perciò chiamando P la matrice analoga alle matrice M ed N per i prodotti $u_4 u_3$ e $u_5 u_3$, si ha:

$$P = \left\| \begin{matrix} 1 - a_1 - a_2 & -b_1 - b_2 \\ -c_1 - c_2 & 1 - d_1 - d_2 \end{matrix} \right\| = I - M - N.$$

Essendo $M = I$ si ha $a_1 = d_1 = 1$, $b_1 = c_1 = 0$ e le matrici N e P sono uguali a zero.

Posto $\quad u_1 u_4 = a'_1 u_4 + b'_1 u_5 \qquad u_2 u_4 = a'_2 u_4 + b'_2 u_5$

$\qquad\quad u_1 u_5 = c'_1 u_4 + d'_1 u_5 \qquad u_2 u_5 = c'_2 u_4 + d'_2 u_5$

si ha anche qui che $M'^2 = \left\| \begin{matrix} a'_1 & b'_1 \\ c'_1 & d'_1 \end{matrix} \right\| = M'$ e perciò $M' \; (M' - I) = O$

$$N'^2 = \left\| \begin{matrix} a'_2 & b'_2 \\ c'_2 & d'_2 \end{matrix} \right\| = N' \text{ e } N' \; (N' - I) = O$$

Se M' ed $M' - I$ sono degeneri saranno anche N' ed $N' - I'$ degeneri e si ha la tabella

11)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	u_5
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Se $M' = I$ si ha l' altra:

12)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	u_4	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Se $M' = O$ e N' ed $N' - I$ degeneri, oppure $N' = I$ si ha la stessa tabella

13)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	u_4	u_5
u_3	0	0	u_3	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Se $M' = O$ ed $N' = O$ si ha invece l'altra

14)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	u_4	u_5
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

III. Nel terzo caso $M = O$ si ottengono, con lo scambio di due unità, tabelle già ottenute precedentemente.

L'algebra E *sia di ordine 2 e di indice 3.* Essa è potenziale e si può considerare generata dalle potenze d'un suo elemento u_5. In tal caso si ha solamente la tabella

15)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	0	u_3	u_4	u_5
u_4	0	0	u_4	u_5	0
u_5	0	0	u_5	0	0

c) La sottoalgebra eccezionale sia di ordine 3.

E *è di indice 2.* Essa è uno zero algebra. Detti $u_3\ u_4\ u_5$ tre suoi elementi indipendenti è $u_i\, u_j = 0\ u$ $(i, j = 3, 4, 5)$. Se u_1 e u_2 sono i moduli delle due algebre complesse regolari di cui si compone la sottoalgebra B è $u_1 + u_2$ il modulo di B e quindi di A.

Sarà

$$u_3\, u_1 = a u_3 + b u_4 + c u_5$$
$$u_4\, u_1 = d u_3 + e u_4 + f u_5$$
$$u_5\, u_1 = g u_3 + h u_4 + i u_5$$

Ricordando che u_1 è un automodulo si ricava anche qui che la matrice

$$M^2 = \left\| \begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix} \right\| = M \text{ e perciò } M' - M = M(M - I) = O$$

e sono da considerarsi i tre casi soliti. Si osservi che essendo $u_1 + u_2$ il modulo di A, la matrice N, analoga alla M, che si ottiene per i prodotti $u_3\, u_2$, $u_4\, u_2$, $u_5\, u_2$ è $N = M - I$.

I caso M ed $M - I$ sono degeneri posto:

$$u_1\, u_3 = a' u_3 + b' u_4 + c' u_5$$
$$u_1\, u_4 \quad d' u_3 + c' u_4 + f' u_5$$
$$u_1\, u_5 = g' u_3 + h' u_4 + i' u_5$$

essendo $u_1\, u_2\, u_3$ tre unità di E in modo che si $u_3\, u_1 = u_3$, $u_4\, u_2 = u_4$, $u_5\, u_1 = u_5$ e quindi $u_3\ u_2 = u_4\ u_1 = u_5\ u_2 = o$.

Si ha:

$$S^2 = \left\| \begin{matrix} a' & c' \\ g' & i' \end{matrix} \right\| = S \qquad c' = c'^2$$

Se S ed $S - I$ sono entrambi degeneri per $c' = o$ si hanno le due tabelle 16) e 17) e per $c' = 1$ si ha la tabella 18).

16)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	$u_3 + u_5$
u_2	0	u_2	u_3	u_4	$-u_3$
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_4	0	0	0	0

17)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_1	0	u_3
u_2	0	u_2	0	u_4	$u_5 - u_3$
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

$h = i'$

18)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	$u_3 + u_5$	u_4	$hu_3 + u_4$
u_2	0	u_2	$-u_5$	0	$u_5 - hu_3 - u_4$
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Se $S = 0$ o $S = I$ si hanno corrispondentemente le altre due tabelle:

19)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_4	u_5
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

20)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	0	u_3
u_2	0	u_2	0	u_4	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

II. Caso $M = 0$, si ha:

$$N^2 = \left\| \begin{matrix} a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \\ g' & h' & i' \end{matrix} \right\| = N \quad , \quad N(N - I) = 0.$$

Se N e $N - I$ sono degeneri si ha la tabella 21), se $N = 0$ la tabella 22) e se $N = I$ la tabella 23):

21)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	0	u_5
u_2	0	u_2	0	u_4	0
u_3	0	u_3	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

22)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_4	u_5
u_3	0	u_3	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

23)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	u_4	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	u_3	0	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

III. Caso. Questo caso non dà nuove tabelle perchè si riporta al 2° scambiando u_1 con u_2.

La sottalgebra eccezionale E *sia di ordine 3 e indice 3.* — L'algebra E^2 $(I \neq 0)$ è di ordine 1. Infatti se fosse d'ordine 2, detti u_4 ed u_5 due elementi indipendenti di E^2 potremmo scegliere come unità di E u_3 u_4 u_5; ogni elemento di E si potrebbe mettere sotto la forma $\lambda_3 u_3 + \lambda_4 u_4 + \lambda_5 u_5$ e quindi ogni elemento di E^2 sarebbe del tipo: $(\lambda_3 u_3 + \lambda_4 u_4 + \lambda_5 u_5)$ $(\lambda' u_3 + \lambda'_4 u_4 + \lambda'_5 u_5) = \lambda_3 \lambda'_3 u^2_3$, e perciò E^2 risulterebbe d'ordine 1, contro l'ipotesi.

Sia u_5 un elemento non nullo di E^2 e u_3 u_4 due elementi di E tali chè u_3 u_4 u_5 costituiscano un aggregato di unità per E.

Si avrà allora:

$$u_5^2 = 0,\ u_3 u_5 = u_5 u_3 = u_4 u_5 = u_5 u_4 = 0$$

Nel determinare i prodotti

$$u^2_3,\ u^2_4,\ u_3 u_4,\ u_4 u_3,$$

supponendo che l'algebra sia di grado uno, si avranno le due tabelle

24)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_4	u_5
u_3	0	u_3	0	u_5	0
u_4	0	u_4	u_5	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

25)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	u_4	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	u_3	0	u_5	0
u_4	0	u_4	$-u_5$	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

Per l'algebra di grado due si hanno le altre:

26)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_4	u_5
u_3	u_3	0	u_5	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

27)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	u_4	0
u_2	0	u_2	u_3	0	u_5
u_3	u_3	0	u_5	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

28)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	0	u_5
u_2	0	u_2	0	u_4	0
u_3	0	u_3	u_5	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

29)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_4	u_5
u_3	0	u_3	u_5	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

30)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	u_4	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	u_3	u_5	0	0
u_4	0	u_4	0	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

La sottoalgebra sia di ordine tre e d'indice quattro. — Essa è potenziale, generata da un elemento u_3: ovvero, poichè $u_3^2 \neq 0$, $u_3^3 \neq 0$ mentre $u_3^4 = 0$, si possono scegliere come unità di E u_3, $u_4 = u_3^2$, $u_5 = u_3^3$. Sarà $u_i u_j = 0$ $(i, j = 3, 4, 5)$ tranne $u_3^2 = u_4$, $u_3 u_4 = u_5$, $u_4 u_3 = u_5$.

Chiamati, come al solito, u_1 ed u_2 i moduli delle sottoalgebre di B, si hanno le tabelle:

31)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	0	0	0
u_2	0	u_2	u_3	u_3	u_5
u_3	0	u_3	u_4	u_5	0
u_4	0	u_4	u_5	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

32)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	0	u_3	u_4	u_5
u_2	0	u_2	0	0	0
u_3	0	u_3	u_4	u_5	0
u_4	0	u_4	u_5	0	0
u_5	0	u_5	0	0	0

d) La sottoalgebra E *sia di ordine 4 e d' indice 2.* — Essendo u_1 il modulo di B e di A e u_1 u_2 u_3 u_4 u_5 quattro elementi indipendenti della zero-algebra, si ha subito:

33)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	0	0	0	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

La sottoalgebra E *sia di ordine 4 ed indice 3.*

$E > E^2 > E^3 = 0$. L'algebra E^2 non potendo essere del 3° ordine, che altrimenti sarebbe potenziale, e quindi d' indice 5, è dell'ordine 2 o 1.

I caso E^2 *è di ordine* 2. Sia S un sistema complementare [1]) di E^2 di E^2 in E, di guisa che S sarà del 2° ordine, e sarà:

$F = S + E^2$, $S \sim E^2 = O$ ed $E^2 = S^2$. Se u^2 e u_3 sono elementi indipendenti di S, S^2 sarà il sistema generato da u_2^2 u_3^2, u_2 u_3, u_3 u_2, due sono indipendenti e generano E^2.

Possiamo supporre almeno uno dei quadrati u_2^2, u_2^3 diverso da zero e perciò possiamo porre $u_2^2 = u_3$; elemento non nullo di E^2, ed esterno ad S. Si possono presentare 2 casi:

a) o i quadrati degli elementi di S sono dei multipli scalari di u_2.

b) o esiste in S un elemento almeno con il quadrato indipendente da u_4 e si hanno ordinatamente le due tabelle:

34)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	u_5	0	0
u_3	u_3	$-u_5$	αu_4	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

35)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	$\alpha u_4 + \beta u_5$	0	0
u_3	u_3	$\gamma u_4 + \delta u_5$	u_5	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

e se $1 - (\alpha + \beta)(\beta + \delta) = 0$ si possono avere le tre tabelle distinte:

36)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	0	0	0
u_3	u_3	u_5	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

37)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	u_5	0	0
u_3	u_3	u_4	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

38)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	u_5	0	0
u_3	u_3	αu_5	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Se si verifica ancora il caso *b)* ma è $1 - (\alpha + \gamma)(\beta + \delta) \neq 0$, si hanno invece le tabelle:

39)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	$u_4 + \alpha u_5$	0	0
u_3	u_3	$\beta u_4 + \gamma u_5$	$u_,$	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

40)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	u_5	0	0
u_3	u_3	$u_4 + \alpha u_5$	u_5	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

[1]) G. Scorza. — *Algebre del 4. ordine. Caso pseudonullo.* Cap. II.

41)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	$u_4+\alpha u_5$	u_5	0	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

42)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	0	0	0
u_3	u_3	u_5	u_5	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

43)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_4	0	0	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

2.° caso. — *E^2 è di ordine 1.* — Possono verificarsi due casi [1]: 1. Essa contiene qualche elemento a quadrato non nullo, 2° tutti i suoi elementi sono a quadrato nullo.

Nel 1.° caso sia x un elemento di E con $x^2_2 \neq o$. Da $x^2 \neq 0$, $x\,E \leq E^2$, $Ex \leq E^2$ e dal fatto che E^2 è del 1.° ordine si deduce che è proprio $xE = Ex = E_2^2$ che, se S_x, T_x sono i sistemi costituiti dagli elementi di E ognuno dei quali ha in x rispettivamente un nullifico sinistro o un nullifico destro, S_x e T_x riescono due sottoalgebre di E del 3° ordine, contenenti E^2, ma non l'elemento x. Si presentano due alternative:

a) almeno per un x di E, con $x^2 \neq 0$ le corrispondenti sottoalgebre coincidono,

b) comunque si scelga x tra gli elementi di E, a quadrato non nullo, le sottoalgebre S_x e T_x sono distinte.

Nell'alternativa *a*) si hanno le tabelle:

44)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	αu_5	0	0	0
u_3	u_3	0	u_5	0	0
u_4	u_4	0	u_5	βu_5	0
u_5	u_5	0	0	0	0

$\alpha \neq 0$

45)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	αu_5	0	0	0
u_3	u_3	0	u_5	0	0
u_4	u_4	0	0	βu_5	0
u_5	u_5	0	0	0	0

46)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	0	u_5	0
u_4	u_4	0	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

47)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	u_4	0	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Nell' alternativa *b)* si hanno invece le tabelle:

48)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	$-u_5$	0	0
u_4	u_4	u_5	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

49)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	0	u_5	0
u_4	u_4	u_5	u_3	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

50)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	0	0	0
u_4	u_4	u_5	0	δu_5	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Nel secondo caso, cioè quando gli elementi di A sono tutti nulli si ha l' unica tabella:

51)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	0	0	0	0
u_3	u_3	0	0	u_5	0
u_4	u_4	0	$-u_5$	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

La sottoalgebra E *sia di ordine 4 e di indice 4.* — Si hanno le tabelle:

52)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	u_5	0	0
u_3	u_3	0	u_4	u_5	0
u_4	u_4	0	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

53)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	0	u_5	0	0
u_3	u_3	0	u_4	u_5	0
u_4	u_4	0	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

54)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_5	0	0	0
u_3	u_3	0	u_4	u_5	0
u_4	u_4	0	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

55)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	0	0	0	0
u_3	u_3	0	u_4	u_5	0
u_4	u_4	0	u_5	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

La sottoalgebra E *sia di ordine 4 e di indice 5.* — Essa è potenziale e perciò si ha la tabella

56)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
u_2	u_2	u_3	u_4	u_5	0
u_3	u_3	u_4	u_5	0	0
u_4	u_4	u_5	0	0	0
u_5	u_5	0	0	0	0

Influsso di Galileo e di Kepler su Hobbes e Kant

Nota del socio **Giuseppe De Lorenzo**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — In questa Nota è brevemente indicato l'influsso, che le concezioni cosmologiche di Galileo e di Kepler ebbero sulle opere antropologiche e sociologiche di Hobbes e di Kant.

Nella seconda metà del Cinquecento, durante il regno di Elisabetta, l'Inghilterra ebbe la sua massima fioritura letteraria, che culminò, in Shakespeare, con l'astro più fulgido del cielo poetico della terra: *William! Stern der schönsten Höhe:* come lo cantò Goethe. Tale fioritura continuò, declinando, nel Seicento; accompagnandosi, però, con un potente germogliare degli studi filosofici e scientifici; che ebbero il massimo rigoglio durante i periodi di Giacomo I, di Carlo I, di Cromwell e della *Restoration*: cominciando dalla *Instauratio magna* di Bacon, passando per le ricerche astronomiche di Halley, matematiche di Napier, fisiche di Gilbert, chimiche di Robert Boyle, fisiologiche di Harvey, fino a giungere alla fondazione della *Royal Society* nel 1660 ed alla scoperta della gravitazione universale, per opera di Hooke e Newton, nel 1686.

Sia sulla fioritura letteraria che sul rigoglio filosofico e scientifico inglese ebbero enorme influenza l'arte ed il pensiero del Rinascimento italiano: e di ciò esiste una vasta documentazione storica e critica. Qui mi fermo ad indicare solo l'influsso esercitato da Galileo sopra uno dei maggiori

pensatori di quel periodo, Thomas HOBBES; perchè già si sa quale impressione riportò MILTON dalla sua visita, reale o immaginaria, a GALILEO in Arcetri, nel 1639, e quale uso ne fece nel suo *Paradise Lost*.

Thomas HOBBES (1588-1679), dopo essersi laureato nel 1608 ad Oxford, venne nel 1610 in Francia, Germania ed Italia, come precettore ed amico del giovane figlio di lord CAVENDISH, divenuto poi conte di Devonshire, per uno di quei viaggi d'istruzione sul continente, di prammatica per i giovani nobili inglesi, dei quali il più noto e famoso è il *Childe Harold's Pilgrimage* di lord BYRON. Ritornato in Inghilterra, venne in contatto con BEN JONSON e con BACONE; del quale tra il 1621 ed il 1626 tradusse alcuni *essays* in latino: e BACONE ne faceva grande stima, perchè, com'egli diceva, HOBBES comprendeva meglio di chiunque altro i suoi pensieri ed i suoi scritti. Malgrado questa comprensione e comunanza di vita, non si può dire, come giustamente osserva W. R. SORLEY nel suo saggio su HOBBES (Cambridge History of English Literature, 1932), che HOBBES sia stato un allievo di BACONE: perchè, pur essendo entrambi positivisti ed empiristi, con una comune concezione meccanica del mondo, HOBBES non faceva molto conto del metodo sperimentale di BACONE e finì con l'affidarsi completamente al metodo induttivo di GALILEO.

Già nel gennaio del 1633 HOBBES aveva cercato invano nei magazzini di Londra una copia dei *Dialoghi* di GALILEO, e potè appagare il suo desiderio solo nel suo terzo viaggio continentale del 1634-37, in accompagnamento del figlio del conte di Devonshire; quando ritornò a Firenze e conobbe personalmente GALILEO, legandosi a lui ed al suo metodo quasi per innata affinità elettiva. Affinità accresciuta dall'intimità, nella sucsessiva vita parigina, col futuro re della *Restoration*, CARLO II; il quale aveva ereditato dall'ava materna Maria DE' MEDICI, fisicamente e spiritualmente, lo stampo mediceo fiorentino. E benchè a Parigi Thomas HOBBES vivesse lungamente ed intimamente nel cerchio intellettuale di MERSENNE, nel quale dominavano DESCARTES e GASSENDI, e benchè anch'egli si piccasse di matematica, pure non aderì mai a quel nuovo indirizzo filosofico. Il *cogito ergo sum* ed il dualismo cartesiano non influirono sul suo modo di pensare; il quale, invece, applicò ed estese la spiegazione galileana meccanica del mondo fisico esterno al mondo interno, psichico e sociale, dell'uomo. Così già nell'opera *De Cive*, pubblicata nel 1642 a Parigi, egli scriveva, cap. I, § 7: Fertur unusquisque ad appetitionem ejus, quod sibi bonum, et ad fugam ejus, quod sibi malum est, maxime autem maximi malorum naturalium, quae est mors: idque necessitate quadam naturae non minore, quam qua fertur lapis deorsum; sottoponendo, così, i moti dell'animo umano alla stessa legge della caduta dei gravi, e quindi della gravità, che domina il mondo. Principio, che egli poi espose nelle sue *Letters upon Liberty and Necessity*, con la negazione del libero arbitrio e la conseguente controversia col vescovo BRAMHALL. In base a questa concezione meccanica dell'universo e delle forze antagonistiche, che vi imperano,

egli nella stessa opera *De Cive*, cap. I, aveva già enunciato il famoso principio del *Bellum omnium contra omnes* e del plautino *Homo homini lupus*, che poi divenne il tema fondamentale della sua opera maggiore, *Leviathan*, pubblicata a Londra nel 1651. In essa, come s'è già detto, egli non si restrinse, come CARTESIO, ad una teoria meccanica del solo mondo fisico, ma, partendo da GALILEO, considerò il moto come l'unica realtà e ne fece quindi la spiegazione anche del mondo mentale, morale e sociale.

Era da poco morto HOBBES, quando nel 1690 apparve l'*Essay concerning Human Understanding* di John LOCKE (1632-1704), il cui elastico empirismo, come dice Mario PRAZ, meglio s'adattava alla natura del popolo inglese dello spietato razionalismo materialistico del HOBBES. E, a sua volta, il massiccio realismo di LOCKE, come osservò SCHOPENHAUER provocò l'idealismo di BERKELEY (1684-1753) e lo scetticismo di David HUME (1711-1776). Così questo immenso movimento mentale inglese, filosofico e scientifico, svoltosi senza interruzione per due secoli, cominciando da Francis BACON (1561-1626) e passando per HOBBES, LOCKE e BERKELEY, fino a giungere al HUME, preparò il suolo e gettò le fondamenta, su cui doveva sorgere il grande edificio del realismo empirico e dell'idealismo trascendentale di Immanuel KANT (1724-1804).

KANT era di origine scozzese, come HUME. Il cognome della sua famiglia, o nomen gentile, era CANT: come il nostro cognome CANTO, o CANTONE. Così scriveva sempre suo padre Johann George CANT, e così scrisse pure IMMANUEL, finchè non mutò il C in K, perchè infastidito da alcuni tedeschi, che pronunziavano il C come Z. Forse a questa sua origine scozzese è dovuta la straordinaria lucidezza del suo pensiero, così diversa dalla nebulosità teutonica: per cui GOETHE potè dire, che quando leggeva un'opera di KANT aveva l'impressione, come se entrasse in una luminosissima stanza. Certo è, che tutto il suo pensiero è orientato verso il movimento filosofico e scientifico inglese, che lo aveva preceduto, e verso le intuizioni cosmologiche di GALILEO e di KEPLER; che costituirono la base dei suoi studi e delle sue lezioni di Geografia Fisica, specialmente della sua *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*, del 1755; che diede poi origine, attraverso le lettere di LAMBERT, alla *Exposition physique du système du monde*, del 1796, di LAPLACE.

Questi principii della meccanica celeste, fondati da GALILEO e da KEPLER ed illuminati da NEWTON con la legge della gravitazione universale, KANT cercò, come HOBBES, di applicarli ai moti dell'animo e del consorzio umano: teoreticamente con la *Critica del Giudizio*, del 1790; praticamente col suo progetto filosofico per la perpetua pace, *Zum ewigen Friede*, del 1795: facendo precedere alle due opere la sua idea per una storia generale in senso cosmopolitico, *Idee zu einer allgemeinen Geschichte in weltbürgerlicher Absicht*, del 1784.

In quest' opera, che più di ogni altra si avvicina, per la sua concezione, a quella di HOBBES, il sommo filosofo di Königsberg comincia col dire, che qualunque concetto ci si faccia in senso metafisico della libertà della volontà cioè del *liberum arbitrium indifferentiae* concepito come una proprietà del carattere intelligibile): le manifestazioni di essa (cioè il carattere empirico), vale a dire le azioni umane, così come ogni altro fenomeno di natura, sono determinate da leggi naturali generali. La storia, che si occupa della narrazione di tali manifestazioni, fa pure sperare che, per quanto le loro cause siano profondamente celate, considerando nelle sue grandi linee il gioco della libertà della volontà umana, se ne possa scoprire un regolare andamento; e che quel che nei singoli individui appare come complicato ed irregolare, possa nella specie essere riconosciuto come una continua e costante evoluzione delle sue disposizioni originarie. I processi delle generazioni degli uomini, delle migrazioni dei popoli, delle sopravvivenze e delle estinzioni delle razze umane, che sembrano dovute alle loro libere volontà, debbono essere soggetti alle stesse costanti leggi naturali, che determinano lo svolgersi delle forme e dei fenomeni della superficie della terra. I singoli uomini, ed anche i popoli interi, non pensano e non sanno, che essi, mentre perseguono i loro scopi particolari, a volte concordanti ed a volte contrastanti con quelli degli altri, e quindi associandosi e proteggendosi, o combattendosi e distruggendosi, inconsapevolmente ubbidiscono ad uno scopo della natura, ad essi ignoto, e di cui, se anche fosse loro noto, poco si curerebbero.

Siccome gli uomini nelle loro aspirazioni non procedono istintivamente, come gli animali, ma neanche, come cosmopoliti ragionevoli, secondo un piano generale: non pare possibile per essi una costituzione prestabilita, come quella delle api o dei castori. Non si può astenersi da un certo sdegno, quando si assiste al loro agire sulla scena del mondo e, mentre si vede l' apparizione della sapienza in qualche singolo, si trova che tutto nell' insieme è imbastito di ignoranza e di follia, di infantile vanità ed anche di infantile crudeltà e brama di distruzione: così che in fine non si sa che concetto farsi del nostro genere umano, così presuntuoso dei suoi immaginari pregi. Quindi, giacchè per gli uomini e per i loro processi collettivi non si può presupporre alcun loro scopo ragionevole, non resta al filosofo altra via di uscita, che di tentare, se in questo assurdo andamento delle cose umane non si possa scoprire una legge naturale; per cui di tali esseri, che procedono senza alcun loro piano, sia possibile una storia secondo un determinato piano della natura. Così vogliamo vedere, dice KANT, se non ci riesca, di trovare il bandolo di tale intrico e lasciare poi, che la natura produca l' uomo che sia in grado di districarlo. Così essa produsse un KEPLER, che in modo inaspettato sottopose le orbite eccentriche dei pianeti a leggi determinate, ed un NEWTON, che spiegò tali leggi con la causa naturale generale della gravitazione universale. Anche in questo KANT procedeva di pari passo con le orme, stampate da HUME nei suoi

Essays on Suicide and the Immortality of the Soul, publicati postumi a Basilea nel 1799, nei quali lo scozzese diceva: La vita degli uomini è sottoposta alle stesse leggi, a cui è sottoposta la vita di tutti gli altri animali; e tutte queste esistenze sono soggette alle leggi generali della materia e del moto.

Con questo presupposto KANT cerca di tracciare le linee di una storia naturale generale dell' umanità, derivando, con metodo non dissimile da quello usato da HOBBES, dalle forze antagonistiche degli uomini, dalla loro insopportabile sopportabilità, dalla loro discorde concordia, la formazione degli stati ed il loro procedere, attraverso un' anfizionia, verso una futura perpetua pace. Ma, egli stesso osserva, che, se gli uomini aspirano alla pace ed alla concordia e desiderano di vivere comodamente e piacevolmente, la natura invece vuole la guerra e la discordia ed infonde anche nei singoli cittadini di uno stato la brama dell' avere, la brama dell' onore, la brama del dominio; che li portano a superarsi l' un l'altro ed a sviluppare sempre nuove qualità; mentre, se avessero eguali bisogni e soddisfazioni finirebbero col vivere come le pecore, quete e contente del loro pascolo, senza dare alla loro esistenza valore maggiore di quelle. Pertanto finisce col conchiudere malinconicamente, che anche la filosofia ha il suo chiliasmo e che non può prevedere e stabilire il corso della storia umana, come non può ancora fissare, malgrado tutti i dati fisici che già si hanno, il corso del sistema solare planetario attraverso i sistemi stellari.

Ma, tale conclusione era da prevedersi, in grazia di quel che egli stesso, KANT, ci ha insegnato nella sua *Critica della ragion pura*: che, cioè, noi, per la nostra costituzione mentale, non possiamo, nè potremo mai conoscere le leggi del mondo trascendente della Cosa in sè, e dobbiamo quindi fermarci alla conoscenza ed alla formulazione delle leggi, che regolano il mondo empirico, reale, delle forme e dei fenomeni della vita sulla terra. Ed allora non possiamo fare altro che ascoltare quel che già due millenni prima di KANT, nel sesto secolo avanti Cristo, un altro sapiente, GOTAMO SAKYAMUNI, aveva promulgato nella valle del Gange: Inconoscibile è il cammino degli esseri, che, avvolti d' ignoranza e spinti dalla sete di vivere, affrettandosi da nascita a morte e da morte a nascita, soffrendo e dolorando, amandosi ed odiandosi, divorandosi e distruggendosi, e versando più lagrime e sangue di quanta sia acqua nei grandi mari che cingono la terra, percorrono eternamente il giro dell' esistenza (*samsâro*) senza principio nè fine: abbastanza lungamente, invero, per potersi distaccare dalle sue manifestazioni, per potersi redimere, per potersi salvare.

Sulle sabbie ferrifere campane

Nota del prof. **Antonio Parascandola** *presentata dal socio* † **E. Quercigh**

(Adunanza del dì 2 febbraio 1939 [1])

Sunto. — L' A. dà una rassegna delle investigazioni da lui eseguite lungo il litorale campano per la ricerca e la genesi delle sabbie magnetiche.

Le brevi, ma efficaci citazioni, riguardanti le sabbie ferrifere del litorale della Campania e delle isole Flegree, di Jasolino, Capaccio, Breislak, Spallanzani, Teodoro Monticelli, Michele Tenore e Gaetano Tenore, per stare agli studiosi più in vista, sono state per lungo tempo ignorate o, per lo meno, neglette. Negli ultimi trent'anni invece queste spiagge hanno destato maggiore interesse ai fini di un eventuale sfruttamento minerario. Si sono così avuti studi di Cattaneo, di Maddalena, di Picotti ecc.

È da ricordare però che l'estrazione della magnetite, tentata in qualche località durante il periodo bellico, non sembra che abbia dato risultati notevoli; ad ogni modo nel presente lavoro mi limito a trattare la questione da un punto di vista naturalistico.

Spinto dalla curiosità di conoscere la « *sabbia piombina* » citata dal Capaccio nell'isola di Procida, rivolsi la mia attenzione prima a questa isola fino dal 1920 con sistematiche osservazioni, che estesi poi anche ai Flegrei ed altrove. Il risultato delle mie prime investigazioni è stato pubblicato fin dal 1928.

Questo lavoro avrebbe dovuto essere ben più ampio, ma in sèguito agli eventi bellici molto del materiale che avevo raccolto, e già studiato, è andato disperso, onde mi devo limitare a uno sguardo generale.

Prima di descrivere sommariamente le spiagge magnetiche della nostra regione, bisogna trattare la questione della genesi, ciò che è indispensabile per comprendere l'apparente irregolarità della distribuzione della magnetite.

Sull'origine prima di questa magnetite non esiste alcun dubbio: si tratta della magnetite contenuta originariamente nei tufi e nelle lave. Non è però l'azione meccanica delle onde marine che abbattendosi sul materiale incoerente lo disgrega separandone la magnetite, ma sono le acque di dilavamento che selezionano e accumulano la magnetite e la trasportano al mare.

Dove mancano corsi d'acqua che sfociano al mare o dove le acque selvagge si disperdono prima di giungere al mare, la magnetite sulla spiaggia

[1]) Cfr. Rend. Acc. Sc. fis. e mat. Napoli, s. 4ª, vol. IX, 1938-39, pp. 197 e 217.

manca o è scarsa. La struttura delle rocce vulcaniche esercita una grande influenza sulla possibilità di aversi concentrazione di magnetite; nei tufi flegrei p. es. i singoli elementi mineralogici sono più facilmente isolabili, per cui il lento disfacimento fa sì chè, asportato il cenerume, rimangono i componenti cristallini, tra i quali è la magnetite. Nelle regioni vesuviane, le cui spiagge non presentano concentrazioni notevoli di magnetite, per quanto le rocce vesuviane siano in genere più ricche di magnetite delle rocce Flegree, concorrono diversi fattori negativi. Questi sono: la natura grossa del detrito piroclastico costituente il Gran Cono, la presenza di colate laviche offrenti notevole resistenza ad una disgregazione relativamente rapida, a differenza delle trachiti più spongiose d'Ischia e dei Flegrei, e l'affacciarsi al mare di molte correnti laviche.

Della magnetite che viene portata al mare, una parte si disperde sul fondo, una parte viene rigettata dalle onde sulla spiaggia. Infatti l'azione delle onde riversa, lì dove è possibile, continuamente la sabbia sulla spiaggia, e l'onda stessa ritirandosi trascina gli elementi più leggeri abbandonando quelli più pesanti tra cui è appunto la magnetite. Perchè ciò avvenga è però necessario che la spiaggia sia sufficientemente ampia e a dolce pendìo, altrimenti non è possibile un'ampia escursione delle onde volventisi sulla spiaggia e quindi una cernita tra i componenti della sabbia.

Dove la spiaggia non è sufficientemente profonda non si ha arricchimento di magnetite. Se la spiaggia è stretta, la ruota dell'onda col suo risucchio tutto trascina nella sottostante scarpata sottomarina e lo distribuisce sul suo fondo, più o meno lontano, pronta a riportarlo di nuovo alla spiaggia e di nuovo ritirarnelo, con la conseguenza che le varie correnti, determinate dalle riflessioni delle onde, finiscono col disperdere il minerale magnetico, diluendolo fra il sabbiume del fondo marino. Dovranno poi intervenire onde e correnti oblique radenti per insaccare il materiale sabbioso in una insenatura o addossarlo ad uno spuntone roccioso ed operare quindi una levigatura non violenta, chè, altrimenti, tutto sarebbe di nuovo, nel rimaneggiamento, rimescolato.

La sabbia, comunque accumulata sulla spiaggia, subisce poi l'azione selettiva del vento il quale può soffiare nelle direzioni più disparate e cogli effetti più strani per quel che riguarda la concentrazione della magnetite. In definitiva il risultato sarà un arricchimento, in un determinato periodo, di minerale magnetico, ora in un punto della spiaggia, ora in un altro.

Esaminate così alcune questioni generali riguardanti le cause della concentrazione di magnetite, passiamo brevemente in rassegna sotto questo riguardo le spiagge Campane, a cominciare da quelle delle isole Flegree.

Isola di Ischia.

Il patrimonio di magnetite dell'isola di Ischia è molto maggiore di quello preventivato da altri.

Lungo i numerosi canali scavati nelle pareti calancose del tuffito dello Epomeo che scendono alla spiaggia dei Maronti, sulla costa meridionale dell'isola d'Ischia, si trova magnetite. Sovente ai piedi di questo costone roccioso la magnetite per la profondità di 5 cm. si trova cementata lievemente, e stratificata. A destra dello sfocio dell'Olmitello si trovano lenti di magnetite stratificate, sgretolabili fra le dita; i granuli sono tenuti insieme da un cemento di sali delle acque minerali.

Saggi raccolti nei canali e nei canalicoli che sfociano ai Maronti hanno dato le seguenti percentuali di magnetite: 42.05 %, 39.87 %, 53.45 %, 55.40 % e 7 %.

Non in tutta la profondità della spiaggia la magnetite è ugualmente diffusa. Essa si trova a monte, ai piedi della roccia tuffitica per una profondità dai 2 ai 3 metri. Subito dopo questi banchi la sabbia diventa quasi povera di magnetite. A destra dello sfocio dell'Olmitello, guardando il mare, nei banchi, ho trovato i seguenti tenori: 95.15 %, 51.06 %, 49.27 %, e 86.43 %. Due campioni di sabbia raccolta dove per un lungo tratto si presentava ricca di magnetite hanno dato: 62.93 % e 58.30 %.

Nel primo tratto di spiaggia dei Maronti la sabbia è povera di magnetite: appena 1.03 %.

La magnetite proviene tutta dallo sfasciume del tuffito di questo versante dell'isola.

Nella spiaggia di S. Montano si verificavano le condizioni di ammassamento della magnetite perchè, stando racchiusa tra due speroni, si determinano coi vari mari onde oblique radenti le quali operano l'accumulo e la levigazione della sabbia con formazione di plaghe magnetiche. La breve spiaggia di Lacco di fronte alla « trattoria a mare », ha dato lungo lo scolo delle acque: gr. 3,75 di Fe_3O_4, mentre la restante parte ne è povera. Allo sfocio della Rita ho notato ancora rilevanti concentrazioni di magnetite (44.75 %, 23,20 %, 31.70 %).

Povera di magnetite è la spiaggia di S. Francesco a Forio. Nella spiaggia della Chiaia a Forio, la magnetite presenta appena il 0.8 %, e la quantità va diminuendo avvicinandosi alla battigia.

Alla spiaggia del porto di Forio invece ho trovato gr. 1.06 % di magnetite. Doppiata la Punta del Soccorso vi è la breve spiaggia omonima, la quale presenta piccole chiazze di magnetite per quasi tutta la sua lunghezza per lo spessore di 2 cm. con un valore di 11.40 %.

Nel terreno stradale dell'isola si riscontrano spesso sensibili tenori di magnetite. Nel tratto da Barano ai Maronti la polvere stradale contiene 0.60 % di Fe_3O_4. Nel detrito stradale nella località San Lorenzo a Lacco Ameno ho trovato il 3.35 %, mentre nella trachite locale ho rinvenuto in media l'1.60 % di Fe_3O_4.

Il terreno agrario sempre della medesima località contiene 0.25 % di

Fe_3O_4; la polvere lungo lo scalone delle stufe di S. Lorenzo ne contiene l' 1.03 % in media, ecc.

Isola di Procida.

Per questo argomento rimando al mio lavoro « *Genesi e deposizione delle sabbie magnetiche nell' Isola di Procida e nel litorale flegreo* » [1]).

Spiaggia romana — Foce Volturno.

Nella spiaggia di Serapo a Gaeta la magnetite è quasi assente, e ciò è in relazione con la costituzione del retroterra, con l' assenza di corsi di acqua sfocianti al mare, e all' interruzione rappresentata dal promotorio di Monte Orlando, per cui la magnetite non può essere trasportata sulla spiaggia in quantità rilevante, ma solo per quanto lo consentono le correnti di fondo, le quali disseminano, disperdendola, la magnetite.

Oltre Monte Orlando la magnetite non si osserva che in granuli sporadici, mentre se ne notano venature insignificanti nel tratto Gaeta-Formia e finchè non si raggiunge il Monte di Argento, a partire dal quale la spiaggia va man mano aumentando il suo contenuto in magnetite, perchè noi veniamo qui a trovarci allo sbocco del Garigliano, il quale raccoglie corsi di acqua solcanti parte della regione vulcanica di Roccamonfina. Oltre il Garigliano il tenore di Fe_3O_4 diminuisce per aumentare in corrispondenza della foce del Volturno che col suo letto attraversa una parte del terreno vulcanico di Roccamonfina.

Oltre a ciò alcuni dei rivi che ne solcano il cono sfociano direttamente tra il Garigliano ed il Volturno.

Presso il Garigliano alla battigia ho rinvenuto 5 % di Fe_3O_4 in superficie; a m. 0.60 di profondità ho rinvenuto 11 % di Fe_3O_4; una lente magnetica in sezione in trincea ne conteneva 17.50 %: in un' altra trincea ho rinvenuto 9 % di Fe_3O_4.

Sulla sponda sinistra del fiume Volturno a Castelvolturno, la sabbia ha dato il 7.7 % di Fe_3O_4. La magnetite si trova diffusa nei terreni e si trova qui concentrata perchè l' inclinazione della sponda ha permesso alle acque piovane di concentrarvela. Quando nei periodi di piena il fiume alza il suo livello, asportando il fine materiale argilloso e i granuli dei minerali più leggeri, lascia sul posto la magnetite che, quando è ristabilito il livello normale, si nota in veli coprire la sponda del fiume. La magnetite, che viene trascinata dal fiume e portata al mare, viene distribuita lungo la costa dalle correnti litorali e dalle mareggiate. Il mare agitato spinge entro terra la sabbia lasciando a monte i granuli più pesanti, trasporta giù i più leggeri. Così a poco a poco si preparano gli arricchimenti di Fe_3O_4 nelle sabbie di questo minerale.

[1]) Boll. Soc. Nat. in Napoli, vol. XLVIII, 1936.

La magnetite non fa però un lungo viaggio, nè si distribuisce uniformemente; essa rimane limitata ad un determinato settore che corrisponde alla zona di influenza dell'apporto continentale. Quindi nelle sabbie fluviali la magnetite non è abbondante, ma l'arricchimento si opera alla foce per le cause sopra descritte.

La spiaggia alla foce del Volturno non presenta che piccolissime quantità di Fe_3O_4 che subito dopo aumenta notevolmente: in una prima zona ho trovato il 16 %, in un'altra il 16.35 %. La zona più ricca ha dato il 44.50 %.

Debbo far rilevare che nella spiaggia di Celle fu impiantata una macchina per la estrazione della magnetite, ma la sabbia ne era estremamente povera: appena qui e lì nella massa sabbiosa lievi straterelli impuri di magnetite. Le dune invece retrostanti alla spiaggia ne erano più ricche contenendone il 2.7 %.

Lago di Patria.

Lungo la via il terreno stradale contiene il 0.35 % di Fe_3O_4. Nelle dune di questa zona la magnetite è contenuta nella quantità dell'1.90 %.

A Ponte a Mare la magnetite contenuta nelle dune è molto più copiosa di quella contenuta nella spiaggia.

Oltre questa zona, procedendo verso Torregaveta la magnetite va diminuendo e riducendosi a 1 % nella marina di Torregaveta, dove noi non abbiamo nessuno sfocio di acqua, nemmeno periodicamente torrentizio.

Siamo così entrati nel cuore della zona flegrea.

Regione Flegrea.

Anche per le spiagge della regione Flegrea rimando al mio lavoro citato precedentemente; qui mi limito a ricordare che le spiagge di questa zona sono povere di magnetite, per quanto il materiale tufaceo e lavico non eccessivamente coerente, si presti alla separazione della magnetite. Mancano però corsi d'acqua, anche temporanei sfocianti al mare, e le stesse acque selvagge raggiungono il mare solo di rado e invece quasi sempre si disperdono nel retroterra. Si pensi p. es. che la piana di Fuorigrotta non manda a mare alcun corso d'acqua e così si spiega come la spiaggia di Bagnoli e di Coroglio sia poverissima di magnetite (0.5 %). Concentrazioni notevoli di magnetite sono state separate talvolta nei canaloni della regione Flegrea più interna. Anche l'addensarsi delle abitazioni lungo la costa da Baia in poi è un ostacolo alla formazione di concentrazioni notevoli di magnetite.

È poi da aggiungersi, per quanto riguarda il litorale puteolano, che le spiagge a causa del bradisisma discendente sono attualmente molto ridotte. Così, mentre che Breislak e Monticelli fanno rilevare l'abbondanza della magnetite sul lido di Pozzuoli, oggi in effetti neppure possiamo parlare di lido.

In uno scavo fatto a Pozzuoli in Via Napoli addossato alla terrazza della Starza, 1 m. al di sotto del piano stradale, ho rinvenuto un banco sabbioso per m. 1,40-1,60 una sabbia chiara alquanto consistente; quindi per m. 1 a 1,50 un banco di sabbia abbastanza ricco in magnetite.

Spiagge vesuviane.

Ho esposto nelle pagine precedenti alcune delle cause che spiegano la mancanza di notevoli concentrazioni di magnetite sulle spiagge vesuviane. A queste bisogna aggiungere la mancanza di spiagge sufficientemente profonde e l'abbondante ruinosa precipitazione atmosferica che non opera una sufficiente selezione.

Il tenore di magnetite si mantiene scarso anche nella spiaggia in corrispondenza della foce del Sarno, la quale ben potrebbe ricettare quanto dallo edificio del Somma Vesuvio viene fluidato al mare. Ciò dimostra che neppure le correnti concentrano notevolmente altrove la sabbia vesuviana. Questa spiaggia contiene infatti solo da 0.5 a 0.7 °/₀ di magnetite.

La spiaggia di Castellammare giunge al 2.4 °/₀.

La sabbia del fondo marino tra Castellammare e Torre Annunziata giunge al massimo a 2.5 °/₀ di magnetite. Il materiale e costituito oltre che da poca magnetite, da magnetoferrite, orneblenda, olivina, augite, idocrasio, granato; minerali tutti che provengono dal Somma Vesuvio.

A Torre del Greco sotto Torre Bassano in straterelli di sabbia magnetitica ho rinvenuto il 7 °/₀, mentre la sabbia alla battigia, ad 1 m. di profondità, ha dato 2 °/₀ di magnetite.

Altrove in superficie a Torre Bassano si ha il 6.20 °/₀. La spiaggia di S. Giovanni a Teduccio ha dato 7.50 e 8.50 °/₀.

La macchina selezionatrice della magnetite fu impiantata su tale spiaggia solo perchè indotti dal colore della sabbia la quale, perchè di colore scuro, fu ritenuta ricca in magnetite.

Faccio osservare che nel terreno stradale di S. Sebastiano nella lava del 1872 ho rinvenuto 19 °/₀ di Fe_3O_4.

Penisola Sorrentina.

Per quanto riguarda la Penisola Sorrentina bisogna osservare che quando noi ci troviamo in presenza di spiagge addossate a rocce calcaree che scendono precipiti, noi constatiamo che la spiaggia è ciottolosa se è poco profonda, o prevalentemente ciottolosa se vi sfociano vallecole le cui acque convogliano dall'alto il materiale detritico, il quale si distribuisce sulla spiaggia; tale materiale detritico alluvionato è il prodotto della desquamazione dei fondi stradali naturali e della desquamazione e dilavamento delle rocce costituenti la superficie del terreno d'impluvio della zona dilavata. In genere le spiagge ciottolose della penisola affondano rapidamente in mare.

Dove invece alla costa calcarea si addossano rocce vulcaniche muta il tipo della spiaggia e dei suoi elementi costitutivi. Le condizioni non mutano però tanto da formare lunghe e profonde spiagge, perchè le rocce vulcaniche si sono dovute adattare alla morfologia preesistente. In queste rocce tuttavia le acque incidono facilmente dei valloni che permettono lo sfociamento del detrito proveniente dalle sovrastanti zone superficiali. Nei brevi tratti sabbiosi la formazione di magnetite avviene in preferenza allorquando una insaccatura della costa permette alle onde radenti o obliquo-radenti (purchè non di forte potenza) di spingere la sabbia contro le insaccature e dilavarla con abbandono a monte del materiale a maggior peso specifico e poi via via quello con peso specifico minore, finchè i più leggeri sono risucchiati oltre la linea della battigia.

Tale è la genesi del banco di magnetite della «spiaggia dei monaci» compresa tra la «spiaggia della Testuggine» e quella di Vico Equense. Questo banco aveva nel 1936 una potenza di m. 35, una lunghezza di m. 5 e una profondità di m. 4; e si trova insaccato in una piccola grotta. Il tenore di magnetite arriva al 99 %.

La magnetite è manganesifera e titanifera e l'abito è prevalentemente rombododecaedrico; ma frequente è pure l'abito ottaedrico.

Procedendo verso il mare la sabbia diviene man mano verdastra da nera azzurrastra per il prevalere di augite verde, con olivina. Accanto all'augite verde chiara si trova pure un'augite scura. Alcuni cristalli si presentano molto corrosi, altri hanno spigoli vivi, facce piane e lucenti e aspetto freschissimo. L'olivina ha color giallo verdastro pallidissimo ed è in granuli arrotondati, però talvolta si incontra qualche individuo abbastanza ben conservato.

Il sanidino è rarissimo perchè, essendo più leggero, non subisce alcuna concentrazione.

Questi minerali provengono in prevalenza dal disfacimento delle rocce tufacee, pipernoidi, soprastanti alla susseguente spiaggia di Vico, e sono stati trasportati dalle correnti, ma è probabile che l'olivina e parte del pirosseno siano stati trasportati dalle spiagge vesuviane per mezzo delle correnti di ponente.

Altre determinaziani del tenore di magnetite nelle spiagge della penisola hanno dato i seguenti risultati: Spiaggia della Testuggine 1.33 %; spiaggia di Meta 1.60 %; spiaggia di Pozzano e di S. Agnello tracce.

Povere sono le sabbie di Amalfi, di Maiori, di Minori, di Vietri, le quali tutte han raccolto il materiale alluvionato da circostanti monti ma, e per la violenza delle acque copiose, e pel breve tratto sabbioso in talune, e per il rapido salto che tutte queste fanno nel mare, la magnetite non si è accumolata così come è avvenuto per la falcatura del litorale Salernitano.

Litorale Salernitano.

Per spiegare la presenza di magnetite in alcune spiagge del litorale Salernitano, dobbiamo considerare che le formidabili antichissime eruzioni flegree e vesuviane hanno ammantato di detrito vulcanico, poi cementatosi in tufo, la conca e i rilievi Campani. Si pensi ai lembi e alle potenti formazioni di tufo pipernoide e giallo sparsi ovunque e a quelli che un tempo certamente ricoprivano i monti e poi convogliati al piano e ci si convincerà facilmente come tutto questo potentissimo ammanto disgregandosi abbia potuto costituire una sabbia di natura mineralogica discordante colla natura geologica locale, e produrre una certa copia di magnetite; non grande tuttavia, perchè gli attuali corsi d'acqua effettivamente non agiscono più su materiale eruttivo.

La morfologia della zona ha qui consentito la formazione di vasta spiaggia, le rocce non precipiti che si abbattono in questa piana, i vari corsi d'acqua, regolari o torrentizi, hanno fornito una vasta piana, un vasto litorale, sul quale il materiale che veniva trasportato ha potuto più o meno regolarmente distribuirsi e vagare in un senso o nell'altro secondo le direzioni del moto ondoso. Mentre alla spiaggia di S. Teresa la magnetite è quasi nulla, verso il Mercatello abbiamo 0.5 %; 2 %; 1.90 %.

Di tutto il litorale la spiaggia d'Agropoli è la più ricca.

Una trincea ha dato 3 % di magnetite in un punto, 7 % in altro. Un'altra trincea, profonda 40 cm. alla battigia, ha dato 2 %; mentre a superficie ha dato il 16 %.

La magnetite accumulata dal separatore aveva il tenore di 97.50 %. Da un'altra trincea ho avuto 36 % di Fe_3O_4.

Oltre Agropoli è la spiaggia di S. Maria di Castellabate, la quale presenta scarsi granuli di magnetite.

Avendo spinto le mie osservazioni sino alla Marina di Pioppi, oltre la località predetta, ho notato che la costituzione litologica della zona e la morfologia del rilievo non consentono che formazione di brevi tratti ciottolosi, tanto più che per vasto tratto si hanno banchi di arenarie fratturate inclinati verso il mare, intercalati da strati di argille scagliose, le quali si spappolano con facilità lesionando il tratto stradale e producendo frane, talchè l'andamento della strada è stato più volte modificato.

Di conseguenza la rapidità della decomposizione dei banchi rocciosi, la brevità della escursione del moto ondoso, la natura litologica, la lontananza dei luoghi di produzione del Fe_3O_4 danno ragione dell'assenza del materiale in questione in queste ultime zone.

Istituto di Mineralogia dell' Università di Napoli.

Le facies e le oscillazioni batimetriche del Terziario italiano

Nota del prof. **Federico Sacco**, *presentata dal socio* **G. De Lorenzo**

(Adunanza del dì 6 maggio 1947)

Sunto. — L' a. passa in esame le varie facies presentate dal Terziario italiano e ne discute l'origine e le oscillazioni batimetriche, risalendo alle loro cause orogeniche.

Chi percorre le varie regioni italiane, specialmente le appenniniche, studiandone i terreni terziarii, può constatare che vi si verificano notevoli differenze di *facies* in depositi della stessa età e viceversa talora ripetizioni od analogie di *facies* in terreni di età diverse, tanto da trarre talvolta in inganno nella loro interpretazione cronologica, anche pel fatto che alle analogie sedimentarie corrispondono talora analogie paleontologiche.

In questo esame della serie sedimentaria del Terziario italiano si vede una trasformazione graduale dalla *facies* abissale della base cretacea alla *facies* aeriale, continentale, del Pliocene superiore; ciò in rapporto col graduale riempimento sedimentario del bacino marino e coi successivi movimenti orogenetici più o meno diastrofici; per modo che a periodi di relativamente tranquilla sedimentazione si alternano periodi di cangiamenti batimetrici ed altimetrici, coi relativi fenomeni di varia sedimentazione, di erosione, ecc.

Si nota inoltre che nella serie stratigrafica alle fasi di depositi più o meno batiali si alternano fasi di depositi neritici o littorali. Fatto che (anche perchè accompagnato dai relativi mutamenti paleontologici) servì di base ai geologi per distinguere nella serie terziaria diversi periodi e sottoperiodi.

Su tale interessante fenomeno ebbi già a richiamare l'attenzione con una nota di mezzo secolo fa sopra la « Classification des terrains tertiaires conforme à leurs *facies* » (Bull. Soc. Belge de Géologie, Tome I, Bruxelles, 1887) e con una nota recente sopra « Il pluvionivografo e l'orogenografo delle Alpi » (Atti Acc. Sc. Torino, Vol. 77, 1942).

Un altro fatto che colpisce lo studioso del Terziario italiano è la differenza che esso presenta (specialmente per l'Eocene) da quello europeo settentrionale, tanto che, mentre dapprima tentai di parallelizzarli (seguendo per esempio le classiche divisioni di Suessoniano, Parisiano e Bartoniano dovetti poi riconoscere che facevo opera artificiosa. Del resto differenze pure fortissime si riscontrano nella stessa serie italiana, per diversità più o meno locali, donde appunto derivarono quelle differenze di *facies* che sono oggetto di questa nota.

Premetto pochi cenni sulle distinzioni batimetriche attuali, notando però che se esse, in complesso, sono abbastanza giuste, presentano fra di loro frequenti passaggi specialmente nelle superiori, che spesso si intrecciano sia per la natura sedimentaria sia per quella biologica, tanto che vi si fecero numerose suddivisioni che ho cercato qui di unificare per semplicità.

La *zona abissale*, che si eleva dalla profondità delle fosse marine sin verso i — 1000 metri, è rappresentata da depositi di fanghiglie argillose piuttosto brune o rossigne; talora calcaree biancastre per accumulo di Coccoliti, Globigerine, Orbuline, ecc.; talora invece silicifere per accumuli di Radiolarie, di Spugne, ecc. Frequenti vi sono i denti di Squalidi, le otoliti di Cetacei, i rostri di Cefalopodi, i resti di Crinoidi, ecc. nonchè noduli o concrezioni di ossidi di ferro o di manganese, di barite, di aragonite, di silice, ecc. oltre ad eventuali espansioni diabasiche, tufi basici diversi ecc.

La *zona batiale* si sviluppa tra i 1000 ed i 200 metri circa di profondità. È caratterizzata da depositi marnoso-argillosi grigiastri, piuttosto uniformi, con una fauna un po' cosmopolita e prevalenza di resti di Pteropodi.

La *zona neritica* di acqua poco profonda, dai — 200 m. in su, presenta una frequente alternanza sedimentaria, ora piuttosto marnosa ora piuttosto sabbiosa, di tinta grigiastra; con una fauna alquanto variabile secondo la profondità, la luce, la temperatura, il regime sedimentario, ecc.

Zona littorale, di mare basso, prossima al lido, prevalentemente sabbiosa, talora anche ghiaioso-ciottolosa, un po' irregolare, ma molto variabile secondo la profondità, la luce, la temperatura, la natura del fondo, la distanza dal lido, dolce o rupestre. Con fauna e flora generalmente abbondanti e varie da luogo a luogo, anche vicini e secondo la batimetria, ecc. derivandone sottozonule: a Laminarie, a Corallari (talora tanto copiosi da originare, assieme ai Litotamni, ecc. vere formazioni coralline), a Patelle e Balanidi, oltre ad Ostriche, Mitili, Pettini, Littorine, Cerizidi, Trochidi, Terebratule, Echinidi, Foraminiferi, ecc. ecc.; talora con passaggi a depositi e faune di tipo *salmastro* o *di estuario*.

Zona aeriale o *continentale* con depositi fluvio-lacustri e fauna corrispondente.

Ciò premesso vediamo brevemente le principali differenze di *facies* che presenta la serie sedimentaria italiana dalla base cretacea al Quaternario.

Riguardo al Cretaceo le sue *facies* in Italia sono tante e tanto diverse fra loro che ricevettero diversi nomi e furono anche interpretate come formazioni di età differenti.

Già nel 1930 ebbi ad esaminare « Le *facies* del Cretaceo nell'Appennino » (Atti Acc. Sc. Torino, vol. 76), e vi distinsi varie *facies*, cioè:

1°) una *facies abissale*, delle così dette « *argille scagliose* » (in complesso sul versante padano) e dei « *Galestri* » (sul versante tirreno), cioè di argilloscisti ofiolitiferi, inglobanti laccoliti più a meno potenti di Diabasi,

Peridotiti, Serpentine, Gabbri, ecc. [1]). Queste formazioni argillolitiche (da alcuni dette anche *Flysch*), salvo le Radiolariti o Diaspri ed i Calcari detti *Alberesi*, a Calpionella, sono povere di fossili che si incontrano solo qua e là sparsi, ma caratteristici del Cretaceo, come Bennetiti, Uintacrini, Inocerami, Ammoniti (Acantoceratidi, Hamiti, ecc.), denti di Pticodi, resti di Ittiosauri, ecc., quasi tipici del Cretaceo (str. s.). Vi abbondano invece noduli e concrezioni di Barite e di Aragonite, di ossidi di ferro e di manganese, svariati Nemertilidi, spesso su strati calcariferi duri detti appunto *Pietraforte*. È la *facies*, dapprima quasi misteriosa, creduta perfino endogena, denominata *Modeniana* (pars) dal Pareto (nel 1865), *appenninica* dal Capellini (1876), *infraliguriana* dall'Issel (1887).

2°) Una *facies* rappresentata dal *Calcare rosato* o *Scaglia rosata* dell'Appennino umbro-marchigiano, pure con pochi fossili, come *Ananchites*; la *Pietra gentile* della Puglia.

3°) Una *facies neritico-littoranea* costituita da calcari in parte organogenici, biancastri, più o meno di *scogliera*, come i calcari ippuritici od a rudiste dell'Appennino meridionale, con parziali o locali passaggi alla *facies littoranea*.

Anche l'Eocene italiano presenta diverse *facies* sedimentarie, ma non quella abissale, non essendosi più verificati, dopo il Cretaceo, quelli affossamenti tanto profondi, da dar luogo agli speciali depositi abissali. Però là dove l'Eocene inferiore succede regolarmente al Cretaceo abissolitico, ivi vediamo che esso è rappresentato da argilloscisti brunastri (talora un po' variegati) alternati con calcari chiari (*Modeniano* medio) che segnano un vero passaggio sedimentario dall'abissale al batiale e quindi anche, quando mancano i fossili, producono incertezza nella distinzione cronologica tra Cretaceo superiore ed Eocene inferiore.

Incidentalmente ricordiamo la *facies* palustre-estuarica, detta *Liburnica* (Hauer 1879) di passaggio tra Cretaceo ed Eocene nell'Istria.

In alcune regioni della Liguria, specialmente nel Chiavarese, l'Eocene inferiore, passante insensibilmente agli scisti galestrini frammentari dell'*Infraliguriano*, è rappresentato da speciali argilloscisti calcarei, fogliettati, fissili, cioè ardesiaci, denominati *Lavagne* dal paese di Lavagna dove se ne fa la maggiore escavazione ed il più intenso commercio.

Per lo più l'Eocene inferiore si inizia con una caratteristica zona grigiorossigna, calcarifera, eminentemente nummulitifera, spesso organogenica, denominata *niceana* dal Pareto (1865), che ha qualche analogia collo *Spilecchiano* delle Prealpi venete, col *Flysch rouge* dei geologi francesi; è il *calcare screziato* dei Toscani.

[1]) Sacco F., *I problemi delle formazioni ofiolitifere delle Alpi e dell'Appennino*. Boll. Uff. Geol. Ital., Vol. LIX, 1834.

Anche il *Mortolino* (MAYER 1888) è pure un calcare nummulitifero dell' Eocene medio.

Questa formazione calcareo-nummulitifera talora si sviluppa e si ripete più volte verso l' alto intercalata alle marne grigie, come per esempio nelle colline di Gassino, donde il nome di *Gassiniano* SACCO (1889); è la formazione eocenica più ricca di fossili di ogni qualità (fra cui numerosissimi i litotamni), come mostra appunto il così detto *calcare di Gassino*. Del resto gran parte dell' Eocene nell' Apennino centrale e meridionale è rappresentato da calcari nummulitiferi.

Generalmente questa formazione fossilifera *niceana* si continua in alto con una serie calcareo-argillosa, il così detto *Liguriano* (MAYER 1857) o, in complesso più in alto, con una formazione marnoso-arenacea, il così detto *Macigno* dei toscani, scientificamente *Etrurio* (PILLA 1846).

Il *Liguriano* è una tipica potentissima formazione (spesso tettonicamente molto conturbata e contorta) di calcare argilloso, fine, grigio-giallastro, detto *Calcare a Fucoidi* per la frequenza (sulla faccia dei suoi strati) di numerose impronte di Fucoidi, Condriti, Elmintoidi (la caratteristica *Helminthoidea labyrinthica*), nonchè numerosi Foraminiferi fra cui abbondantissime le Globigerine.

Questa formazione, corrispondente al *Modeniano* superiore del PARETO, alla facies *appenninica* sup. (pars) del CAPELLINI, alla *Scaglia cinerea* dello Appennino marchigiano, ecc. rappresenta un tranquillo deposito batiale; lo vediamo sviluppatissimo nell'Appennino settentrionale, ricomparendo ancora in Calabria.

Invece la formazione del *Macigno* (che corrisponde al *Masegno* dei Veneti) pure assai compatto e resistente (tanto da significare la durezza della roccia) corrisponde ad una facies neritica che si estende talvolta sino alla littoranea. Però talora predomina l' elemento arenaceo in banchi che originano paesaggi erti e ruiniformi del tipico *Macigno*; talora invece agli strati arenacei (con svariate Nemertilidi, Paleodicti, ecc.) si alternano strati ed anche potenti serie marnose (con denti di Squali, grosse Lucine, Pteropodi, ecc.) che ricordano le analoghe formazioni *langhiane* o *romagnole* del Miocene cosicchè questa formazione potrebbe denominarsi *coromagnola* (SACCO 1947) tanto più che essa sviluppasi (ed è ben naturale) pure specialmente nell'area tosco-romagnola; ricordo che da tale analogia derivò la nota questione eomiocenica.

La formazione del *Macigno* (l. s.) talvolta anche rovesciata, e assai potente ed estesa non solo nel Veneto e nell' Appennino settentrionale e centrale, come appare nella carta geologica che pubblicai nel 1904, ma compare anche in Calabria.

L' Oligocene, siccome corrisponde ad un grandioso periodo diastrofico, che chiuse l' epoca eocenica facendo sorgere la catena alpino-appenninica,

originando quindi erosioni, trasgressioni e simili, talora non compare per forte lacuna stratigrafica o si presenta incompleto e con varie fisionomie per lo più a facies littoranea passante alla maremmana, lacustre od anche continentale che corrisponde al *Bormidiano* (PARETO 1865, SACCO 1889) per la regione savonese precisata dal PARETO, dove essa si presenta più caratteristica e più famosa per fossili animali e vegetali, oltre che per i suoi utilizzati depositi lignitici. Anche nelle regioni subalpine appaiono queste formazioni conglomeratiche, come la così detta *Gonfolite* della Camerlata già credute mioceniche.

Quando invece la serie oligocenica è meno incompleta essa si inizia con una serie marnosa di facies neritica con alternanza di marne sabbiose e di calcari a Nummuliti ed Orbitoidi. Nel 1889 paragonai cronologicamente questo terreno al *Sextiano* De Rouv. 1853, ma ne è alquanto diverso. Ad ogni modo è un deposito sottile, di non grande importanza.

La sovrastante formazione, che parallelizzai col *Tongriano* (DUMONT 1839), è invece potentissima, specialmente nel Monferrato e nell'Appennino ligure-emiliano, con caratteristica *facies* che è specialmente littoranea, con passaggi alla *Bormidiana*, generalmente ad arenarie e grossi banchi conglomeratici, quasi scomparendo verso sud, ma ricomparendo con analoga facies nella Calabria [1]) ciò che indica il suo collegamento colle regioni montuose di tipo alpino da cui poterono derivare per grossolana fluitazione i caratteristici materiali ciottolosi.

Nell'Italia centrale l. s.) l'Oligocene può essere rappresentato da depositi, relativamente sottili, di marne sabbiose di tipo bati-neritico con Lepidocicline, ecc.

Il Miocene (l. s.) è invece una formazione potente quanto estesa che potrebbe anche essere divisa in due periodi principali, uno inf. (*Stampiano* ed *Aquitaniano*) ed uno sup. (*Langhiano* ed *Elveziano*) per un notevole diastrofismo verificatosi tra tali due periodi geologici, però con varia intensità. Lo *Stampiano* è una formazione marnosa di tipo batiale, quasi di passaggio tra l'Oligocene (a cui si può anche riferire) ed il Miocene di cui rappresenterebbe quasi la prima fase batiale.

L'*Aquitaniano* invece, pure potentissimo ed estesissimo, è rappresentato da una formazione neritica di marne ed arenarie alternate con una certa regolarità (facies *romagnola*). Nelle colline torinesi, come prossime alle Alpi, vi appaiono anche notevoli intercalazioni conglomeratiche.

Questa serie sedimentaria del Miocene inferiore va assottigliandosi come l'Oligocene, nell'Italia centrale, ma ricomparendo pure nella Calabria anche con conglomerati.

Un nuovo diastrofismo con affondamento interrompendo la deposizione

---

[1]) SACCO F., *Le zone congl. del Terziario calabro.* Atti Acc. Sc. Torino, vol. 79, 1944.

neritica dell' *Aquitaniano* originò la caratteristica formazione *batiale*, di marne grigie del *Langhiano* (PARETO 1865, SACCO 1889) con speciali fossili, come Pteropodi, Nucule, Solenomie, Limatulelle, Amussi, Batisifoni, Filliti, ecc.

Questa tipica formazione marnosa indicata come *Schlier* dai geologi bolognesi, come *Bisciaro* nell' Urbinate, si sviluppa, pur assottigliandosi, attraverso quasi tutto l' Appennino sino alla Calabria dove appare ancora col suo tipo batiale caratteristico.

Vi successe per graduale riempimento sedimentario la formazione dello *Elveziano* (MAYER 1857), *Serravalliano* (PARETO 1865), con tipo neritico passante talora al littoraneo, quindi con varii aspetti anche assai differenti; così nelle Langhe, nell'Appennino tosco-romagnolo, ecc. esso ha la fisionomia neritica di marne alternate con strati arenacei a Nemertiliti, Paleodicti, oltre al solito corteo di denti di Squalidi, Lucine, ecc. cioè la facies che denominai *romagnola* analoga all' *Eoromagnola* dell' Eocene. In questo caso, come in altri analoghi di tipo neritico, notansi forti differenze faunistiche fra gli strati marnosi e quelli sabbiosi, come precisai nella Nota sopra « Le facies faunistiche del Miocene torinese » (Riv. Ital. di Paleontologia, XIII, 1907).

Nelle regioni littoranee i depositi miocenici diventano più arenaceo-calcarei, spesso fossiliferi, con aspetto roccioso ruiniforme, utilizzabili come materiale da costruzione e quindi sono indicati con nomi speciali diversi come *Pietra Cantone* nel Monferrato, *Pietra Verezzi* o di *Finale* in Liguria, *Sasso francescano* (donde il nome di *facies francescana* SACCO 1936) nei monti della Verna, *Pietra di Bismantova, Calcare di S. Marino, Pietra di Lecce, Pietra di Cagliari, Pietra di Siracusa, Pietra di Ragusa, Pietra di Malta,* ecc.

Infine ricordiamo la speciale facies *superghiana* (SACCO, 1947) che presentano le formazioni mioceniche delle colline di Torino dove coi depositi sabbioso-ghiaiosi littoranei si intercalano anche grandi massi di trasporto glaciale, come descrissi nella Nota sopra « Il fenomeno diluvio-glaciale nelle Alpi durante l' Era Terziaria » (Boll. Soc. Geol. Ital., LV, 1936).

Nell' Italia centrale il Miocene è rappresentato da una formazione neritico-littoranea di calcari fossiliferi, specialmente a Pettini, per lo più concordante coi soggiacenti terreni eocenici, tanto che non è sempre facile separarli.

Alla facies neritico-littoranea dell' *Elveziano* successe un nuovo movimento diastrofico, ma meno potente dei precedenti dell' Era Terziaria, che però produsse un affondamento a cui corrispose la sedimentazione tranquilla, marnoso-argillosa, quasi batiale, del *Tortoniano*, che tuttavia include talvolta lenti saline che indicano una non grande profondità.

Ma ecco che poscia in tutta l' area mediterranea si produsse un intenso movimento generale di sollevamento per cui nel Mio-Pliocene alle facies

QUADRO DELLE PRINCIPALI FACIES DEL TERZIARIO ITALIANO

Facies	aeriale	littoranea	neritica	batiale	abissale
PLIOCENE	Arnusiano Villafranchiano	Tufi calcarei Fossan. Calabr. Spongone Astiano Materano	Marne sabb.	Marne argill. del Piacenz. Crete senesi	
MIO - PLIOCENE		Congeriano Messiniano Zona gesso-solf. Pontico Aralo-Casp. Tripoli Sarmatiano	Marne argillose Tortoniane		
MIOCENE		Sasso francescano Pietra Cantone, P. di Verezzi, P. di Cagliari, Lecce, Siracusa, Malta. Superghiano	Facies romagnola (Elveziano-Aquitan.)	Langhiano Bisciaro Schlier Genga Stampiano	
OLIGOCENE		Conglomerati tongriani Gonfolite Bormidiano	Marne e Arenarie	Marne sestiane	
EOCENE		Macigno o Etrurio	Mortolino Flysch (p. p.) Fac. eoromagn. Niceano Gassiniano Calcare screz.	Calc. a Fuc. o Liguriano Scaglia ciner. Modeniano sup. Ardes. Lavagna	
CRETACEO		Calcare ippurit. od a rudiste Calc. di Scogl.	Marne e Calcari	Scaglia rosata Pietra gentile Calc. a Calpion. Calcare alber.	Galestri - Arg. scagl. Infraliguriano Radiolariti Modeniano inf. appenninico Ofioliti

marine successero quelle salmastre, maremmane e perfino talora lacustri. assai varie (da argillosa a sabbiosa ed anche ciottolosa) e che ricevettero diversi nomi, come *Sarmatiano, Pannoniano, Meotico, Aralo-caspiano, Pontico, Messiniano, Congeriano, Zona gesso-solfifera,* ecc. nomi significativi che caratterizzano questi speciali depositi.

In certe regioni però, come per esempio in parte dello Appennino Romagnolo, Teramano, Piceno, ecc. si conservò anche in questo periodo geologico la facies marina con depositi marnoso-arenacei assai potenti e di tipo neritico-littorale, però con lenti gessose.

Giungiamo così al Pliocene, che si iniziò con un nuovo e notevole affondamento in cui si depositarono le marne argillose grigio-azzurre (le così dette *crete* senesi), di tipo batiale, del *Piacenziano* (MAYER, 1857) (analogo al *Tabianino* Dod. 1870, MAYER 1888) tanto ricco in ben conservati fossili (Amussi, Grifee, Pleurotomidi, ecc. ecc.).

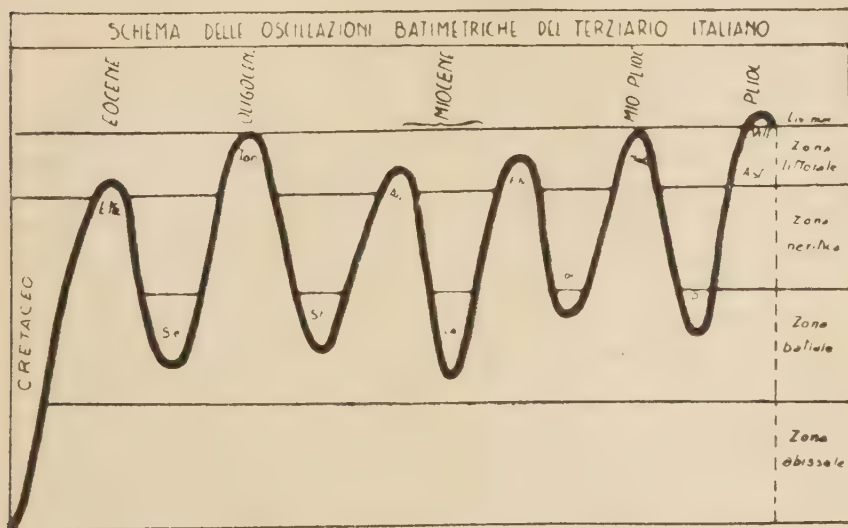
Ma quando questa formazione si avvicina ad emersioni un po' elevate, subito cangia la sua *facies* in *pseudo-astiana*, cioè littoranea, sabbioso-ghiaiosa od anche ciottolosa, giallastra, spesso ricca in grosse Ostriche Pettini, ecc. Un po' analoghe sono certe rocce arenaceo-calcaree dette *Spugnone* tra Bertinoro e Brisighella in Romagna. Pure un calcare arenaceo pliocenico di costiera è il *Materano* (MAYER 1877).

Invece nel regolare svolgersi della serie *piacenziana* essa passò, verso l'alto, ad una zona marnosa e sabbiosa di tipo neritico, poi alla nota formazione littoranea delle sabbie gialle dell'*Astiano* (ROUVILLE 1853) analogo all'*Andonino* (MAYER 1881) chiudendosi con depositi marino-salmastri a Pettini, Ostriche, Cardidi, Ceritidi, Balanidi e simili, del *Fossaniano* SACCO 1886, analogo al *Calabriano* di GIGNOUX (1910). Ricordo pure qui i tufi calcarei organici varii (*Mazzaro, Carparo, Gentile*, ecc.) delle Puglie.

Finalmente pel continuo riempimento sedimentario, malgrado i ripetuti affondamenti, la serie marina del Terziario italiano si chiuse innestando e sovrapponendo ai depositi maremmani del *Fossaniano* i depositi fluvio-lacustri delle alluvioni plioceniche (talora cementate in conglomerati detti *ceppo* p. p., *sansino*, ecc.) del cosidetto *Villafranchiano* (PARETO, 1865), avanzantesi in grandiosi delta dalle falde alpine verso il mare, restringendone sempre più l'area. È la facies ultima della sedimentazione terziaria che continentalizzò il Golfo padano, allargò i fianchi dell'Appennino ammorbidendone l'orografia e riempendo le depressioni lacustri entrappenniniche (*Arnusiano* di MAYER 1868); costituendo così il fondamento su cui poi si depositarono i terreni quaternari, base principale per lo sviluppo umano.

Dal sovraesposto si può dedurre che, durante l'Era terziaria, la regione italiana, specialmente l'appenninica, fu soggetta ad oscillazioni ritmiche, segnate dalla alternanza di depositi batiali con altri neritico-littoranei; ciò in rapporto a sprofondamenti sinclinali susseguiti da più o meno accentuati

riempimenti sedimentari e sollevamenti. sino all'emersione continentale del Plistocene.

Coll'Olocene pare iniziarsi una nuova fase di parziale sprofondamento, come indicherebbero le gradinate sottomarine pericontinentali. i fiordi e le isole continentali dell'Adriatico orientale, della Norvegia e della Patagonia, ecc.

Nel Cretaceo furonvi affondamenti tali (analoghi alle fosse degli Oceani attuali da raggiungere la zona abissale, avvicinandosi così tanto all'involucro subcrustale. magmico. basico (SiMa). caldo oltre 1000°. fluidissimo fortemente compresso, tanto da provocarne iniezioni (intrusioni ed estrusioni) ed espandimenti abissolitici più o meno estesi e potenti. specialmente di tipo laccolitico o simile.

Ne derivarono in tal modo le formazioni ofiolitiche intercalate agli Argilloscisti (Argille scagliose, Galestri, ecc.). Questi rimasero tuttora poco metamorfosati o appena induriti per sclerometamorfismo (mentre le formazioni analoghe liassiche furono trasformate in Mica-calce-scisti e, più in basso, giunsero alla gneissificazione. Le rocce endogene rimasero Metabasiti (Peridotiti. Diabasi. ecc.), mentre quelle precedenti giunsero. per metamorfismo termo-pneumatolitico. più intenso e più prolungato. anche allo stato anfibolitico-prasinitico (con pirite, calcopirite, magnetite, epidoto) e maggior corteo mineralogico. oltre a maggior scistosità o laminazione per più forte e lungo dinamometamorfismo.

Tra questi minerali sono anche da ricordarsi gli idrocarburici. liquidi o

gazosi, petrolio o metano, che da anni [1]) sostengo essere di origine endogena e che nelle analoghe formazioni precedenti (mesozoiche e paleozoiche) sono spesso già metamorfosati in grafite [2]).

Questi fenomeni abissolitici, sedimentario-endogeni, si verificarono spesso, più o meno intensi, quasi ritmicamente, dall'Arcaico ad oggi, indicandoci, colle emersioni di Pietre Verdi, sia le antiche fosse sinclinali oceaniche, sia spesso anche le susseguenti linee anticlinali per minor resistenza alle pressioni ed ai relativi corrugamenti.

Nell'era terziaria gli affondamenti non furono più tanto intensi da far raggiungere ai depositi, nelle sinclinali più infossate, la zona abissale, ma solo la batiale coi caratteristici depositi marnoso-argillosi a Batisifoni, Pteropodi, Amussi, ecc; e poi, con successive sedimentazioni neritico-littoranee, sino al continentalismo, sempre più restringente, della pianura padana; da cui emerse il classico Bacino terziario del Piemonte, estremità settentrionale dell'Appennino, col piccolo affioramento centrale serpentinoso, cretaceo, di Oddalengo [3]).

La causa dell' esaminato fenomeno delle alterne formazioni sedimentarie corrispondenti a oscillazioni batimetriche, può spiegarsi con successivi corrugamenti per contrazione del globo terrestre, come delineai nella Nota sopra la « Classification des terrains conforme à leur facies » (Bull. Soc. Belge de Géol., I, 1887). Ciò in rapporto, pel Bacino tetico, col ravvicinamento a morsa gigantesca dei grandi Massicci antichi, afro-arabico e balteo-europeo, in successivi momenti geologici ritmici, di varia grandezza ed intensità; cioè da quelli grandiosi per quanto complessi delineanti le Ere, a quelli minori segnanti i periodi e sottoperiodi geologici, sino a quelli minimi ma numerosissimi originanti, in parte, gli strati.

Il fenomeno continuerà, con ogni sorta di variazioni, in complesso rallentandosi ed andando verso il continentalismo del globo terraqueo, cioè verso la fase areologica o marziale già raggiunta dalla superficie del pianeta Marte.

---

[1]) Sacco F., *The Genesis of Petroleum*. XV International Congress, 1929.
» » *Considerazioni sull' origine del petrolio*. Atti Acc. Sc. Torino, vol. 72, 1937

[2]) Sacco F., *Origine abissale di gran parte dei terreni arcaici*. Mem. Soc. Geol. Ital., vol. I, 1931.
» » *Le formazioni abissali in Italia*. Atti Acc. Sc. Torino, vol. 66, 1931.

[3]) Sacco F., *Gli affioramenti di Serpentina nelle colline casalesi*. Atti Acc. Sc. Torino, vol. 70, 1935.
» » *La contrazione del Globo terrestre*. (Ann. Acc. Agric. Torino, vol. 87, 1945).

Sulla Prospettiva di una superficie di rotazione e della sua separatrice di ombra

Nota del prof. **Mario Giovanardi**, *presentata dal socio* **Mario Pascal**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — Questa nota tratta della determinazione della prospettiva lineare conica di una superficie di rotazione e della sua separatrice di ombra, considerando la superficie sia come inviluppo di coni ad essa circoscritti che di sfere ad essa tangenti lungo i diversi paralleli. Lo stesso argomento fu già trattato in una precedente nota dello stesso A. pubblicata nel Rendiconto dell'Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli nell'anno 1934 (Serie 4, vol. III); però, studiato differentemente, come ora sarà esposto, presenta notevoli semplificazioni.

Prospettiva di una superficie di rotazione.

La prospettiva di una superficie Σ di rotazione si ottiene determinando anzitutto la curva γ di contatto del cono ad essa circoscritto col vertice nel centro di vista V, cioè determinando i punti di contatto dei vari piani ad essa tangenti condotti per V. Si costruiranno perciò i coni circoscritti lungo i diversi paralleli di Σ ed a questi coni si condurranno i piani tangenti pel centro di vista. Congiungendo ordinatamente i punti di contatto con Σ di tali piani, si otterrà γ, contorno apparente di Σ rispetto a V; la prospettiva di γ sarà la prospettiva della superficie Σ.

Consideriamo il geometrale o piano di terra π perpendicolare al quadro, e sia l'asse [1] a della superficie Σ perpendicolare a π, quindi parallelo al quadro. Circoscriviamo a Σ il cono Γ lungo il parallelo φ di centro A; la sezione ψ di questo cono col piano di orizzonte, cioè col piano π' condotto per V perpendicolarmente all'asse, sarà il cerchio di centro il punto K di intersezione di a con π'. Conduciamo per V i piani tangenti a questo cono e determiniamo i punti di contatto di essi con ψ; congiungendo detti punti con K otterremo le proiezioni sul piano π' delle generatrici di contatto dei piani stessi col cono Γ. I punti di incontro X'_0, Y'_0 di queste

[1]) Si sono indicati con lettere maiuscole e minuscole dell'alfabeto italiano rispettivamente i punti e le rette dello spazio, le loro prospettive con le medesime lettere munite di apici, e gli elementi stessi appartenenti a piani ribaltati con lettere affette da indici numerici; le curve, le superficie ed i piani si sono indicati con lettere dell'alfabeto greco.

con la proiezione del parallelo φ su π' rappresentano le proiezioni su π' di due punti X e Y della curva γ appartenenti al parallelo stesso. Le prospettive X' e Y' di X e Y saranno le prospettive di due punti della curva γ cercata, cioè di due punti della prospettiva della superficie di rotazione Σ: essi sono in simmetria ortogonale rispetto al piano proiettante l'asse a.

Siano (Fig. 1): o e t rispettivamente l'orizzonte e la linea di terra, cioè la retta di fuga e la traccia del piano di terra π, V' la proiezione del centro di vista sul quadro, punto principale, δ il cerchio di distanza, a' la prospettiva dell'asse a della superficie Σ; sia inoltre H' la prospettiva del piede di a su π. Ribaltiamo sul quadro il piano proiettante a, cioè il piano con-

Fig. 1.

dotto pel centro di vista e per a, e siano: V_1, a_1, μ_1 rispettivamente i ribaltamenti del centro di vista V, dell'asse a, del meridiano μ della superficie appartenente al piano α. Si consideri il parallelo φ della superficie di centro A, il cui piano avrà o per retta di fuga e t_φ per traccia, ed il cono Γ circoscritto alla superficie stessa lungo questo parallelo; la sezione di questo cono col piano di orizzonte π' è il cerchio ψ di centro il punto K su a. Si consideri questo cerchio dapprima ribaltato sul piano α e poi con questo ribaltato sul quadro, e ne sia ψ_2 il ribaltamento; dal punto V_1 conduciamo le tangenti a ψ_2, indicando con P_2 e Q_2 i punti di contatto di esse con ψ_2. Congiungendo i punti P_2 e Q_2 con K_1, ribaltamento del punto K anzidetto, si otterranno i ribaltamenti m'_1, n'_1 delle proiezioni su π' delle generatrici di contatto dei piani tangenti [1]) al cono Γ condotti

[1]) I punti P_2 e Q_2 appartengono, oltre che a ψ_2, anche al cerchio di diametro V_1K_1.

per V; i punti di incontro $Y'_0 . X'_0$ di $m'_2 . n'_2$ col cerchio φ'_2, (proiezione di φ su π' ribaltata dapprima su α e poi sul quadro), di centro K_1 e raggio eguale a quello di φ, sono i ribaltamenti delle proiezioni su π' di due punti della curva γ cercata. La retta $X'_0\ Y'_0$ è perpendicolare a t, il punto I'_0 di intersezione di essa con o si proietti su A_1B_1, ribaltamento della intersezione del piano del parallelo φ col piano proiettante l'asse a di Σ, e sia I_1 la proiezione ottenuta; essa rappresenta il ribaltamento sul quadro del punto di intersezione I della retta r del piano del parallelo col piano α, alla quale appartengono i punti X e Y di γ, che sono in simmetria ortogonale rispetto al piano α condotto pel centro di vista e per l'asse a. La prospettiva r' di tale retta passa per I', prospettiva del punto I anzidetto, e sarà perpendicolare al piano proiettante α, che ha per retta di fuga a'; il punto di fuga di r è quindi l'antipolo F' di a' rispetto al cerchio di distanza δ Per ottenere X' e Y', prospettive dei due punti di γ appartenenti al parallelo φ, occorrerà staccare su r a partire da I ed in sensi l'uno contrario all'altro due segmenti di lunghezza eguale a $I'_0X'_0 = I'_0Y'_0$.

Ci avvarremo quindi di uno dei punti di misura [1]) rispetto alla retta r, e sia M'; proietteremo I' da M' su t_φ, e sia I_0 tale proiezione: a partire da I_0 staccheremo su t_φ in un senso e nel senso opposto i segmenti I_0X_0 e I_0Y_0 eguali a $I'_0X'_0 = I'_0Y'_0$; proietteremo infine da M' i punti X_0 e Y_0 su r': i punti X' e Y' così ottenuti sono due punti della prospettiva di Σ. Ripetendo analoghe costruzioni per altri paralleli, si otterranno altri punti della prospettiva stessa.

Prospettiva della separatrice di ombra di una superficie di rotazione.

Per determinare la separatrice di ombra propria di una superficie di rotazione Σ, nel caso che la sorgente luminosa sia all'infinito, occorre definire la curva λ secondo la quale Σ è toccata dal cilindro ad essa circoscritto ed avente le generatrici nella direzione dei raggi luminosi. La prospettiva di λ è la prospettiva della separatrice di ombra su Σ.

Per ottenere due punti di λ considereremo la sfera Ω tangente a Σ lungo un parallelo φ, pel centro di detta sfera condurremo il piano perpendicolare alla direzione luminosa, piano della separatrice di ombra sulla sfera; la retta di intersezione di questo piano col piano del parallelo φ determinerà i due punti della separatrice di ombra su Σ appartenenti a φ. Le prospettive dei punti stessi apparterranno alla prospettiva della curva λ cercata.

Assegnato F'_l, punto di fuga dei raggi luminosi (Fig. 2), considerato

---

[1]) Nel metodo della proiezione centrale si definiscono punti di misura rispetto ad una retta di un piano i punti di fuga delle bisettrici degli angoli che la retta forma con la traccia t del piano, ovvero i punti di fuga di rette che staccano su r e su t segmenti eguali.

l'asse a della superficie Σ perpendicolare al geometrale π e definito dalla sua immagine a' e dal punto H', prospettiva del piede H dell'asse a su π: si ribalti sul quadro il piano meridiano σ di Σ parallelo alla direzione dei raggi luminosi e definito da t_σ e f'_σ, traccia e retta di fuga di σ. Siano: V_1, a_1, $V_1 F'_l$, μ_1 rispettivamente i ribaltamenti del centro di vista, della direzione della luce, dell'asse a, del meridiano μ di Σ appartenente al piano σ anzidetto. Si consideri la sfera Ω tangente alla superficie lungo il parallelo φ di centro A, e siano A_1 e C_1 rispettivamente i ribaltamenti di A e del centro C di Ω. Da C_1 conduciamo la perpendicolare i_1 a $V_1 F'_l$, essa rappresenta il ribaltamento della intersezione del piano τ della sepa-

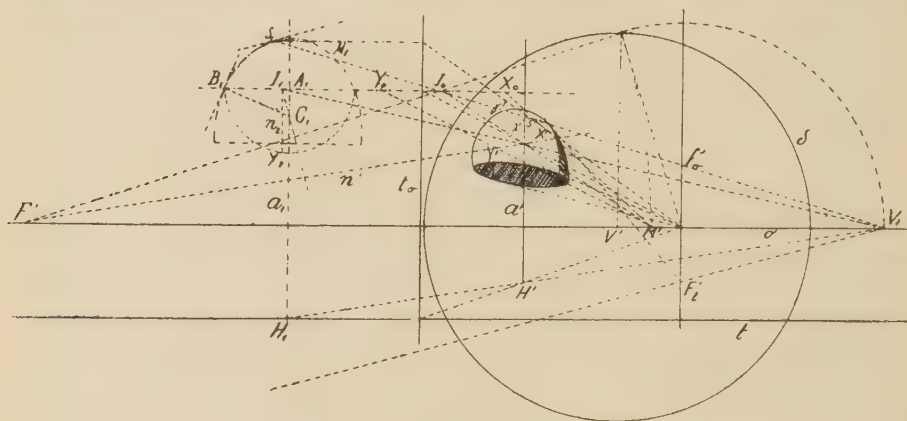



Fig. 2.

ratrice di ombra sulla sfera col piano σ. Per il punto I_1 comune a i_1 e $A_1 B_1$, ribaltamento della intersezione del piano del parallelo φ col piano σ, passerà la retta r, intersezione del piano τ con quello di φ, entrambi perpendicolari a σ. I punti X, Y della separatrice di ombra della superficie appartenenti a φ si troveranno su r e saranno in simmetria ortogonale rispetto a σ. Per determinare i ribaltamenti di detti punti su σ e quindi sul quadro si considererà il parallelo φ dapprima ribaltato su σ e poi sul quadro, e sia φ_2; da I_1 si condurrà la perpendicolare n_2 a $A_1 B_1$. Le distanze fra I_1 ed i punti X_2, Y_2 di incontro di n_2 con φ_2, eguali fra loro, indicheranno le distanze dei punti X e Y dal piano σ. Nella Fig. 2 si è disegnata metà del cerchio φ_2, essendo essa sufficiente per ottenere detta distanza. Costruita infine la prospettiva I' del punto I, per essa si è rappresentata la perpendicolare n' al piano σ, sulla quale devono trovarsi i punti X' e Y', prospettive di due punti della separatrice cercata. Essendo n perpendicolare a σ ed appartenendo al piano di φ, il suo punto di fuga è l'antipolo F' di f'_σ, retta di fuga del piano σ, rispetto al cerchio di distanza, e la sua traccia è su t_φ, traccia del piano di φ. Il problema si riduce ora a staccare su tale retta

a partire da I ed in sensi l'uno opposto all'altro due segmenti eguali a $I_2 Y_2$. Costruito quindi uno dei punti di misura M' rispetto alla retta n. e proiettato I' da M' su l_0 in I_0, stacchiamo da una parte e dall'altra di I_0 su l_0 due segmenti eguali a $I_1 Y_2$: gli estremi X_0 e Y_0 di questi segmenti proiettati da M' su n' rappresenteranno le prospettive di due punti della separatrice di ombra. Per la ricerca di altri punti si farà variare il piano del parallelo, osservando che le altre coppie di punti che si otterranno si troveranno tutte su rette parallele a n. e quindi i punti di fuga di esse coincideranno con F', ed i punti di misura, rispetto alle rette stesse, col punto M'.

Nella Fig. 2 si è supposta già rappresentata la prospettiva γ' della superficie Σ considerata; si sono inoltre determinate le prospettive di alcuni punti notevoli della separatrice λ di ombra di Σ, e propriamente: dei punti di λ appartenenti al parallelo equatoriale della superficie Σ, del punto S di λ più alto, appartenente al piano di luce passante per l'asse della superficie stessa, cioè al piano σ, e del punto di contatto di λ con γ.

La prospettiva della separatrice di ombra di una superficie di rotazione Σ si può ottenere anche nel seguente modo. Al cono Γ circoscritto alla superficie lungo un parallelo φ si conducano i piani tangenti paralleli alla direzione luminosa e si determinino le generatrici di contatto di Γ con essi: i punti di appoggio di queste generatrici a φ sono i punti della separatrice λ appartenenti al parallelo φ. Variando φ, si avranno quanti punti si vorranno della curva λ.

Per ottenere detti punti si eseguano le seguenti costruzioni. Si considerino il cono Γ circoscritto alla superficie lungo il parallelo φ di centro A ed il raggio luminoso condotto pel vertice di detto cono; si immaginino l'uno e l'altro trasportati parallelamente a loro stessi, facendo scorrere il vertice lungo l'asse a, ed arrestando il movimento quando esso sia venuto in un dato punto convenientemente scelto rispetto alla posizione del disegno; sia W tale punto. si seghino il cono ed il raggio di luce così trasportati, con un piano π perpendicolare all'asse di Σ, si otterrà nel cono un cerchio ψ di centro H, piede dell'asse su π, e nel raggio di luce il punto I; si proietti sul piano π anche il parallelo φ. Detti cerchi di centro comune H rappresentano quindi rispettivamente la base ψ sul piano π del cono Γ circoscritto a Σ trasportato col vertice in W, e la proiezione ortogonale φ' sullo stesso piano π del parallelo φ. Si conducano da I le tangenti al cerchio ψ, e siano P e Q i punti di contatto di esse con ψ; si congiungano i punti P e Q con H, le rette HP e HQ rappresentano le proiezioni sul piano π delle generatrici di contatto del cono Γ coi piani ad esso tangenti e paralleli alla direzione della luce. I punti X_0 e Y_0 di intersezione di HP e HQ con φ' sono le proiezioni su π dei due punti della separatrice di ombra appartenenti al parallelo φ. Infine i due punti X e Y sulle perpendicolari condotte per X_0 e Y_0 e distanti da questi quanto φ dista da π appartengono alla separatrice λ cercata. Le prospettive X' e Y' di X

e Y apparterranno a λ', prospettiva della separatrice di ombra della superficie Σ.

Siano (Fig. 3): a', la prospettiva dell'asse a perpendicolare al geometrale o piano di terra π, H', la prospettiva del piede di a su π, F'_l, il punto di fuga dei raggi luminosi. Per un punto W di a si conduca il raggio luminoso il quale incontrerà il geometrale in un punto I; siano W' e I' le prospettive di W e I, il punto I' appartiene alla prospettiva della retta i,

Fig. 3.

intersezione con π del piano meridiano σ parallelo alla direzione luminosa, essendo detto piano definito dalla sua retta di fuga f'_σ e dalla sua traccia t_σ, entrambe perpendicolari alla linea di terra t. Si immagini il piano σ dapprima ribaltato sul geometrale e poi sul quadro, e siano: V_2, a_2, W_2, i_1, I_1, μ_2 rispettivamente i ribaltamenti del centro di vista V, dell' asse a di Σ, del punto W scelto su a, della retta i, intersezione del piano σ col piano π, del punto I, intersezione con π del raggio luminoso condotto per W, del meridiano μ della superficie appartenente al piano σ. Sia inoltre A_2 il ribaltamento del centro del parallelo φ, lungo il quale si considera il cono Γ circoscritto alla superficie. Condotta per A_2 la perpendicolare alla

retta a_2 sino ad incontrare il meridiano μ_2, le tangenti nei punti di intersezione C_2 e D_2 ottenuti rappresentano i ribaltamenti delle generatrici del cono considerato appartenenti al piano σ. Si conduca per W_2 la parallela ad una di dette, per esempio a quella passante per C_2, e si determini l'intersezione M_1 di essa con i_1; il cerchio ψ_1 di centro H_1 e raggio $H_1\ M_1$ rappresenta il ribaltamento sul quadro della base del cono parallelo al cono Γ col vertice in W. Il cerchio φ'_1 di centro H_1 e raggio eguale a $A_2\ C_2$ è il ribaltamento della proiezione su π del parallelo φ. Si conducano da I_1 le tangenti a ψ_1, e siano P_1 e Q_1 i punti di contatto [1] di esse, si congiungano detti punti con H_1. Le rette $H_1\ P_1$ e $H_1\ Q_1$ rappresentano i ribaltamenti delle proiezioni su π delle generatrici di contatto sia del cono col vertice in W che del cono Γ coi piani ad essi tangenti e paralleli alla direzione della luce; infine i punti X'_1 e Y'_1 di incontro di $H_1\ P_1$ e $H_1\ Q_1$ con φ'_1 definiscono i ribaltamenti delle proiezioni su π dei due punti della separatrice di ombra appartenenti al parallelo φ. Mediante la relazione di omologia che esiste tra il ribaltamento di una figura appartenente al geometrale π e la sua prospettiva, omologia avente per centro V_1, ribaltamento del centro di vista, per asse la linea di terra t e per una delle rette limiti l'orizzonte o, retta di fuga del geometrale, essendo inoltre H_1 e H' punti corrispondenti, si determinino X'_0 e Y'_0, corrispondenti dei punti X'_1 e Y'_1, che rappresentano le prospettive delle proiezioni ortogonali sul geometrale dei due punti X e Y della separatrice λ appartenenti al parallelo φ. Conoscendo infine le quote dei punti X e Y, col metodo delle altezze ricaviamo X' e Y', prospettive dei due punti cercati appartenenti a λ', prospettiva della separatrice di ombra propria della superficie di rotazione Σ considerata.

Ricerche intorno all'esistenza di un silico-alluminato di calcio idrato, identificato da Strätling

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — L'autore conferma che il quantitativo di calce, in soluzione satura, che si può combinare con il caolino disidratato a 700° corrisponde al limite già indicato da O. Rebuffat e W. Strätling. Il solido così ottenuto, sottoposto ad idrolisi progressiva, mostra un comportamento che, in accordo con le osservazioni

---

[1] I punti P_1 e Q_1 appartengono, oltre che a ψ_1, anche al cerchio di diametro $I_1\ H_1$.

ottiche e röntgenografiche, esclude la presenza di alluminati di calcio. Viene in tale modo confermata l'esistenza del composto $2CaO . SiO_2 . Al_2O_3$. Aq. identificato da W. STRÄTLING.

In un lavoro precedente [1] sono state descritte alcune esperienze eseguite per definire l'andamento della reazione tra la calce ed il caolino disidratato per riscaldamento a 700°. Dal limite della calce fissata e dallo studio dei röntgenogrammi dei prodotti ottenuti si ebbe modo di ritenere probabile la esistenza del composto: $2CaO . SiO_2 . Al_2O_3$. Aq . già in precedenza caratterizzato da W. STRÄTLING [2]).

Nella stessa nota alla quale si fa riferimento furono inoltre riportati alcuni valori che indicano, in prima approssimazione, quale è il comportamento all'idrolisi progressiva dei solidi ottenuti. Si dedusse che il prodotto della reazione poteva essere considerato un miscuglio del composto sopra indicato e di silicato idrato di calcio.

Ad ulteriore chiarificazione dell'andamento dell'idrolisi, ho ripetuto tali esperienze entro un più ampio intervallo di concentrazioni della soluzione di contatto, e sempre sottoponendo i solidi di equilibrio ad una accurata indagine ottica e röntgenografica.

Ho usato del caolino boemo, nella quasi totalità costituito da caolinite, disidratato per riscaldamento a 700°. Tale prodotto è stato sottoposto alla azione della calce, in eccesso rispetto alle possibili combinazioni più basiche in presenza di acqua distillata priva di anidride carbonica, per un periodo di quattro mesi. Il sistema è stato mantenuto in continua energica agitazione.

Dopo il periodo di tempo su indicato ho estratto con acqua l'eccesso di calce, ed allorchè il titolo della soluzione è risultato leggermente inferiore a quello della soluzione satura alla temperatura di esperienza (18° ÷ 20°) ho cominciato a prelevare i campioni da sottoporre all'analisi.

Ho considerato raggiunto l'equilibrio quando più analisi, distanziate di vari giorni, risultavano concordanti.

L'idrolisi completa è durata oltre quattro mesi.

Nella tabella seguente riporto i valori così determinati.

---

[1]) MALQUORI G. e CIRILLI V., *Azione della calce sul caolino disidratato e sulle pozzolane naturali.* Ric. Scient., **21**, 85 1943.

[2]) STRÄTLING W., *Die Reaktion zwischen gebranntem Kaolin und Kalk in wässriger Lösung.* Zementverlag, Berlino, 1938. — ZUR STRASSEN H. e STRÄTLING W., *Die Reaktion Produkte in Zusammenhang mit dem System: Kalk-Kieselsäure-Tonerde-Wasser* Z. anorg. allg. Chem., **245**, 267 1940.

TABELLA I.

Composizione della soluzione			Composizione del corpo di fondo
CaO gr. / l.	SiO_2 gr. / l.	Al_2O_3 gr. / l.	CaO / 2 SiO_2 . Al_2O_3
1,18	tracce	tracce	3.38
0,99	»	»	3.30
0,69	0,001	»	3,18
0,55	—	»	3,10
0,47	—	»	3,06
0,33	0.001	0,001	3.03
0,21	—	—	3,00
0,10	0,002	—	2,96
0,07	0,005	0,008	2,93
0,06	—	—	2,61
0,04	0,015	0.009	2,40
0,04	0,020	0.010	1,86

Si noti che per tutto il campo di composizioni dei solidi di equilibrio, i quantitativi di silice e di allumina presenti nel liquido sono molto piccoli, e che il quantitativo di calce fissato dal solido è nettamente inferiore a quello calcolabile nella ipotesi che esso sia costituito da un miscuglio di silicato di calcio idrato (che per le indicate concentrazioni di calce della soluzione dovrebbe, all'inizio della idrolisi, corrispondere alla composizione: $3\,CaO \cdot 2\,SiO_2 \cdot Aq.$) e di alluminato tetra — o tricalcico.

Resta però sempre la possibilità che il corpo di fondo possa, nel tempo, fissare altra calce. Se non che prolungando la durata del contatto per altri due mesi non ho osservato variazione della composizione e delle proprietà ottiche dei costituenti detto corpo di fondo.

Sembra quindi che il limite $3{,}5 \div 3$ molecole di ossido di calcio per una molecola di caolinite indicato da O. REBUFFAT [3]) e da W. STRÄTLING [2]) rappresenti effettivamente il limite di saturazione della calce del caolino disidratato.

L'osservazione röntgenografica mi ha dato risultati analoghi a quelli già descritti nella nota precedente [1]) ed in accordo con quelli di W. STRÄTLING [2])

Secondo questo Autore infatti il corpo di fondo (ad avvenuta saturazione di calce) risulta costituito da un miscuglio di silicato di calcio idrato e del composto: $2\,CaO \cdot SiO_2 \cdot Al_2O_3 \cdot Aq$.

L'osservazione microscopica, eseguita su solidi essiccati su cloruro di calcio, permette di stabilire che essi sono costituiti da frammenti di lami-

[3]) REBUFFAT O., *Le pozzolane artificiali.* Gazz. chim. ital., **30**, 182, 1900.

nette esagonali con indice di rifrazione $\omega = 1,51$ inglobate da materiale irresolubile con indice di rifrazione inferiore: $(1,48 \div 1,50)$.

Nei solidi esaminati sono del tutto assenti le formazioni ottaedriche di $3\,CaO\,.\,Al_2O_3\,.\,6\,H_2O$.

L'indice di rifrazione delle laminette resta costante per tutta la durata della idrolisi; di tali lamine non ho potuto definire con maggiore precisione le caratteristiche ottiche data la piccolezza dei frammenti e la loro bassa birifrangenza.

Il valore dell'indice di rifrazione da me determinato sembra di per sè escludere che le laminette in questione siano da attribuirsi agli alluminati di calcio. Infatti, per i limiti di concentrazione indicati della soluzione di contatto, all'inizio della idrolisi gli alluminati di calcio possibili sono il tricalcico o il tetracalcico e per questi l'indice di rifrazione è nettamente superiore a quello indicato (per $C_3A\,.\,12\,H_2O$: $\omega = 1,528 - \varepsilon = 1,505$; per $C_4A\,.\,13,5\,H_2O$: $\gamma = 1,538 - \alpha = 1,510$).

Altro elemento probativo per escludere la presenza di alluminati di calcio è l'osservazione che il titolo di calce del liquido di contatto diminuisce, con il procedere della idrolisi, in maniera continua dal limite $CaO = 1,18$ gr/l. a $CaO = 0,07$ gr/l. e che il quantitativo di allumina in soluzione è sempre molto basso, come già era stato osservato da STRÄTLING.

Per meglio chiarire il valore di tali dati sperimentali, ai fini della diagnosi, è però necessario conoscere quale è il comportamento all'idrolisi del silicato di calcio idrato e degli alluminati esagonali idrati.

Circa il comportamento del silicato riporto nella tabella seguente i valori da me determinati [4]) nello studio della idrolisi del silicato tricalcico, valori che bene si accordano con quelli pubblicati da G. E. BESSEY [5]).

TABELLA II.

Composizione della soluzione CaO gr. / l.	Composizione del corpo di fondo CaO / SiO_2
1.14	1.57
1.03	1.38
0.52	1.28
0.20	1.10
0.10	1.06
0.07	0.99

[4]) CIRILLI V., *Contributo alla conoscenza dei silicati e degli alluminati di calcio.* Rend. R. Acc. Scienze Fis. e Mat. Napoli (IV), 10, 10, 1940.

[5]) BESSEY G. E., *The calcium aluminate and silicate hydrates.* Proc. Symposium on the chemistry of cements. Stoccolma, 1939, pag. 178.

Per quel che riguarda gli alluminati di calcio la letteratura indica diversi valori spesso non in accordo tra di loro [6]. Ho, per questa ragione, nuovamente determinato le solubilità degli alluminati esagonali che ho preparato per idratazione, in acqua ghiacciata (onde evitare la conversione in alluminato cubico), degli alluminati anidri $3CaO.Al_2O_3$ e $5CaO.3Al_2O_3$ addizionati di quantità calcolate di CaO.

Con l'osservazione ottica e röntgenografica mi sono assicurato che nei prodotti finali fosse assente l'alluminato cubico.

I valori così ottenuti sono riportati nella tabella III e sono, nel caso degli alluminati tri-e tetracalcico, molto vicini a quelli determinati da E. P. Polheim [7]; per l'alluminato bicalcico la concentrazione dell'allumina nel liquido di equilibrio sarebbe invece, secondo questo autore, inferiore (0,109 gr/l).

Dai valori della tabella si può dedurre che nel caso che si proceda all'idrolisi progressiva dell'alluminato tetracalcico sono da attendersi due discontinuità nel titolo di calce della soluzione, e cioè in corrispondenza della scomposizione dei due alluminati tri-e bicalcico.

Tali discontinuità non sono invece state rilevate nel procedere della idrolisi del prodotto della reazione caolino-calce. Ho inoltre già fatto rilevare che in tale caso il liquido di contatto è sempre notevolmente povero di allumina, anche per piccole concentrazioni della calce.

Tabella III.

Composizione della soluzione		Composizione del corpo di fondo
CaO gr. / l.	Al_2O_3 gr. / l.	CaO / Al_2O_3
1,09	tracce	3,71
1,06	»	3,53
0,98	»	3,27
0,60	0,05	2,68
0,59	0,05	2,54
0,54	0,06	2,38
0,53	0,08	2,25
0,35	0,27	1,73
0,33	0,29	1,55
0,31	0,32	1,48
0,28	0,32	1,38

[6]) Lea F. M. e Desch C. H., *The chemistry of cement and concrete*. Londra, 1935. — Bessey G. E., *L. c.*

[7]) Polheim E. P., *Die hydrolitischen Gleichgewichte der Calciumaluminathydrate*. Zement, **24**, 643, 1935.

Dall'assieme delle constatazioni su riferite si deve quindi concludere che l'allumina del caolino disidratato è legata alla calce in modo diverso da quello degli alluminati calcici noti venendosi così, indirettamente, a confermare l'esistenza del composto: $2\,CaO\,.\,SiO_2\,.\,Al_2O_3\,.\,Aq$.

La composizione di quest'ultimo può essere dedotta dal confronto dei valori riportati nelle tabelle I e II e dall'osservazione che idratando un miscuglio equimolecolare di silicato e di alluminato tricalcici anidri, dopo l'eliminazione, con lavaggi successivi, dell'idrossido di calcio in eccesso, si ottiene un solido che ai raggi X fornisce uno spettrogramma analogo a quello del prodotto della reazione caolino-calce, escluse le righe attribuibili al silicato idrato di calcio.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

Studio della riduzione con ossido di carbonio, degli ossidi di ferro in presenza di silice e di allumina

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — L'Autore ha esaminato il comportamento alla riduzione a 900°, con ossido di carbonio, di miscugli contenenti: Fe_2O_3, SiO_2, Al_2O_3 ottenuti sia per precipitazione contemporanea da soluzione mista, sia imbevendo con soluzione di nitrato di ferro il caolino e calcinando poi a 1100°, sia infine addizionando direttamente l'ossido ferrico al caolino.

Si è così stabilito che è lo spinello: $FeO\,.\,Al_2O_3$ la fase stabile che prende origine durante la riduzione. La fayalite, la magnetite, la wüstite possono formarsi solo in condizioni di falso equilibrio.

L'Autore ha inoltre studiato l'influenza che la silice e l'allumina, da sole o contemporaneamente presenti, esercitano sulla dissociazione termica dell'ossido ferrico. Ha così confermato che mentre la silice è praticamente inerte, l'allumina diminuisce la tensione di dissociazione dell'ossido ferrico in quanto è capace di associarsi in soluzione solida con questo. L'allumina del caolino mullitizzandosi ad alta temperatura e perdendo, in conseguenza, la capacità di entrare in soluzione solida con l' $\alpha\,Fe_2O_3$, non influenza sensibilmente la dissociazione.

Facendo seguito a quanto è stato reso noto [1] [2] [3] intorno alle ricerche che, presso questo Istituto, si vengono svolgendo allo scopo di chiarire il

[1]) Malquori G. e Cirilli V., Gazz. Chim. ital., **75**, 137, 1945.

[2]) Cirilli V., Gazz. chim. ital., **76**, 331, 1946.

[3]) Cirilli V., Gazz. chim. ital., **76**, 339, 1946.

comportamento, ad alta temperatura e in atmosfere di differente composizione, del ferro contenuto nelle masse che interessano la tecnologia dei silicati, riferisco qui di seguito sull'influenza che la contemporanea presenza di silice e di allumina esercita sulla riduzione degli ossidi del ferro per opera dell'ossido di carbonio.

Nell'impostare questa ricerca — che interessa particolarmente la cottura delle masse ceramiche — mi sono preoccupato di assicurare in partenza l'ottenimento di una mescolanza il più possibile intima dei tre ossidi e, per tanto, i solidi di esperimento li ho preparati sia per precipitazione contemporanea da soluzione mista, sia imbevendo del caolino con soluzioni di nitrato ferrico di diversa concentrazione.

I differenti materiali sono stati sottoposti a trattamento termico e, successivamente, analizzati.

L'apparecchiatura che ho adoperato per lo studio degli equilibri di riduzione è quella stessa che abbiamo adottato nei già citati lavori, ed in essi trovasi descritta in dettaglio insieme con le modalità di esperienza. Stimo per tanto inutile ripeterne qui la descrizione.

Nella tab. I riporto i risultati ottenuti a 900° riducendo materiali la composizione dei quali è indicata in testa a ciascuna colonna.

TABELLA I.

$4,4SiO_2 + 3,1Al_2O_3 + Fe_2O_3$ precipitati contemporaneamente		$4,4SiO_2 + 2,2Al_2O_3 + Fe_2O_3$ (caolino + Fe_2O_3)		$11,4SiO_2 + 5,7Al_2O_3 + Fe_2O_3$ (caolino + Fe_2O_3)		$5,4SiO_2 + 2,7Al_2O_3 + Fe_2O_3$ (caolino + Fe_2O_3)	
O/Fe	CO_2 %	O/Fe	CO_2 %	O/Fe	CO_2 %	O/Fe	CO_2 %
1,19	100,0	1,22	100,0	1,20	100,0	1,35	100,0
1,09	82,0	1,11	97,3	1,09	90,8	1,27	100,0
1,07	62,6	1,06	72,7	1,05	43,7	1,21	97,6
1,02	35,0	1,03	46,6	1,00	14,4	1,14	96,7
0,96	7,1	1,02	36,7	0,93	14,0	1,12	77,0
0,93	6,1	0,98	14,1	0,87	8,8	1,10	76,6
0,89	5,2	0,92	13,9	0,82	5,3	1,05	46,0
0,82	4,4	0,86	7,4	0,76	4,5	0,98	30,8
0,74	4,1	0,84	4,9	0,71	4,2	0,91	30,0
		0,79	4,4			0,86	30,2
		0,73	4,3			0,78	14,2
						0,62	13,9
						0,38	14,0
						0,29	4,3
						0,21	4,2
						0,18	4,0

Si noti (fig. 1 - crocette) che il solido di composizione iniziale: $4.4\ SiO_2 + 3.1\ Al_2O_3 + Fe_2O_3$ ottenuto per precipitazione contemporanea da soluzione mista, si riduce direttamente a spinello: $FeO \cdot Al_2O_3$ senza che l'andamento della riduzione progressiva di Fe_2O_3 a FeO accenni alla comparsa di composti di grado di ossidazione intermedio.

L'andamento dell'isoterma è cioè del tutto simile a quello che avevo precedentemente rilevato riducendo l'ossido ferrico in presenza di sola allumina, nel caso di $Al_2O_3/Fe_2O_3 > 1$, alla medesima temperatura di 900°.

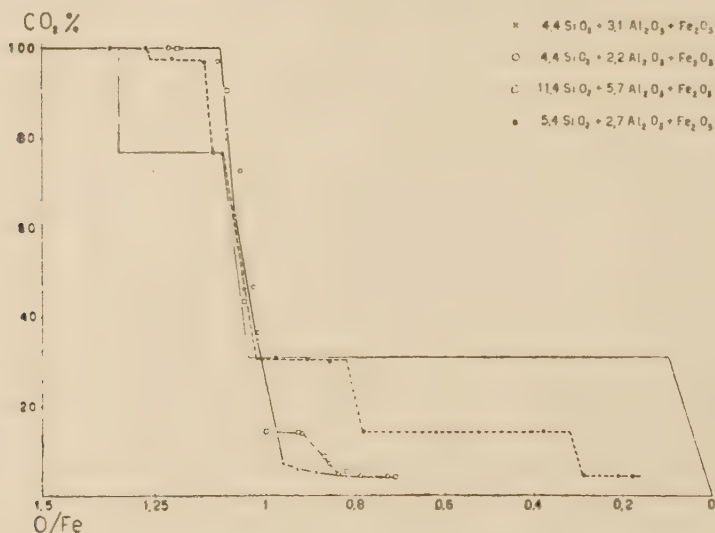



Fig. 1.

L'esame röntgenografico dei solidi sia lungo il tratto orizzontale sia lungo il tratto discendente dell'isoterma di riduzione mostra, con netta evidenza, la presenza dello spinello.

Nella seconda colonna della tabella I sono riportati i valori relativi ad un solido di partenza ottenuto associando l'ossido ferrico al caolino, per imbibizione con soluzione di nitrato ferrico e successiva calcinazione a 1100°.

La sua composizione è: $4.4\ SiO_2 + 2.2\ Al_2O_3 + Fe_2O_3$ e nello spettro dei raggi X sono visibili le righe della mullite e quelle di α-Fe_2O_3 leggermente spostate causa la presenza di α-Al_2O_3 in soluzione solida con l'α-Fe_2O_3.

L'isoterma a 900° (fig. 1 — cerchietti) indica che è assente wustite e che la quantità di fayalite che prende origine nella riduzione progressiva, è molto piccola rispetto a quella dello spinello.

L'esame röntgenografico dei solidi lungo il tratto discendente del diagramma di equilibrio, conferma, anche in questo caso, la presenza dello spinello.

Risultati analoghi li ho ottenuti associando l'ossido ferrico al caolino previamente trattato a 1150° ÷ 1200° onde mullitizzare la più gran parte dell'allumina.

Ho trovato cioè che il comportamento alla riduzione (tab. I, colonna 3 e fig. 1 — quadrati) è del tutto simile a quello osservato con il materiale di partenza preparato nel modo precedentemente descritto.

Resta così confermata la constatazione di J. KLÄRDING *) circa l'affinità silice-allumina ad alta temperatura, che è minore di quella fra la silice o l'allumina con l'ossido ferroso il quale è quindi capace di disgregare la stessa mullite per dare origine a fayalite e spinello.

Stante i valori delle tensioni di ossigeno che per lo spinello e per la fayalite ho indicato nei precedenti lavori [2], e che riporto nella tabella seguente:

TABELLA II.

	log. pO_2 (atm.)		
temperatura	FeO/Fe	2 FeO . SiO_2/Fe	FeO . Al_2O_3/Fe
900°	−16.39	−17.26	−18.41
1000°	−14.56	−15.33	−16.18
1100°	−13,00	−13.69	−14,36

a 900° l'ossido ferroso ha più tendenza a combinarsi con l'allumina che con la silice, ragione per cui per rapporti: $Al_2O_3/Fe_2O_3 > 1$ è lo spinello e non la fayalite la fase solida che deve esser presente nel sistema in condizioni di vero equilibrio. Tale deduzione, che è del resto confermata dai risultati della sperimentazione descritta in questa nota, è tuttavia in contrasto con l'affermazione di KLÄRDING *) secondo il quale la presenza della allumina non influirebbe sull'andamento della riduzione dei miscugli: silice-sesquiossido di ferro.

Ma l'osservazione è qui disturbata dalla possibilità dello stabilirsi di falsi equilibri qualora le trasformazioni dei solidi avvengano con eccessiva lentezza e si comprende come la storia e, particolarmente, l'intimità della mescolanza dei tre ossidi costituenti il materiale all'inizio della riduzione, debba notevolmente influire sull'andamento della riduzione medesima.

Di guisa che, sperimentando con del caolino che ho mescolato per molitura a umido con ossido ferrico ottenuto per calcinazione dell'ossalato (tab. I - colonna IV), ho rilevato una curva di riduzione (fig. 1 — cerchietti pieni) assai più complicata di quella di cui agli esempi descritti più sopra.

*) KLÄRDING J., Arch. Eisenhüttenwesen, **9**, 127, 1935.

Non essendosi potuta realizzare, con la molitura, una buona intimità della miscela: caolino-sesquiossido, compariscono sul diagramma — e l'esame röntgenografico dei solidi conferma l'esperienza di riduzione — le fasi: magnetite, spinello, fayalite, wüstite.

Per quanto non disponga oggi dell'intera gamma dei risultati sulla riduzione degli stessi materiali a temperature superiori a 900°, dai dati già in mio possesso potrei azzardare l'estrapolazione che fino a 1100° la fisionomia della riduzione non subisce degli spostamenti sostanziali. È questo tuttavia un argomento sul quale ritornerò a suo tempo.

Ho osservato infine che all'incirca come i materiali caolinitici si comportano i materiali montmorillonitici ed i sericitici, qualora siano associati all'ossido ferrico nel modo descritto e previo trattamento termico alle temperature adatte alla loro totale disidratazione.

In atmosfera ossidante la dissociazione termica dell'ossido ferrico non è influenzata dalla presenza della silice, quest'ultima è cioè incapace di spostare FeO da $FeO \cdot Fe_2O_3$ [5], e solo se la fase gassosa ($CO + CO_2$) ha un titolo di CO superiore a circa il 2,5 % (fra 900° e 1100°), è possibile la comparsa del silicato ferroso: $2FeO \cdot SiO_2$, la fayalite [2].

Ad alta temperatura e in atmosfera ossidante (100 % di CO_2) lo spinello $FeO \cdot Al_2O_3$ è invece stabile e l'allumina potrà spostare FeO da $FeO \cdot Fe_2O_3$.

A causa della formazione dello spinello, che suppongo esotermica, la presenza di allumina dovrebbe provocare un aumento della tensione di ossigeno dell'ossido ferrico.

Se non che qualora l'α-Al_2O_3 si associ con α-Fe_2O_3 in soluzione solida — come è possibile ponendosi nelle opportune condizioni [6]) — la tensione di ossigeno potrebbe risultare più bassa di quella che compete a α-Fe_2O_3 da solo.

Delle misure dirette di tensione di ossigeno per il sistema: $Fe_2O_3 - Al_2O_3$ sono state eseguite da N. G. Schmall [7]) e sebbene il loro risultato confermi la seconda ipotesi, ho voluto ripeterle con dei solidi ottenuti in condizioni esattamente definite.

Ho esaminato dei materiali ricavati per precipitazione contemporanea da soluzioni miste: allumina-ossido di ferro e silice-ossido di ferro, nonchè il caolino disidratato al quale era stato associato del sesquiossido di ferro, per imbibizione con soluzione di nitrato e successiva calcinazione a 1100°.

Per le misure ho adottato un dispositivo sperimentale molto semplice, consistente in un tubo di massa Pytagora, chiuso ad una estremità e collegato, a tenuta di vuoto spinto, con una canna barometrica. Un'altra canna barome-

[5]) Crook W. J., Amer. Cer. Soc., **22**, 322, 1939.

[6]) Passerini L., Gazz. chim. ital., **60**, 544, 1930.

[7]) Schmall N. G., Z. Elektrochem., **47**, 853, 1941.

trica che pesca nello spesso pozzetto di mercurio serve a rendere le letture di pressione indipendenti dalle fluttuazioni della pressione atmosferica.

Le differenze fra i livelli del mercurio nel manometro e nel barometro sono state misurate con il catetometro.

La sostanza è contenuta in una navicella di platino.

Ho ridotto il più possibile lo spazio nocivo interponendo, nell'interno della canna, fra il materiale di esperienza e il boccaglio portante il manometro un secondo tubo di silice fusa saldato, con la fiamma ossidrica, alle due estremità.

Tale riduzione dello spazio nocivo si rende utile ai fini di una maggiore attendibilità delle esperienze perchè è noto come l'ossido ferrico sia capace di disciogliere, allo stato solido, delle apprezzabili quantità di magnetite [*]), e che la soluzione solida ha una tensione di ossigeno variabile con il variare del suo contenuto di ossigeno.

Ora, riducendo lo spazio nocivo si riduce l'ossigeno asportato dal solido.

Il riscaldamento è stato effettuato mediante un fornetto elettrico e la temperatura misurata mediante la coppia: Pt-Pt-Rh con la saldatura posta esternamente al tubo di massa Pytagora.

Prima di iniziare le letture ho scaldato a lungo, fra 900° e 1000°, nel vuoto spinto.

I risultati ottenuti in quest'ultima serie di esperienze, risultati che riporto nella tab. III e sulla fig. 2, hanno solo valore indicativo perchè

TABELLA III.

Pressione di ossigeno in mm. di mercurio									
Fe_2O_3		SiO_2 Fe_2O_3 =3.89		Al_2O_3 Fe_2O_3 6,11		Al_2O_3 Fe_2O_3 1,98		$4.48SiO_2 + 2.2Al_2O_3 + Fe_2O_3$	
t	p	t	p	t	p	t	p	t	p
1080°	3	1090°	3	1120°	1	1100°	2	1070°	2
1130°	7	1170°	7	1200°	5	1260°	16	1200°	8
1250°	27	1240°	20	1260°	9	1375°	50	1240°	16
1340°	145	1310°	69	1310°	18	1410°	76	1330°	90
1420°	370	1360°	163	1380°	28	1485°	123	1390°	160
1460°	710	1400°	318	1430°	45	1500°	175	1430°	285
1470°	760	1470°	620	1480°	62			1460°	505
		1500°	760						

[*]) SCHENCK H., *Physikalische Chemie der Eisenhüttenprozesse*, I vol., pag. 133, J. Springer, Berlino, 1932. — SCHMALL N. G., Z. Elektrochem., **47**, 821, 1941.

intervengono negli equilibri quei fattori cinetici inerenti alle trasformazioni allo stato solido ai quali ho precedentemente accennato a riguardo degli equilibri di riduzione.

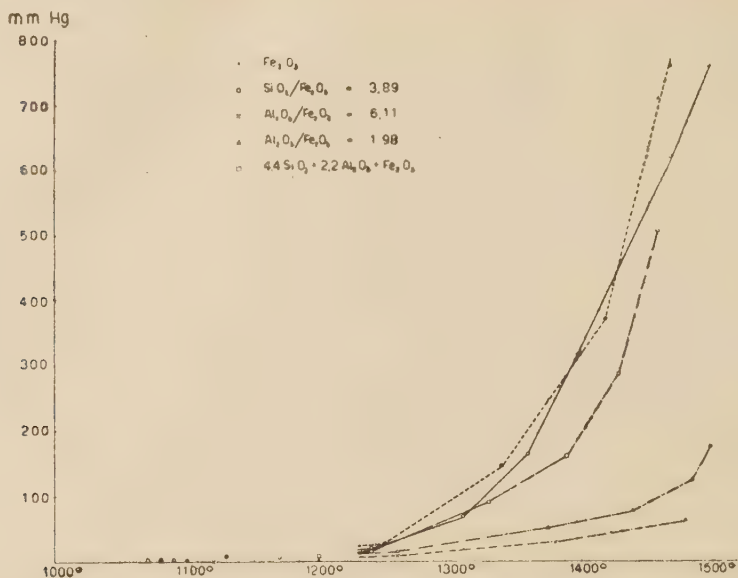



Fig. 2.

Si noti che i valori di tensione per l' ossido ferrico da solo (che ho ottenuto per calcinazione dell' ossalato) concordano assai bene con quelli forniti da P. T. WALDEN [9]) e da R. RUER e M. NAKAMOTO [10]).

La silice non ha influenza sensibile sulla dissociazione di Fe_2O_3; l'allumina invece la diminuisce nonostante che a seguito della possibile formazione di spinello si dovesse prevedere il contrario. L' abbassamento della tensione di ossigeno deve quindi attribuirsi alla dissoluzione dell' α-Fe_2O_3 in α-Al_2O_3.

L' allumina del caolino non esercita un' influenza sensibile perchè mullitizzandosi, ad alta temperatura, perde la capacità di entrare in soluzione solida con α Fe_2O_3.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

---

[9]) WALDEN P. T., J. Amer. chem. Soc., **30**, 1350, 1908.

[10]) RUER R. e NAKAMOTO M., Rec. Trav. chim. Pays. Bas., **42**, 675, 1923.

Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi. Nota IVª — *Reazione fra lo sterile della roccia leucitica e la calce ad alta temperatura.*

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — Lo sterile del quale trattasi è stato ottenuto separando meccanicamente i fenocristalli di leucite da un campione di roccia. Si è osservato che detto materiale per riscaldamento a 1000°-1050° fissa calce in ragione del 50-52 % del miscuglio iniziale e dall' osservazione röntgenografica e microscopica si conclude che i principali prodotti della reazione sono: il silicato bicalcico, il trialluminato pentacalcico e gli alluminati di sodio e potassio.

Vengono brevemente indicate le ragioni probabili che impediscono la solubilizzazione totale dell' allumina e dell' alcali per lisciviazione, con acqua o con soluzioni di carbonati alcalini, del materiale cotto.

A seguito delle note precedentemente pubblicate su questo Rendiconto [1], riferisco brevemente intorno alla reazione allo stato solido, ad alta temperatura, fra l'ossido di calcio e ciò che rimane dopo che da un campione di roccia leucitica si è separato, previa frantumazione ed aiutandosi con l' elettromagnete, buona parte dei fenocristalli di leucite originariamente presenti.

Ho stimato utile, in primo luogo, conoscere l' analisi petrografica della roccia di cui ho potuto disporre per le indagini delle quali dò conto, ed al cortese interessamento del prof. A. Rittmann debbo le seguenti notizie.

Fenocristalli: 1) Leucite (1 fino a > 1 cm) ogni tanto scheggiata. Contiene inclusioni di qualche plagioclasio labradoritico e di molti, ma piccolissimi, granelli di augite disposti in corona; 2) Plagioclasio (fino a 4 mm) zonato da bjtownitico fino a andesinico, spesso pieno di inclusioni di augite, biotite e vetro. Talvolta con mantelli di sanidino più o meno anortoclasico.

Massa fondamentale (secondo l'ordine d'importanza): 3) Natronsanidino, molto abbondante; 4) Plagioclasio andesinico, diffuso; 5) Augite diopsidico-egirinaugitica, diffusa; 6) Biotite, diffusa; 7) Anfibolo alcalino (cataforitico per lo più), più raro; 8) Leucite isolata; 9) Apatite, accessoria; 10) Magnetite.

---

[1]) Cirilli V., *Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi.* Nota I — *Miscele: leucite-calce.* Questo Rendiconto, vol. XIII, 333, 1942-45. Nota II — *Miscele: leucite-calce-fluorite.* Ibidem, vol. XIV, 88, 1946. Nota III — *Miscele: nefelina-calce.* Ibidem, vol. XIV, 91, 1946.

diffusa ma accessoria; 11) Ematite, accessoria e rara; 12) Vetro (eventualmente con sodalite e nefelina). Il rapporto parte cristallina : vetro è altissimo valutandosi il contenuto di quest' ultimo, intorno all' 1 %.

Secondo la nomenclatura di NIGGLI-TRÖGER-RITTMANN, la roccia risulta una vicoite.

Dopo la cernita, eseguita come è stato detto più sopra, lo sterile trattiene ancora della leucite; si tratta di scheggie di fenocristalli che nella frantumazione della roccia sono rimaste attaccate alla massa fondamentale o sono sfuggite alla successiva separazione meccanica, nonchè di minuti cristalli inglobati nella massa fondamentale.

L' analisi chimica di detto sterile, eseguita dal dott. A. SERSALE di questo Istituto, ha fornito i seguenti risultati: $SiO_2 = 48,95\,\%$; $Al_2O_3 = 21,00\,\%$; $Fe_2O_3 = 3,66\,\%$; $FeO = 3,82\,\%$; $MgO = 2,09\,\%$; $CaO = 8,03\,\%$; $Na_2O = 2,96\,\%$ $K_2O = 7,57\,\%$; $H_2O^+ = 0,12$; $H_2O^- = 0,23\,\%$; $TiO_2 = 1,15\,\%$; $P_2O_5 = 0,49\,\%$; MnO = tr.; CO_2 ass.

Riscaldando a temperatura elevata dei miscugli del materiale di cui sopra e di carbonato di calcio — polverizzati per molitura contemporanea fino a non ottenere alcun residuo sul setaccio di 4900 maglie / cm² — con tecnica analoga a quella descritta nelle note già ricordate, ho potuto stabilire il quantitativo di calce che si combina a 1000°-1050°. Tale quantitativo è risultato essere del 50-52 % del miscuglio iniziale.

Anche in questo caso si osserva che alla temperatura di 1000°-1050° la reazione è sufficientemente veloce, richiedendosi, per raggiungere il valore su indicato, circa sei ore. Innalzando la temperatura a 1100° la velocità di combinazione aumenta notevolmente a causa della fusione della roccia, che si inizia appunto intorno a 1100°, e della conseguente formazione di liquido.

L' osservazione röntgenografica del prodotto ottenuto mostra, con sicurezza, unicamente la presenza del silicato bicalcico (nella forma β), sono invece dubbie, sullo spettrogramma, le righe dell' alluminato $5\,CaO \cdot 3\,Al_2O_3$ e sicuramente assenti quelle degli alluminati alcalini.

Però, da quanto ci è noto circa la reazione allo stato solido, in condizioni analoghe, dei miscugli di leucite o nefelina con calce, possiamo, dalla conoscenza del limite della calce fissata nel caso ora in studio, asserire che questa si è ripartita, in massima parte, tra la silice e l' allumina per formare silicato bicalcico e trialluminato pentacalcico. Debbono altresì essere presenti gli alluminati potassico e sodico ed è probabile che lo siano anche i composti ternari del tipo $K_2O \cdot CaO \cdot SiO_2$ o $Na_2O \cdot 8\,CaO \cdot 3\,Al_2O_3$ in quantitativi certamente molto piccoli. Il ferro è probabilmente presente sotto la forma di ferrito bicalcico.

L' osservazione microscopica mostra che il prodotto della reazione è costituito di un aggregato policristallino con indice di rifrazione medio 1,67-1,69, in accordo con quanto è stato ammesso più sopra.

Per cottura a temperature superiori, e fino a 1300°, il quantitativo di

CaO combinato aumenta leggermente a causa dello spostamento e conseguente volatilizzazione dell'alcali: lo spettrogramma non si altera però in modo sensibile.

Anche per le miscele sterile calce è evidente l'azione accelerante della fluorite; addizionandone il 5-10 % la velocità di reazione diviene notevole verso gli 850°, con il 20 % lo spettrogramma del prodotto di cottura mostra chiaramente le righe del composto $2\,CaF_2 \cdot K_2O$ da me già in precedenza caratterizzato (nota II).

Da quanto è stato esposto in questa e nelle precedenti note si può concludere che la reazione allo stato solido tra silico-alluminati alcalini e ossido di calcio, a temperatura elevata, procede unicamente in dipendenza della composizione chimica del minerale o della roccia di partenza.

Che l'allumina e l'alcali nel prodotto della reazione siano principalmente combinati sotto forma di alluminati si può confermare sottoponendolo al lavaggio con acqua. Si osserva però che mentre il quantitativo dell'alcali asportabile è elevato (circa l'80 % del totale), il quantitativo di allumina che passa in soluzione è inferiore a quello stechiometricamente corrispondente all'alcali stesso.

Ciò è dovuto sia ad una parziale idrolisi dell'alluminato alcalino, sia alla reazione successiva tra questo e la calce liberatasi per idrolisi dal silicato e dall'alluminato di calcio presenti nel materiale cotto, con conseguente formazione di alluminati idrati di calcio pochissimo solubili. Ciò è confermato dall'influenza sfavorevole della diluizione e del prolungarsi del tempo di contatto.

Se il lavaggio viene eseguito, invece che con acqua, con soluzione di carbonato sodico o potassico il quantitativo di allumina che può essere asportato aumenta, raggiungendo all'incirca il valore corrispondente allo alcali, perchè gli alluminati calcici idrati si scindono per doppio scambio (formazione di carbonato di calcio e di alluminato sodico o potassico).

È da notare tuttavia che operando in tale modo aumenta il quantitativo di silice che passa in soluzione.

Risulta quindi che non è possibile l'estrazione totale dell'alcali e della allumina contenuti nel prodotto della reazione, ad alta temperatura, tra la calce e lo sterile.

Ritengo che ciò debba essere causato sia dalla formazione, durante la cottura, di composti ternari del tipo indicato e meno solubili, sia da reazioni successive che avvengono in fase liquida, le quali decorrono probabilmente in modo analogo alle reazioni collaterali constatate nel processo Bayer quando si trattano bauxiti ricche di silice.

L'interessante argomento è tuttora oggetto di studio in questo Istituto.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

Sulla craniologia della necropoli preromana di Alfedena

Nota II del dott. **Antonio de Rosa**, *presentata dal socio corr.* **G. L. Sera**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — Dei cinque gruppi da lui distinti fra i cranii della necropoli di Alfedena, l'Autore indica come i gruppi A, C, E siano da ritenere forme Mediterranee, i gruppi B e D, molto meno frequenti, forme Nordiche. Il gruppo A è dall'Autore ritenuto il più antico abitatore della regione, il gruppo E il più recente.

Riproduciamo, per dimostrare il nostro asserto, le fotografie di tre crani tipici, e cioè del N. 3 esemplare del gruppo A, del N. 14 esemplare del gruppo B, e del N. 12 esemplare del gruppo E. Non crediamo necessario dare la riproduzione di un esemplare del gruppo C non essendo esso diverso, per i caratteri facciali, del gruppo E.

Si notino le forti differenze, nelle due norme, fra il N. 3 ed il N. 14. Nella norma frontale nel primo la faccia è relativamente bassa, stretta, con processi malari del mascellare superiore bassi, fosse canine ben sviluppate, malari a disposizione verticale, processo alveolare corto: il N. 14 presenta i caratteri opposti e sopratutto colpisce in esso l'alto processo alveolare, che del resto non è neppure il più alto del gruppo B. Nella norma laterale il contrasto è forse ancora più visibile. La fronte sfuggente e le arcate sopraorbitarie prominenti, il naso fortemente sporgente per una sensibile larghezza dell'apofisi ascendente e del nasale, l'una e l'altro disposti quasi sagittalmente, il margine esterno dell'apertura orbitale molto indietro sono i caratteri evidenti del N. 14, in opposizione completa di quelli del N. 3.

I caratteri del gruppo E si avvicinano a quelli del gruppo A.

In riferimento poi all'attribuzione più probabile dei tipi facciali constatati, ai tipi fisionomici stabiliti dal Sera, nel lavoro innanzi citato, ci sembra che mentre il tipo dei gruppi A ed E possa essere attribuito al quarto tipo fisionomico di detto autore, il tipo del gruppo B debba essere attribuito senz'altro al suo secondo tipo fisionomico.

Possiamo ora procedere con sufficiente quantità di elementi probativi alla caratterizzazione dei diversi gruppi, che riescono in tal modo ampiamente confermati per la loro consistenza e indipendenza reciproca. Oltre che dagli elementi che ci sono serviti come prima, i diversi gruppi sono distinti come segue:

A — Minore grandezza facciale relativa. Valore massimo dell'indice

Fig. 1 e 2. — Cranio N. 3 del Gruppo A nelle norme laterale sinistra e frontale.

Fig. 3 e 4. — Cranio N. 14 del Gruppo B nelle norme laterale sinistra e frontale.

Fig. 5 e 6. — Cranio N. 42 del Gruppo E nelle norme laterale sinistra e rontale

fronto-facciale trasversale per sensibile valore del diametro frontale minimo e lo scarso valore del diametro facciale; forte valore dell'indice nasofacciale verticale, per la piccola altezza facciale: indice fronto-parietale più alto che in B, malgrado la più forte larghezza massima del cranio cerebrale. Fisionomia del quarto tipo facciale del Sera. Appartengono a questo gruppo i crani ai N. 3, 18, 19, 20, 30, 40, 41, 50.

B — Forte grandezza facciale relativa, valore minimo dell'indice frontofacciale trasversale, dovuto sia al piccolo valore del diametro frontale minimo, sia al forte valore del diametro facciale. Piccolo valore dell'indice nasofacciale verticale, per il grande valore dell'altezza facciale; indice frontoparietale più basso che in A, a cagione del piccolo valore del diametro frontale minimo. Indice facciale superiore massimo, malgrado il valore massimo del diametro di larghezza facciale. Fisionomia del secondo tipo del Sera. Appartengono a questo gruppo i crani ai N. 14, 21, 33, 45, 51.

C — Piuttosto piccola grandezza facciale relativa. Valore sensibile dell'indice frontofacciale trasversale per ragioni analoghe che in A; valore sensibile dell'indice nasofacciale verticale per ragioni come in A. Fisionomia del tipo quarto del Sera, appartengono a questo gruppo i casi ai N. 5, 9, 10, 11, 13, 16, 22, 25, 46.

D — Il gruppo è composto di soli due casi. Si può però avere una certa presunzione che esso sia prossimo al gruppo B. Gli appartengono i casi ai N. 26, 34.

E — Piccola grandezza facciale relativa. Valore sensibile dell'indice frontofacciale trasversale, per ragioni come in A; valore sensibile dell'indice nasofacciale verticale per ragioni come in A; indice frontoparietale solo apparentemente di valore uguale a B, ciò essendo dovuto al forte diametro di larghezza del cranio cerebrale. Indice di altezza facciale basso. Fisionomia del quarto tipo del Sera. Appartengono a questo gruppo i casi ai N. 4, 23, 24, 36, 39, 42, 47, 48.

Fondandoci sulla distribuzione geografica dei suoi tipi fisionomici data dal Sera, possiamo attribuire ai gruppi A, C, E, un carattere prettamente mediterraneo, al gruppo B un carattere nordico (come anche al gruppo D).

È evidente dal rapporto numerico (25 a 7) che il tipo razziale mediterraneo è di gran lunga prevalente sul nordico, e ciò tanto più in quanto i cinque crani scartati sono con una certa probabilità da attribuire al mediterraneo.

Un altro fatto di notevolissima importanza è l'aspetto di grande forza e rozzezza del più dei casi di tipo nordico, che spesso arriva ad una certa brutalità di aspetto. Chiaramente si tratta di forme arcaiche e gerarchicamente poco raffinate del tipo generale.

Riguardo all'antichità locale, cioè la successione cronologica dei diversi gruppi nel territorio dell'attuale valle del Sangro, noi abbiamo in

un lavoro del SERA [1]) indicazioni desunte da fatti morfologici e antropogeografici, riguardanti tutta l'Italia. Da queste si può dedurre che i platicefali mediterranei (gruppo A) furono certo i più antichi localmente, ai quali forse seguirono con una certa probabilità i mediterranei del gruppo C. A questi seguirono i platicefali nordici. Ultimi furono i Mediterranei del gruppo E. Questa ultima conclusione è fondata sopratutto sull'aspetto di dispersione dei casi di questo gruppo nel grafico da noi dato e che tende ad indicare un avvento sporadico e recente, non essendo purtuttavia da escludere una più grande loro antichità locale.

Vogliamo infine riportare i valori medi degli indici dei Gruppi A, B, C, E: mentre non riportiamo i valori medi del gruppo D, perchè, come già detto, risulta costituito di due soli casi.

Gruppo A. — Indice fronto-parietale 70; I. fronto-facciale 95; I. naso facciale verticale 79; Indice cefalico orizzontale 75; I. vertico-longitudinale 71; I. vertico-auricolare long. 60; I. facciale sup. 63; I. nasale 48, I. orbitario 80.

Gruppo B. — I. fronto-parietale 68; I. fronto facciale 84; I. naso-facciale verticale 70; I. cefalico orizz. 72; I. vertico-longitudinale 68; I. vertico-auricolare long. 60; I. facciale sup. 67; I. nasale 48; I. orbitario 80.

Gruppo C. — I. fronto parietale 69; I. fronto-facciale 92; I. naso-facciale vert. 77; I. cef. orizz. 74; I. vertico-longit. 72; I. vertico-auricolare long. 62; I. facciale sup. 66; I. nasale 46; I. orbitario 82.

Gruppo E. — I. fronto-parietale 68; I. fronto-facciale 91; I. naso-facciale verticale 78; I. cef. orizzontale 76; I. vertico-long. 75; I. vertico-auricolare long. 65; I. facciale sup. 63; I. nasale 41; I. orbitario 81.

Ai fini statistici per i valori dell'indice cefalico orizzontale sono stati calcolati sia la deviazione media o ε che lo scarto quadratico medio o σ per i quattro gruppi su riportati e per la serie maschile e femminile. Essi sono rispettivamente: *Gruppo A.* $\varepsilon = 2{,}37$; $\sigma = 2{,}52$. *Gruppo B.* $\varepsilon = 3$; $\sigma = 3{,}31$. *Gruppo C.* $\varepsilon = 1{,}14$; $\sigma = 2{,}28$. *Gruppo E.* $\varepsilon = 1{,}50$; $\sigma = 3{,}77$. Per la *Serie maschile*, sempre per i valori dell'I. Cef. Orizz. $\varepsilon = 2{,}60$; $\sigma = 3{,}31$. Per la *Serie femminile* $\varepsilon = 2{,}07$; $\sigma = 2{,}60$. È da rilevarsi che la media di tale indice è per le due serie di 74. Abbiamo preferito trascrivere nella presente nota in due tabelle distinte per le due serie tutti i valori rilevati e gli indici calcolati, riportando in calce ad ogni tabella le medie di tutti i dati con i relativi valori massimo e minimo.

La capacità cranica, data la estrema fragilità del materiale che non ne permetteva una misurazione diretta, è stata calcolata con la formula interrazziale del PEARSON [2]), utilizzante come altezza l'auricolo-bregmatica.

[1]) SERA G. L., *Voce « Italia »* in Enciclopedia Italiana.

[2]) V. MARTIN, *Lehrbuch*, pag. 647.

DATI METRICI E INDICI DEI CRANI DELLA NECROPOLI DI ALFEDENA

SERIE MASCHILE

Numero d'ordine	Capacità	Lunghez. massima	Larghez. massima	Altezza basion-bregma	Altezza sopra-auricolare	Diametro frontale minimo	Altezza facciale superiore	Larghezza facciale (Virchow)	Altezza nasale	Larghez. nasale	Altezza orbitaria	Larghez. orbitaria	Modulo di Schmidt	Rettangolo facciale	Indice fronto-parietale	Indice fronto facciale	Indice nasale facciale verticale	Indice cefalico orizzont.	Indice vertic. longit.	[illegible]	Indice facciale superiore	Indice nasale	Indice orbitario
3	1562	194	144	141	118	100	69	101	52	28	33	40	159	6969	69	96	75	74	73	61	68	54	82
4	1447	190	133	141	118	102	66	99	52	25	32	40	154	6534	77	103	79	70	74	62	67	48	80
5	1531	192	143	137	117	100	74	103	53	21	36	46	157	7622	70	97	72	74	71	62	72	40	78
9	—	186	151	—	—	91	72	101	56	25	36	42	—	7272	60	90	78	81	—	—	71	45	86
10	1504	193	139	139	117	105	70	105	52	25	31	41	157	7350	76	100	74	72	72	61	67	48	76
11	1604	194	143	146	123	92	76	97	56	24	36	40	161	7372	64	95	74	74	75	63	78	43	90
13	1324	178	135	132	110	90	65	100	—	—	31	38	148	6500	67	90	—	76	74	62	65	—	82
14	1366	187	133	130	111	94	80	110	55	25	31	42	150	8800	71	85	69	71	70	59	73	45	74
16	1408	185	134	133	116	94	65	114	55	26	35	42	151	7410	70	82	85	72	73	63	57	47	83
18	1404	186	136	132	112	100	66	106	50	25	29	38	152	6996	74	94	76	72	70	60	62	50	76
19	1557	199	146	132	113	111	69	107	58	26	32	38	159	7383	76	104	84	73	66	57	64	45	84
20	1462	185	142	136	115	95	64	108	51	24	33	43	154	6912	67	88	80	77	73	62	59	47	77
21	1649	195	151	135	120	95	72	118	52	24	33	41	160	8496	63	81	72	77	69	62	61	46	80
22	1648	198	145	144	123	100	65	112	52	27	31	39	162	7280	69	89	80	73	73	62	58	52	79
23	1476	196	150	141	128	96	70	113	55	25	33	40	163	7910	64	85	79	76	71	65	62	45	82
24	1418	177	139	136	118	90	67	105	53	21	30	36	150	7035	65	86	79	79	77	67	64	40	83
25	1557	191	142	131	121	103	70	106	51	26	34	40	155	7420	73	97	73	74	69	63	66	51	85
26	1687	201	146	148	124	98	82	105	60	26	34	40	165	8610	67	93	73	73	74	62	78	43	85
30	1458	190	139	137	114	91	68	110	55	24	31	37	155	7840	65	83	81	73	72	60	62	44	84
33	1387	194	132	128	110	95	74	105	54	25	30	39	151	7770	72	90	73	68	65	57	70	46	77
34	1635	197	142	141	125	104	78	111	61	25	38	44	160	8658	73	94	78	72	72	63	70	41	86
36	1728	202	144	—	129	105	73	109	51	23	30	43	—	7957	73	96	70	72	—	64	67	45	70
39	1456	181	142	126	117	100	63	116	50	27	36	42	149	7308	70	86	79	78	70	65	54	54	86
40	1454	191	139	—	113	98	70	101	62	27	31	39	—	7070	70	97	74	73	—	59	69	52	79
41	1566	190	150	142	116	100	67	101	59	26	32	40	161	6767	67	99	88	79	75	61	66	44	80
42	1679	194	148	147	126	102	65	108	51	24	31	41	163	7020	69	94	78	76	76	65	60	47	76

[illegible]	[illegible]	190?	140	131	115	92?	75	114	54	27	35	41	153	8550	66	81	72	74	69	61	66	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	190?	139	133	117	99	68	109	55	25	30	37	154	7412	71	91	81	73	70	62	62	[illegible]	81?
47?	[illegible]	185	151	144	124	96	66	106	51	23	24	38	159	6996	64	91	77	83	79	68	52	45	69?
48	1445	183	139	140	117	89	67	100	57	24	32	38	152	6700	64	89	85	76	77	64	67	42	54
50	1491	186	145	126	115	106	64	110	50	23	32	39	152	7040	73	96	78	78	68	62	58	46	82
51	1507	198	137	137	116	93	74	110	48	26	32	38	157	8140	68	85	65	69	69	59	67	54	84
Media	1524	191	142	137	118	98	70	107	54	25	33	40	156	7461	69	91	77	74	72	52	63	47	81
Valori minimi	1324	177	132	126	110	89	63	97	48	21	29	36	148	6500	60	81	65	58	66	57	54	40	70
Valore massimo	1746	202	151	148	129	111	82	118	61	28	38	46	165	8800	77	104	88	83	79	68	78	54	90

SERIE FEMMINILE

Numero d'ordine	Capacità	Lunghezza massima	Larghezza massima	Altezza basion bregma	Altezza sopraauricolare	Diametro frontale minimo	Altezza facciale superiore	Larghezza facciale s. Virchow	Altezza nasale	Larghezza nasale	Altezza orbitaria	Larghezza orbitaria	Modulo di Schmidt	Rettangolo facciale	Indice fronto parietale	Indice fronto facciale	Indice naso facciale verticale	Indice cefalico orizzont.	Indice vertico-longitud.	Indice vertico-auricolare lar. long.	Indice facciale superiore	Indice nasale	Indice orbitario
1	13??	[illegible]	143	139	114	101	63	105	47	23	33	40	154	6615	71	96	75	79	77	63	60	49	82
2	1244?	176	133	125	108	86	62	100	45	25	30	38	145	6200	65	86	73	76	71	61	62	56	79
5?	[illegible]	182	140	128	109	97	67	110	48	25	36	41	150	7370	69	88	72	77	70	60	51	52	88
8	115?	[illegible]	139	133	115	96	65	100	50	24	35	40	155	6500	69	96	77	72	69	60	65	48?	85
12	—	185	134	—	—	102	70	105	55	23	35	40	—	7350	76	97	79	72	—	—	67	42	88
[illegible]	1335?	[illegible]	133	134	116	95	62	101	47	23	36	42	149	6262	71	94	76	74	74	64	61	49	[illegible]
17	[illegible]	[illegible]	127	132	106	88	61	92	46	21	33	37	143	5617	69	96	75	75?	78	63	66	46	89
27	[illegible]	196	138	144	126	100	65	106	50	26	35?	40	160	6996	72	94	76	70	73	64	62	52	87
29	[illegible]	182	136	120	107	96	67	112	50	24	30	39	146	7534?	71	86	75	75	66	59	50	48	77
31	1425	176	136	138	113	[illegible]	[illegible]	[illegible]	47	26	31	40	157	6111	73	102	75	69	70	58	65	55	77
35	1424	189	136	136	113	75	70	111	57	27	29	39	154	7770	70	86	81	72	72	62	63	47	74
37	—	189	141	—	—	100	—	—	—	—	—	—	—	—	71	—	—	75	—	—	—	—	—
44	1317	181?	132	140	114	87	63	107	52	22	30	38	151	6741	66	81	83	73	77	63	59	42	79
[illegible]	1346	182	135	134	114	87	65	100	57	20	30	36	150	6500	64	87	88	74	74	63	65	35	83
[illegible]	[illegible]	184?	136	134	113	95	65	104	50	24	33	39	151	6734	70	91	77	74	73	62	63	48	[illegible]
[illegible]	1149?	[illegible]	127	120	106	86	61	92	45	20	29	36	143	5617	64	81	72	69	66	58	59	35	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	143	144	126	102	70	112	57	27	36	42	160	7770	76	102	88	79	78	64	67	56	89?

NOTA BIBLIOGRAFICA

ANGELUCCI, *Ricerche preistoriche e storiche nell' Italia Meridionale.* Torino, 1876.

BALZANO, *Dove fu Aufidena?* Castel di Sangro, 1899.

CORSO R., *Il problema dei Mediterranei.* Riv. di Etnografia, anno I, N. 2, 1946.

DE AMICIS V., *Scavi nella Necropoli di Alfedena nell' anno 1901.* A cura dell' A.

DE NINO A., *Breve relazione sugli scavi nella Necropoli di Alfedena.* Napoli, Morano, 1882.

DE NINO A., *Nuovi scavi della Necropoli Aufidenate.* Roma, 1885.

DE NINO A., *La Necropoli di Alfedena.* Notizie degli scavi, 1877, 1882, 1899.

MARIANI L., *Aufidena.* Mon. dei Lincei, vol. X, 1901.

MARIANI L., *Alfedena* (nuove indagini e scavi sull' acropoli). Not. degli Scavi, 1901.

PIGORINI L., *Di alcuni antichi oggetti di bronzo provenienti da vari comuni dell' Abruzzo Aquilano.* Notizie degli Scavi, 1895.

SERA G. L., voce « Italia » in Enciclopedia Italiana.

SERA G. L., voce « Fisionomia Facciale Etnica » in Enciclopedia Itaiiana.

SERGI G., *Arii ed Italici; Crani di Alfedena.* Torino, Bocca, 1892.

SERGI S., *Antropologia dell' Italia.* In « Terra e Nazioni », Milano, 1936.

La varietà W'^{20}_6 dell'S_{15} riemanniana dell'S_3 biduale

Nota del dott. **Pio Balsimelli**, *presentata dal socio* **N. Spampinato**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. Si accennano le proprietà della W'^{20}_6 riemanniana dell'S_3 biduale.

1. — *Sistema lineare (V) di iperquadriche di S_7 costituite da rette della congruenza appoggiate ad un S_5 complesso.*

Ricordiamo che l'S_3 biduale si rappresenta nella sestupla infinità di rette dell'S_7 complesso appoggiate ad un S_3 singolare, distribuite in ∞^3 stelle, tali che le rette di ogni stella di vertice un punto Z_1 di S_3 sono situate in un S_4, contenente l'S_3, omologo del punto Z_1 in una corrispondenza σ tra i punti dell'S_3 e la stella di S_4 avente per vertice S_3. Tali rette costituiscono una congruenza lineare, da cui vanno escluse le rette contenute in S_3.

Applicando il metodo generale [1]) si ha che le rette della congruenza appoggiate ad un S_5 dell'S_7 formano un'iperquadrica la cui equazione si ottiene eguagliando a zero un determinante dell'ottavo ordine avente le prime due righe del tipo:

$$\begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \rho_4 & \rho_5 & \rho_6 & \rho_7 & \rho_8 \\ 0 & \rho_1 & 0 & \rho_3 & 0 & \rho_5 & 0 & \rho_7 \end{vmatrix}$$

e per rimanenti sei righe le coordinate di sei punti generici dell'S_5 considerato. Sviluppando il determinante secondo i minori di ordine due contenuti nelle prime due righe si perviene alla equazione:

$a\rho_1^2$ [illegible] $+ m(\rho_2\rho_3 - \rho_1\rho_4)$ [illegible] $+ s(\rho_6\rho_7 - \rho_5\rho_8) = 0.$

Al variare dell'S_5 si ottiene un sistema (V) ∞^{11} di iperquadriche costituito da tutte e sole le iperquadriche contenenti l'S_3 singolare della congruenza, S_3 di equazioni: $\rho_1 = \rho_3 = \rho_5 = \rho_7 = 0$ ed aventi in ogni punto Z_1 di

[1]) Spampinato N., *Le Riemanniane degli S_r ipercomplessi.* Rend. Acc. Sc. fis. e Mat. di Napoli, serie IV, vol. XIII, 1942-43.

tale S_4 l'iperpiano tangente passante per l'S_4 omologo in σ del punto di contatto. La generica iperquadrica è un S_4 cono di vertice s, intersezione di S_3 con l'S_9. Ciò risulta analiticamente dall'essere nullo, anzi di caratteristica sei, il determinante della (1) e sinteticamente dalla circostanza che ogni punto della s è doppio perchè ogni retta r che intersechi la s deve avere le due intersezioni coincidenti, altrimenti la r apparterrebbe alla congruenza. Si osservi a tale proposito che le rette della congruenza appartengono all'iperquadrica o ne risultano tangenti.

2. — *La Riemanniana* W'_6 *dell'* S_3 *biduale.*

Per poter rappresentare le rette della congruenza nei punti di una varietà basta considerare la varietà immagine del sistema ∞^{15} di iperquadriche V_6^2. Le sue equazioni parametriche sono:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \rho_1^2 \\ \sigma_2 = \rho_3^2 \\ \sigma_3 = \rho_5^2 \\ \sigma_4 = \rho_7^2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_5 = \rho_1\rho_3 \\ \sigma_6 = \rho_1\rho_5 \\ \sigma_7 = \rho_1\rho_7 \\ \sigma_8 = \rho_3\rho_5 \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_9 = \rho_3\rho_7 \\ \sigma_{10} = \rho_5\rho_7 \\ \sigma_{11} = \rho_2\rho_3 - \rho_1\rho_4 \\ \sigma_{12} = \rho_2\rho_5 - \rho_1\rho_6 \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{13} = \rho_2\rho_7 - \rho_1\rho_8 \\ \sigma_{14} = \rho_4\rho_5 - \rho_3\rho_6 \\ \sigma_{15} = \rho_4\rho_7 - \rho_3\rho_8 \\ \sigma_{16} = \rho_6\rho_7 - \rho_5\rho_8 \end{cases} \qquad (2)$$

Tale varietà è una W_6 essendo le ρ_i due quaterne omogenee.

Dallo studio della W_6 risulta che alle rette contenute nell'S_3 singolare rispondono i punti di un'iperquadrica V_4^2 di un S_5 contenuta nella W_6 e quindi si può asserire che la Riemanniana considerata si ottiene dalla W_6 escludendo tale V_4^2. Indicheremo la varietà così ottenuta con W'_6.

3. — S_3 *generatori e costruzione della* W'_6.

Risulta altresì che alle ∞^3 rette di una stella di rette della congruenza uscenti da un punto dell'S_3 singolare corrispondono i punti di un S'_3. Si hanno pertanto ∞^3 S'_3 generatori, ognuno dei quali contiene un piano della V_4^2, omologo delle rette della congruenza appartenenti alla stella e giacenti nell'S_3 singolare.

Poichè il sistema *(V)* di iperquadriche seca l'S_3^* complementare dell'S_3 singolare nel sistema di tutte le quadriche dello spazio, sistema rappresentato dalla V_3^8 di S_9 (varietà di Veronese dell'S_9), la W'_6 si può immaginare ottenuta congiungendo i punti della V_3^8 con i piani della V_4^2. Si ottengono così gli ∞^3 S_3 generatori. Si può precisare che se un punto descrive una delle coniche della V_3^8, il piano corrispondente descrive l'insieme degli ∞^1 piani uscenti dal punto generico della V_4^2.

Dal modo di generazione della W'_6 si ritrova che il suo spazio ambiente è un S_{15}: l'S_{15} congiungente l'S_5 ambiente della V_4^2 con l'S_9 ambiente della V_3^8.

4. — *Le* V_4^4 *contenute nella* W'_6.

Alle rette della congruenza di ogni S_5 per l'S_3 singolare corrisponde una varietà riempita da ∞^1 S_3 generatori, cioè una V_4 che si appoggia alla V_4^2 in ∞^1 piani costituenti una V_3^2 di un S_4. Come l'S_5 è generato congiungendo l'S_3 con una retta ad esso esterna, così la V_4 può pensarsi ottenuta unendo i punti di una conica con i piani della V_3^2. Si ha così che la V_4 è in un S_7 e poichè un S_6 per la V_3^2 la interseca nella V_3^2 stessa e nei due S_3 generatori ottenuti congiungendo i due punti in cui la conica è secata dall'S_6 con i piani corrispondenti della V_3^2, risulta che il suo ordine è quattro.

5. — *Terza rappresentazione dell'* S_8 *biduale.*

Seguendo il metodo generale [1]) si consideri un S_6 dell'S_7 ambiente; esso seca le rette della congruenza in punti e l'S_3 singolare in un piano τ. Pertanto nasce una corrispondenza tra i punti della W'_6 ed i punti di tale S_6. Se l'S_6 è di equazione $\rho_8 = 0$, la corrispondenza suddetta è definita dalle equazioni:

$$\begin{cases}\sigma_1 = \rho_1^2\\ \sigma_2 = \rho_3^2\\ \sigma_3 = \rho_5^2\\ \sigma_4 = \rho_7^2\end{cases}\quad \begin{cases}\sigma_5 = \rho_1\rho_3\\ \sigma_6 = \rho_1\rho_5\\ \sigma_7 = \rho_1\rho_7\\ \sigma_8 = \rho_3\rho_5\end{cases}\quad \begin{cases}\sigma_9 = \rho_3\rho_7\\ \sigma_{10} = \rho_5\rho_7\\ \sigma_{11} = \rho_2\rho_3 - \rho_1\rho_4\\ \sigma_{12} = \rho_2\rho_5 - \rho_1\rho_6\end{cases}\quad \begin{cases}\sigma_{13} = \rho_2\rho_7\\ \sigma_{14} = \rho_4\rho_5 - \rho_3\rho_6\\ \sigma_{15} = \rho_4\rho_7\\ \sigma_{16} = \rho_6\rho_7\end{cases}\qquad (3)$$

Le (3) sono le equazioni parametriche della W'_6 con i parametri omogenei $\rho_1 \ldots \rho_7$, varietà immagine del sistema (V') di V_5^2 dell'S_6 considerato ottenuto secando il sistema (V). Si ha pertanto che il sistema (V') ammette come base il piano τ ed in ogni punto di τ le iperquadriche ammettono l'iperpiano tangente contenente l'S_3 omologo del punto di contatto nella proiettività subordinata da σ nell'S_6.

6. — *Ordine della* W'_6.

L'ordine della W'_6 è dato dal grado del sistema (V') di ipersuperficie, cioè dal numero di punti in cui si intersecano sei iperquadriche fuori dei punti base.

Quattro di esse si secano in una V_2^{16} spezzata nel piano τ da contarsi per due ed in una V_2^{14} che ha in τ una c_1^9. La V_2^{14} con la quinta iperquadrica dà una c_1^{28} spezzata nella c_1^9 ed in una c_1^{19} avente nove punti in τ. La c_1^{19} e la sesta iperquadrica si intersecano in trentotto punti, di cui venti punti sono fuori di τ. L'ordine è quindi venti.

---

1) SPAMPINATO N., Lav. cit., III teor. fondamentale.

Le variazioni di latitudine ed il movimento del polo di rotazione terrestre negli anni 1941 e 1942

Nota del socio ordinario **Luigi Carnera**

(Adunanza del dì 3 giugno 1947)

Sunto. — Servendosi delle osservazioni di latitudine fatte nelle Stazioni internazionali dell'emisfero boreale vengono determinate le coordinate istantanee del Polo di rotazione della Terra nel periodo dal 6 gennaio 1941 al 5 gennaio 1943, e da queste la Polodia provvisoria per il biennio 1941-2.

Risale a sei anni or sono (7-VI-41) l'ultima mia comunicazione relativa alle variazioni delle latitudini osservate nelle Stazioni Internazionali, ed in essa già avevo dovuto dolermi delle conseguenze dolorose della guerra, che aveva resi prima difficili, e più tardi completamente interrotti gli scambi postali, facendo temere conseguenze ancora più dolorose nell'attività delle stazioni stesse. Riprendendo oggi le mie comunicazioni dei risultati provvisori, devo prima di ogni altra cosa ringraziare nel modo più vivo l'Astronomo Reale per l'Inghilterra Sir Harold Spencer-Jones, Presidente della Commissione internazionale per le variazioni delle latitudini, che con una sollecitudine, che mai potrò dimenticare, volle interessarsi di me e del nostro Ufficio centrale fin dagli ultimi giorni del 1943, fin da quando cioè la guerra era ancora poco lontana da Napoli. Ed è a lui ed al Presidente attuale dell'Associazione Geodetica Internazionale prof. Dr. Walter Lambert, del U. S. Coast and Geodetic Survey, che si deve se non solo avemmo il modo di riprendere a poco a poco i contatti con le stazioni, e conoscere così quanto era avvenuto, ma ottenemmo i mezzi finanziari, che ci diedero la possibilità di continuare il lavoro, ed un energico appoggio presso le nostre autorità del Ministero e del Consiglio nazionale delle ricerche per la continuazione degli appoggi datici in precedenza. In particolare mi piace ricordare l'opera del Colonnello Washburn, che riuscì a vincere le difficoltà burocratiche dei Ministeri, ed ottenere i provvedimenti atti a far riprendere la normale attività della nostra Stazione di Carloforte, quella già accennata del Presidente della nostra Commissione, che ebbe a farci pervenire un sussidio di 200 lire sterline per l'Ufficio centrale da parte della Royal Society, ed infine l'analogo interessamento del prof. Dr. Lambert, che ci fece avere l'abituale assegnazione dai fondi disponibili della Associazione Geodetica internazionale. Da allora, attraverso le autorità militari alleate, incominciarono a pervenirci i libretti di osservazione delle stazioni ameri-

cane di Ukiah e Gaithersburg; ma con esse solamente era impossibile condurre a termine qualsiasi utile ricerca sul movimento del Polo, e pur essendosi immediatamente calcolati i risultati di quelle osservazioni, bisognò per procedere nei lavori attendere che giungessero quelli delle due Stazioni orientali di Mizusawa e di Kitab, ciò che avvenne solo pochi mesi or sono.

Ci mancano ancora buona parte delle osservazioni della Stazione di La Plata, che in passato, e particolarmente in connessione con quella di Adelaide, aveva fornito una delle serie di osservazioni di maggior valore per l'omogenea distribuzione di risultati durante tutto il corso dell'anno, e per la grande precisione dei risultati. Le ultime notizie pervenutemi dal Direttore di quell'Osservatorio mentre mi assicurano, che i lavori non sono stati sospesi, mi fanno sperare un prossimo invio dei numerosi libretti. Ad Adelaide invece il lavoro è stato definitivamente sospeso in conformità ad accordi presi col prof. Kimura, che aveva concesso il prestito del telescopio zenitale solo temporaneamente. A quanto mi si è comunicato sembra, che le osservazioni saranno riprese in seguito con uno strumento fotografico analogo a quello del Naval Observatory di Washington: è da augurarsi che simile cosa abbia a verificarsi nel più breve termine di tempo possibile, ed onde avere la massima efficacia che si abbia ad ottenere pure a La Plata analogo cambiamento di strumento per avere una coppia di stazioni, che lavorino con mezzi e programma eguali, in modo da eliminare gli errori residui nelle declinazioni stellari. Pur troppo la guerra ha fatto cessare anche le osservazioni nella Stazione di Batavia, che aveva fornito tanti e così preziosi contributi. Le notizie provenienti da quella località sono le più dolorose, in quanto sembra tutto sia andato distrutto. Non credo poi possibile, per me, porre termine a queste poche parole introduttive all'odierna mia comunicazione senza rivolgere un pensiero alla memoria del prof. Kimura, che si può dire aveva dedicato tutta la sua vita allo studio delle variazioni delle latitudini, fin da quando giovane ancora e prima che si creassero le stazioni di latitudine aveva iniziato osservazioni all'Osservatorio di Tokio nel lontano 1895. Non è questo nè il luogo nè il momento più opportuno per ricordare tutte le benemerenze di questo scienziato, di cui da poco, e forse non da tutti, è stato possibile avere una nuova prova dell'alto suo valore col volume VIII dei « Results of the International Latitude Service », da lui pubblicato.

Durante il corso dei due anni 1911-2 non si è avuto alcun cambiamento nel personale delle stazioni in confronto agli anni precedenti, salvo che in quella di Kitab, ove al principio del 1912 al posto dei due osservatori dei precedenti anni subentrò la sig.na E. Schaposchnikova, alla quale poi, dal maggio, si aggiunse N. Korotaeva. A Carloforte dovemmo pur troppo deplorare per tutto il primo semestre la presenza inutile, anzi dannosa, del dott. Mattana, che non solo continuò, per ben dieci mesi, a non fare, ma che sordo ad ogni ammonimento, non esitò, di tanto in tanto ad inven-

tare numeri ed osservazioni. Col luglio 1942 vennero ripresi i lavori di osservazione in quella stazione sotto la guida esperta e coscienziosa del dott. NICOLINI dal dottor N. MISSANA-RUDARI, e più tardi anche dal dott. M. CASTELLANO, che però non potè durare a lungo nella sua collaborazione per l'avvenuto suo richiamo alle armi.

Un non lieve inconveniente dobbiamo deplorare a Gaithersburg, ove in corrispondenza della sera del 12 gennaio appare, che in seguito a riparazione fatta al micrometro (posa di nuovi fili al reticolo) si ha una diversità di 2 rotazioni nelle letture fatte al tamburo, quando il filo mobile di misura viene a trovarsi nel centro del campo. Da quella epoca non essendo stata fatta alcuna misura di controllo, nè per il passo, nè per gli errori periodici e progressivi della vite, risulta impossibile apportare qualsiasi correzione per gli errori della vite (che del resto erano molto dubbi anche prima), e converrà attendere la discussione delle osservazioni di latitudine per avere il valore angolare del passo. Ma il guaio più grosso si ebbe più tardi, quando nel libretto del mese di settembre 1941 si trovò la notazione, secondo la quale nel successivo febbraio 1942 si era scoperto, che il tamburo della vite del micrometro non era fisso rispetto alla vite, ma slittava rispetto a questa, e l'inconveniente doveva datare da tempo indeterminato senza che prima di allora si fosse avvertito il guaio, onde la possibilità che fino dal settembre 1941 vi sieno coppie osservate da scartare completamente. Nel libretto del successivo gennaio 1942 si ripete l'avvertimento, con l'aggiunta che solo alla fine del successivo aprile si è finalmente posto riparo in modo definitivo e radicale. In realtà si è constatato un numero abbastanza notevole di coppie nel secondo semestre del 1941, che non danno affidamento di esattezza, e che è sembrato opportuno eliminare, ma mentre fino al mese di novembre ciò avviene ad intervalli di tempo e solo per qualche coppia, il numero delle coppie da rigettare nel dicembre 1941 supera e di molto quello delle coppie da poter considerare accettabili, e poichè non vi è alcuna garanzia, che anche in questi casi non si abbiano spostamenti del tamburo, se pur anche di minor entità, ho ritenuto giustificato abbandonare tutto il complesso delle osservazioni fatte in quel mese. Resta ora la grave incognita degli errori della vite, che dovrebbero esser rideterminati nel più breve termine di tempo possibile, onde acconsentire il calcolo rigoroso delle latitudini per tutto questo periodo di tempo.

Le riduzioni delle osservazioni vennero fatte con i metodi abituali e le sole modifiche introdotte riguardano il valore angolare delle viti dei micrometri per i quali a partire dal 1941 furono adottati valori leggermente diversi, tenendo conto delle ricerche fatte per le osservazioni del sessennio precedente. Si usarono pertanto i seguenti valori :

Mizusawa	R = 39″.93597	— 0″.00038 (t — 7.6°)
Kitab	39 .81390	— 0 .00036 (t — 12.0°)
Carloforte.	39 .59433	+ 0 .00081 (t — 16.8°)
Gaithersburg	39 .61862	— 0 .00010 (t — 9.7°)
Ukiah	39 .75076	— 0 .00058 (t — 9.9°)

Il numero delle coppie osservate dalle stazioni risulta dal quadro seguente, riferendosi la media al sessennio precedente.

	Osserv. Sera			Osservaz. Mattino			Totale complessivo		
	1941	1942	Media	1941	1942	Media	1941	1942	Media
Mizusawa	609	726	705	596	647	623	1205	1373	1328
Kitab	674	688	724	641	622	687	1315	1310	1411
Carloforte	469	678	967	406	644	797	875	1322	1764
Gaithersburg	738	641	680	695	591	577	1433	1232	1257
Ukiah	612	586	712	576	559	685	1188	1145	1397
Totale	3102	3319	3788	2914	3063	3369	6016	6382	7157

I valori delle latitudini ottenute dalle singole stazioni nei due anni risultano, unitamente all'epoca media delle osservazioni, ed il numero delle coppie osservate per ciascuna combinazione dal seguente quadro.

Osservazioni serali.

Data 1941	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersb.		Ukiah	
.07	IV	3″.557	50	1″.793	28	—″.—	—	13″.220	38	12″.147	41
.14	V	.399	35	.727	83	.—	—	.148	58	.006	41
.22	VI	.614	50	.811	46	.—	—	.367	53	.245	48
.30	VII	.468	72	.727	46	.—	—	.237	80	.224	40
.39	VIII	.358	69	.699	55	.—	—	.173	72	.142	48
.47	IX	.265	46	.577	61	.—	—	.220	85	.132	60
.56	X	.308	13	.623	108	8.774	78	.221	60	.100	72
.64	XI	.304	34	.756	104	.948	110	.423	62	.244	72
.71	XII	.351	39	.827	90	.976	92	.430	102	.225	59
.79	I	.380	82	.784	26	9.087	62	.338	58	.231	53
.88	II	.272	62	.785	18	8.924	86	.240	70	.015	42
.96	III	.531	57	.892	9	.933	41	(.627)	26	.264	36

Osservazioni serali.

Data 1942	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersb.		Ukiah	
.07	IV	3".406	41	2".078	11	8".905	28	13".364	26	12".141	24
.14	V	.368	39	1 .607	25	.788	33	.215	44	1 .995	48
.22	VI	.504	65	.961	18	9 .034	53	.332	49	2 .153	36
.30	VII	.411	78	.708	51	8 .916	55	.217	68	.161	36
.39	VIII	.419	91	.706	87	.861	51	.149	63	.035	41
.47	IX	.313	83	.632	34	.839	63	.123	83	.037	48
.56	X	.375	50	.582	66	.825	122	.140	58	.022	78
.64	XI	.521	78	.792	98	.935	45	.280	60	.160	72
.71	XII	.501	50	.785	92	.960	89	.387	59	.220	60
.79	I	.533	60	.666	76	.995	61	.343	66	.247	60
.88	II	.403	42	.458	86	.846	45	.202	37	.080	47
.96	III	.510	49	.848	44	9 .071	53	.571	28	345.	36

Osservazioni del mattino.

Data 1941	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersb.		Ukiah	
.07	V	3".411	45	1".815	23	—". —	—	13".246	31	11".954	38
.14	VI	.685	33	.900	80	.—	—	.293	47	2 .277	32
.22	VII	.501	57	.790	45	.—	—	.273	57	.077	41
.30	VIII	.518	66	.762	39	.—	—	.214	89	.195	37
.39	IX	.369	59	.636	56	.—	—	.154	73	.211	48
.47	X	.381	50	.631	67	.—	–	.195	66	.351	59
.56	XI	.314	11	.692	102	8.907	72	.376	61	.333	72
.64	XII	.418	25	.802	94	.957	101	.486	65	.234	67
.71	I	.419	42	.721	83	9.059	68	.457	91	.203	60
.79	II	.286	83	.683	23	8.882	65	.201	61	.000	52
.88	III	.379	71	.811	18	9.014	76	.434	54	.370	40
.96	IV	.437	54	.902	11	8.980	26	(.186)	30	064	30

Osservazioni del mattino.

Data 1942	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersb.		Ukiah	
.07	V	3″.395	44	1″.545	10	8″.811	18	13″.141	38	12″.068	23
.14	VI	.600	38	.989	21	.974	16	.436	41	.246	42
.22	VII	.499	56	.744	18	.928	35	.147	32	.101	36
.30	VIII	.462	82	.639	36	.884	40	.192	72	.090	30
.39	IX	.318	64	.607	78	.851	49	.163	68	.068	42
.47	X	.407	68	.588	25	.917	57	.176	71	.073	48
.56	XI	.482	36	.731	72	.963	115	.273	56	.129	78
.64	XII	.512	57	.714	97	.944	105	.345	47	.218	72
.71	I	.535	51	.610	90	.988	83	.440	55	.226	60
.79	II	.377	51	.434	61	.820	62	.273	51	.076	60
.88	III	.547	53	.798	71	9.117	39	.472	39	.341	35
.96	IV	.430	47	.776	43	8.922	25	.465	15	.321	33

Di questi valori con l'abituale procedimento, considerando quali latitudini medie locali quelle già usate nei decorsi anni, e riferendosi pertanto alla identica posizione del polo medio, si sono ricavate le corrispondenti coordinate del Polo istantaneo di rotazione x, ed y, nonchè il residuo termine z, e ciò separatamente dalle osservazioni del gruppo serale e da quelle del gruppo del mattino. La media delle due coordinate, ricavate così per ciascuna epoca, ci ha dato le coordinate istantanee del Polo, mentre la media delle z riferentesi a mesi successivi, ma ad identico programma, ci ha fornito le correzioni da apportare alle declinazioni stellari di quel gruppo, che sono risultate in ottimo accordo con i risultati dei sei anni precedenti. Il quadro numerico seguente contiene in modo ben evidente i valori trovati.

Coordinate del Polo istantaneo.

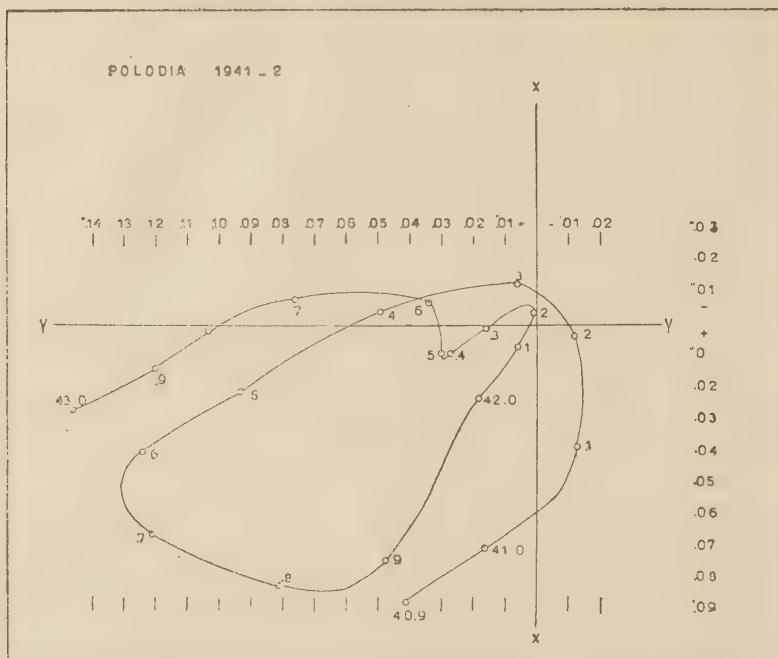
Epoca 1941	x_s	x_m	x	y_s	y_m	y	z_s	z_m
.07	−0″.023	+0″.134	+0″.055	−0″.031	−0″.019	−0″.025	+0″.015	−0″.010
.14	+ .059	− .030	+ .015	+ .044	− .059	− .008	− .079	+ .106
.22	− .021	+ .027	+ .003	− .029	+ .009	− .010	+ .092	+ .025
.30	− .024	− .037	− .031	− .001	+ .004	+ .002	− .004	+ .005
.39	+ .031	− .017	+ .007	+ .037	+ .048	+ .042	− .065	− .094
.47	+ .046	− .013	+ .016	+ .119	+ .062	+ .090	− .112	− .080
.56	− .007	+ .046	+ .019	+ .082	+ .141	+ .112	− .118	− .026
.64	+ .077	+ .037	+ .057	+ .144	+ .128	+ .136	+ .005	+ .059
.71	+ .067	+ .068	+ .067	+ .106	+ .142	+ .124	+ .032	+ .057
.79	+ .096	+ .061	+ .079	+ .081	+ .055	+ .068	+ .034	− .101
.88	+ .114	+ .073	+ .093	+ .023	+ .118	+ .071	− .082	+ .054
.96	− .002	+ .047	+ .023	+ .015	+ .003	+ .009	+ .080	+ .034
1942								
.07	+ .072	− .039	+ .016	− .029	+ .048	+ .009	+ .053	− .129
.14	− .003	− .011	− .007	+ .042	− .002	+ .020	− .129	+ .127
.22	+ .017	− .016	+ .001	− .025	− .033	− .029	+ .073	− .037
.30	+ .006	− .024	− .009	+ .040	+ .022	+ .031	− .041	− .068
.39	+ .002	+ .022	+ .012	− .015	+ .056	+ .020	− .088	− .123
.47	+ .025	+ .011	+ .018	+ .028	+ .043	+ .035	− .135	− .092
.56	− .008	+ .014	+ .003	+ .029	+ .021	+ .027	− .134	− .008
.64	− .015	− .033	− .024	+ .006	+ .052	+ .029	+ .016	+ .037
.71	− .060	− .017	− .012	+ .064	+ .129	+ .096	+ .047	+ .035
.79	− .001	+ .027	+ .013	+ .085	+ .134	+ .109	+ .034	− .128
.88	− .034	+ .033	.000	+ .096	+ .105	+ .102	− .125	+ .128
.96	+ .045	− .002	+ .022	+ .135	+ .139	+ .137	+ .141	+ .057

Le medie dei valori delle z di due mesi successivi, corrispondenti allo stesso gruppo di stelle, ove col z_s del gennaio 1941 ci si colleghi al z_m del dicembre 1940, conducono ai seguenti valori per le correzioni delle declinazioni.

Gruppo	1941	1842	Media	1935-40
IV	—0″.064	— ″.044	— ″.054	—0″.089
V	+ .045	+ .129	+ .087	+ .088
VI	— .099	— .100	— .100	— .081
VII	— .010	+ .039	+ .015	— .004
VIII	+ .030	+ .078	+ .054	+ .080
IX	+ .103	+ .129	+ .116	+ .224
X	+ .099	+ .113	+ .106	+ .114
XI	+ .010	— .004	+ .003	— .040
XII	— .046	— .042	— .044	— .076
I	— .046	— .045	— .046	— .084
II	+ .091	+ .126	+ .109	+ .089
III	— .067	— .135	— .101	— .143

Il disaccordo, che presenta il gruppo IX, è però solo apparente in quanto a partire dal 1941 si sono adottati per le coppie 51 e 65, rispettivamente dei gruppi IX e XI, i moti propri sensibilmente diversi dati dal N. G. C. con una differenza nella declinazione media delle coppie in confronto agli anni precedenti di ben $+0''.48$ e di $-0''.085$, che portano rispettivamente le variazioni di $+0''.080$ e di $-0''.014$ ai valori delle latitudini medie del gruppo, onde le differenze fra le correzioni dedotte dal biennio e quelle del sessennio precedente si riducano a soli $0''.028$ e $0''.029$. Servendoci delle coordinate trovate per il polo istantaneo, si sono calcolate per le diverse stazioni le corrispondenti latitudini, e dal confronto di queste con le osservate, tenendo conto delle correzioni dovute alle declinazioni, si sono ricavati i valori delle z locali: mi riservo ad altra prossima pubblicazione, quando fra non molto si avranno pure i risultati dei quattro anni 1943-46, per i quali manca unicamente di ultimare il calcolo della stazione di Kitab, uno studio di questi residui.

Dalle coordinate conchiuse si sono poi tratte graficamente le coordinate del Polo di decimo in decimo di anno, e con i valori delle x ed y conchiusi, si è calcolata la tabella per le correzioni delle latitudini per le diverse longitudini di due in due ore a partire dal meridiano di Greenwich, che si trovano nella seguente tabella, mentre nella figura si può scorgere la traiettoria descritta in quei due anni dal Polo. Le variazioni di latitudine sono state di piccolissima entità, e risultando di conseguenza gli errori di osservazione di un ordine di grandezza prossimo a quello delle variazioni stesse, risulta una sicurezza relativa nella polodia. Appare tuttavia notevole il fatto

della permanenza quasi ininterrotta del Polo istantaneo nel primo quadrante, quasi come se il Polo medio si fosse spostato decisamente in questo quadrante,

in luogo di mantenersi nel punto origine delle coordinate. Sarà interessante vedere negli anni successivi se tale spostamento si è conservato, o se si trattava solo di un fenomeno transitorio ed accidentale.

Anfiteatro morenico delle Grottelle (Monte Cervati)

Nota dei proff. **L. d'Errico** *e* **L. Miraglia** *pres. dal socio* **G. De Lorenzo**

(Adunanza del dì 8 novembre 1947)

Sunto. — In questo lavoro è descritto un importante anfiteatro morenico dell' Epoca Glaciale, che si trova nella valle di Campoluongo del monte Cervati, a 1200 metri sul mare, ivi depositato in quattro cordoni successivi dalle oscillazioni di ghiacciai, che scendevano dal bacino di raccoglimento del Mércore, tra 1500 e 1600 m. sul mare, a nord-ovest della cima del Cervati, alta 1899 metri. Dopo la scoperta, fatta nel 1892 dal De Lorenzo, di sicure morene glaciali nel gruppo del Sirino in Basilicata, questo del Cervati è il primo ritrovamento sicuro di avanzi glaciali nella nostra latitudine e fa presagire che simili tracce si possono trovare anche negli altri gruppi montuosi più alti dell' Appennino meridionale, quali il Pollino, il Vulturino, il Cervialto ed il Matese.

Premessa. — La più alta vetta della provincia di Salerno (1899 m.) è una di quelle che si innalzano dalla vasta base del massiccio cretacico del Cervati, la quale è divisa: a Nord, dal coevo altopiano dell' Alburno, per mezzo del solco attraversato dalla strada Sacco-Teggiano; ad Est è limitata dal piano del Vallo di Diano, antico lago postpliocenico; a Sud, dalla pianura, pur essa postpliocenica, di Sansa e dall' eo-miocenico monte Centaurino; infine, la linea divisoria fra i calcari mesozoici del massiccio in questione ed il flysch del gruppo del Gelbison, da Sud-est a Nord-ovest, è data dai torrenti Trenico e Torna e dalla valle di Pruno. I detti monti, che sono i più alti di questo tratto dell' Appennino, si ergono isolati e lontani dallo spartiacque.

Il Cervati, seguendo la classificazione di De Lorenzo, per la forma è da porsi fra le montagne « tabulari »; mentre per la tettonica fra quelle « a fratture e spostamenti a gradinata ». Secondo il citato Autore le enormi e rigide pile di calcari, mentre si sollevavano e si curvavano sotto la pressione delle forze orogenetiche, si infrangevano « in grandi blocchi massicci; « che scivolavano poi gli uni contro gli altri lungo le grandi facce di frattura, « generalmente spostandosi con grandi scaglioni e gigantesche gradinate ». Queste fratture sono orientate, come quelle di tutto l' Appennino, principalmente da Nord-ovest a Sud-est, dando luogo alle quattro strette valli longitudinali di: Valle Sottana, Valle Soprana, Lagostiello-Campoluongo, Festola-Vallivona. Esse vengono a delimitare cinque blocchi od altipiani: Cemmola, Monte Cavallo, Medicale, Mèrcore e Cervati, che formano come una scalinata innalzantesi da Ponente a Levante.

Tutti questi altipiani sono oggi ammantati da venerabili boschi di faggi, nei quali si aprono radure occupate da doline, e sono crivellati da un dedalo di inghiottitoi, che vanno approfondendosi ed aumentando di numero a causa delle acque agenti come trapani per la continua azione chimico-fisica.

In un tempo geologicamente da noi non lontano, sulla sommità dei due più elevati di questi pianalti, dovevano scintillare al sole coltri di nevi persistenti; mentre lungo le loro pendici scendevano le pigre lingue dei ghiacciai.

Il primo geologo che trovò morene di ghiacciai pleistocenici alla bassa ed insospettata latitudine di Monte Sirino, presso Lagonegro, fu il De Lorenzo nel 1892. Lo stesso Autore, dopo la prima esplorazione, ne ha compiuta una seconda in collaborazione col Dainelli nel 1923; ma ben poco di nuovo ha aggiunto alla prima scoperta.

Sulla scia del De Lorenzo altri osservatori si misero alla ricerca di tracce glaciali, sia nell'Appennino centrale, sia in quello meridionale. In queste ricerche vi fu in un primo tempo una tendenza ad abbassare esageratamente il limite delle nevi persistenti, che venne portato da Franchi a soli m. 800 sul livello del mare nell' Appennino centrale e da Crema a 1100 in quello meridionale; in un secondo tempo i detti limiti, per merito delle ricerche del Gortani, furono posti ad un' altitudine media che, sebbene non definitiva, si avvicina di molto al vero.

Scarsa è la bibliografia sul glacialesimo dell'Appennino centrale; scarsissima quella sull'Appennino meridionale.

Sul glacialesimo del massiccio del Cervati l'unico lavoro fino ad oggi apparso è quello del Biasutti [1]) che nel 1916 cercò le tracce glaciali troppo

[1]) Ecco la bibliografia aggiornata sul glacialesimo dell' Appennino meridionale:

Biasutti R., *Tracce glaciali sul monte Cervati.* Rend. R. Acc. Sc. fis. e mat., s. 3ª, vol. XXIII, Napoli, 1916.

Biasutti R., *Sull' antico limite delle nevi nell' Appennino centrale e meridionale.* Atti VIII Congr. geogr. it., vol. II. Firenze, 1923.

Colamonico C., *Tracce glaciali nel Matese.* Atti XI Congr. geogr. it., vol. II Napoli, 1930.

Crema C., *Intorno ad alcuni nuovi lembi morenici in Basilicata.* Boll. R. Uff. geol., vol. XLIX. Roma, 1922-1923.

De Lorenzo G., *Avanzi morenici di un antico ghiacciaio del monte Sirino nei dintorni di Lagonegro.* Rend. R. Acc. Lincei. Cl. Sc. fis., S. 5ª, vol. I. Roma, 1892

De Lorenzo G., *Antico Circo glaciale nel gruppo del Monte Vulturino.* Boll. Soc. Geol. It., vol. XIV. Roma, 1895.

De Lorenzo G., *Il postpliocene morenico nel gruppo montuoso del Sirino.* Rend. Acc. Lincei, vol. II. Roma, 1902.

in alto, sul più elevato scalino, il Cervati propriamente detto, e non trovò morene, descrivendo ipotetici circhi di supposte minuscole vedrette.

Mentre il De Lorenzo aveva rivolte le proprie ricerche al Sirino, costituito di duri calcari a noduli di selce del Trias, dove il fenomeno carsico non esiste, e dove la striatura dei ciottoli non può essere attribuita alla azione dell'acqua, come nei calcari più teneri della Creta, gli altri osservatori diressero le proprie indagini sui monti cretacici, dove rinvennero poche tracce glaciali e per giunta assai discutibili, anche perchè mascherate dal carsismo e dagli agenti atmosferici.

Dal lavoro del Biasutti ad oggi nessuno studioso si è più occupato del glacialismo del Cervati. Il presente lavoro non è il frutto di una fugace escursione, dato che siamo stati accampati sul Cervati per un mese. Durante una ricognizione in località Grottelle, sita allo sbocco della valle di Campoluongo nel vallone dei Maglianisi, ci trovammo improvvisamente in presenza di un interessante anfiteatro morenico mirabilmente conservatosi.

Altre tracce glaciali abbiamo trovate tutto all'ingiro dell'altopiano di Mercore; ne faremo oggetto di un nostro prossimo studio, limitandoci nel presente all'anfiteatro morenico delle Grottelle.

Del ghiacciaio, che con le morene ci lasciò la prova della sua esistenza, descriveremo nell'ordine che segue: il bacino collettore, la soglia da cui aveva origine, il vallone dissipatore per cui discendeva, la valle di Campoluongo su cui si espandeva, dando luogo all'anfiteatro morenico, del quale osserveremo la sezione naturale, rappresentata dalla Sponda delle Grottelle ed infine le marmitte che esso trapanò.

Bacino collettore. — La valle di Mèrcore, che attualmente è come sommersa nel verde della magnifica faggeta omonima, una volta costituiva il bacino collettore del nostro ghiacciaio. Essa, che occupa la sommità dell'altopiano compreso fra le valli di Lagostiello-Campoluongo e di Festola-Vallivona, ha la forma di una coppa ellittica il cui asse maggiore è lungo circa km. 3, e il minore circa km. 1 (fig. 1). Le alture che costituiscono l'orlo della conca decrescono da Sudest (1664 m.) a Nordovest (1465 m.), mentre il punto più basso di essa è poco al disotto dei m. 1400. Il fondo della conca è dunque un piano inclinato, pendente a NW, tutto ondulato per la presenza di colli tondeggianti evidentemente modellati dal ghiacciaio postpliocenico che scivolava

De Lorenzo G. e Dainelli G., *Il glaciale dei dintorni di Lagonegro in Basilicata.* Atti R. Acc. Sc. fis. e mat., s. 2ª, vol. XVII, n. 1. Napoli, 1923.

De Lorenzo G., *Geologia dell' Italia meridionale.* Ed. Politecnica, Napoli, 1937.

Gortani M., *Ricerche sulla glaciazione Würmiana dell' Appennino.* Comptes Rendus Congr. Intern. Géographie. Paris, 1931.

Suter K., *Die eiszeitliche Vergletscherung der Appeninen. — 1. Das Gebiet des abruzzischen Nationalparkes; 2. Montagna del Matese.* Zeitschrift für Gletscherkunde. XXI. 1933.

su di essi. Il bacino collettore di Mèrcore è una concavità chiusa tutto allo intorno, e non ha la consueta forma di circo aperto a valle.

Se si comparano la conca di Mèrcore col più grande dei circhi trovati dal De Lorenzo sulle pendici settentrionali del Monte Papa, si nota che la prima ha l'asse maggiore di circa tre chilometri, ed il secondo di un chilometro. Da questa osservazione si deduce che il ghiacciaio di Mèrcore

Fig. 1. — Campoluongo ed il bacino di Mèrcore nel Monte Cervati. Scala 1 : 100.000.

aveva una vastissima superficie ed una grande potenza. Anche oggi durante l'inverno la neve raggiunge lassù lo spessore di molti metri. Ci furono mostrati, sui tronchi di alcuni faggi, i segni lasciati da chi dovette recarsi a Mèrcore nel mese di marzo, e da essi si deduce che, pur nelle condizioni climatiche attuali, il coltrone invernale di neve raggiunge circa i dieci metri in certi punti.

Dalle slabbrature dell'orlo della coppa del bacino collettore, tutto allo intorno scendevano varie lingue di ghiaccio, che hanno lasciato le loro tracce ben visibili. Una simile configurazione ricorda quella attuale di alcuni ghiacciai di tipo norvegese.

Soglia. — L'irto orlo del bacino collettore di Mèrcore è interrotto da una piccola sella, nascosta fra i faggi, attraverso cui passa la mulattiera.

I fianchi della sella sono arrotondati, e la soglia, modellata a schiena di mulo, dimostra evidentemente di essere stata lisciata dal ghiacciaio. La soglia si trova ad un' altitudine di 1500 metri, come si rileva dalle annesse nostre cartine. Ciò contrasta con le conclusioni di BIASUTTI, il quale pone invece il limite inferiore delle nevi persistenti del Cervati a m. 1840. Il GORTANI, che su tante montagne dell' Appennino Centrale è stato, per avvalorare la sua giusta tesi non aveva certo bisogno di indicare per il Cervati, sul quale evidentemente non è stato, la quota di m. 1840 quale limite delle nevi persistenti, stabilita un po' frettolosamente dal BIASUTTI.

I risultati da noi raggiunti per il ghiacciaio delle Grottelle ci permettono di portare nuova luce su questo argomento. Infatti, il bacino di Mèrcore non oltrepassa la quota di m. 1664; la quota 1789, più ad oriente, fa parte di una cresta lontana, indipendente dal complesso dei fenomeni glaciali interessanti Campoluongo. Dunque, la conca di Mèrcore, che diede origine al ghiacciaio delle Grottelle, e probabilmente a parecchi altri, ha un'altitudine media intorno ai m. 1500, e doveva essere tutta compresa nel limite delle nevi persistenti; il bacino di raccolta verrebbe a sparire qualora si innalzasse, anche di poco, il suddetto limite. Questo è ovvio, perchè l'altopiano di Mèrcore è isolato da ogni lato, e il bacino collettore ne occupa la sommità.

Varie località del bacino di raccolta sono alquanto al disotto della quota di m. 1500, pur presentando chiari segni di azioni glaciali. Tuttavia possiamo indicare senza possibilità di errore, provvisoriamente, tale altitudine come il limite delle nevi persistenti pleistoceniche per il Cervati, tanto più che, come si è già accennato, la soglia del ghiacciaio delle Grottelle si trova a m. 1500 sul livello del mare. È nostra opinione che probabilmente tale limite possa portarsi alquanto più in basso.

Dissipatore. — Il dissipatore o bacino ablatore del ghiacciaio, che attraverso la soglia di Mèrcore scendeva a Campoluongo, è un canalone molto slargato e poco profondo, diretto da Nord a Sud (vedi Tav. I n. 3).

Poco più a Ovest di questo dissipatore principale è inciso, sulle pendici Sud di Mèrcore, un altro solco, meno ampio e profondo, nel quale forse scendeva un'altra lingua di ghiaccio, che doveva attraversare un' altra soglia; in una prossima escursione ci proponiamo di rintracciarla.

Valle di Campoluongo. — Il ghiacciaio, sceso da Mercore nella valle di Campoluongo (Tav. I, n. 3), la attraversava non in senso longitudinale ma in quello trasversale, ed andava ad urtare alle opposte pendici del Rotunno. Non potendo proseguire in direzione Sud, il ghiaccio qui si espandeva lateralmente. Su Campoluongo, sempre in senso trasversale, scendeva almeno un altro ghiacciaio; i ghiacciai contigui dovevano probabilmente confluire, abbozzando così una struttura anulare analoga ai cosiddetti ghiacciai pedemontani che si rinvengono oggi in Alaska.

Campoluongo, come si è accennato, è una valle di frattura, diretta da

Nordovest a Sudest, della lunghezza di circa Km. 2,500; essa è alta in media circa m. 1200 sul livello del mare. È racchiusa da tre lati dal Rotunno, dall'altopiano del Medicale e da quello di Mèrcore, tutte alture appartenenti al massiccio del Cervati; si apre a Sudest sul vallone dei Maglianisi. Questo è un profondo burrone che, incassato fra i dirupi della Mezzana e del Rotunno, precipita da Nordest a Sudovest sulla valle di Pruno. Da quanto finora siamo venuti esponendo risulta che la valle di Campoluongo, dopo la sua formazione dovuta a una frattura, fu ampliata e foggiata a « V » da un corso d'acqua, indi fu modellata dal ghiacciaio, che, percorrendola trasversalmente, ne levigò il lato costituito dalle pendici meridionali di Mèrcore, riempiendone parte del fondo con materiali morenici, e sbarrandone lo sbocco nel vallone dei Maglianisi col lato sinistro dell'anfiteatro morenico.

Campoluongo, a questo stadio della sua trasformazione, molto verosimilmente fu occupato da un lago di sbarramento morenico, prima di ridursi allo stato attuale di « vallechiusa », le cui acque, dopo essersi raccolte nelle doline, sprofondano in numerosi inghiottitoi.

Anfiteatro. — Il ghiacciaio, che dalla conca di Mèrcore scendeva a Sud su Campoluongo, trovando una valle relativamente larga, potè espandersi a ventaglio, costruendo un regolarissimo anfiteatro morenico. Esso è formato da quattro cordoni, (con la convessità addossata alle pendici settentrionali del Rotunno), meglio conservati a sinistra (Sud est), meno bene a destra (Nordovest), pressocchè mancanti al centro, dove sono stati spianati dalle acque defluenti dal Rotunno e poi nascosti dal bosco. Dall'alto della mulattiera che dal Cornitello, località sulla rotabile Sansa-Rofrano, passando per la conca di Mercore, conduce a Vallo dell'Angelo, si domina Campoluongo; e si può ricostruire tutto l'anfiteatro congiungendo idealmente i corrispondenti arcuati residui morenici di sinistra e di destra. Questi ultimi sono rappresentati da tre brevi dossi, arrotondati, poggiati sulle pendici del Rotunno, diretti da Nordovest a Sudest, e da un quarto più esterno, più lungo, ugualmente orientato, che attraversa quasi tutto il fondo valle, andandosi a congiungere con uno sperone che scende da Mercore. Tale sperone, foggiato nella sua parte inferiore a schiena di mulo, fu lisciato a Sudest dalla morena laterale destra, e a Nordovest dalla morena laterale sinistra di un altro ghiacciaio, che, pure da Mèrcore, scendeva a Campoluongo, in corrispondenza di altre morene, site più a Nordovest nel centro della valle, e del quale ci ripromettiamo di parlare in un nostro prossimo studio. In altri termini, è probabile che sulla base lisciata del predetto sperone si adagiasse una morena mediana.

Fra i quattro dossi anzidetti sono racchiusi tre canali. Questi, per il loro andamento arcuato, non potettero essere scavati dalle acque defluenti dal Rotunno, che avrebbero seguita la linea di massima pendenza, e sono da ritenersi vallecole intercedenti fra una cerchia e l'altra.

Dall' alto della già menzionata mulattiera si notano, ai piedi delle pendici di Mèrcore, dei dossi lisciati di forma ellittica (drummlings). Uno di essi, il più grande, si trova allo sbocco del dissipatore. Il suo asse maggiore è orientato grosso modo da Nord a Sud, come il predetto canalone. Questi dossi, per la loro forma, direzione ed ubicazione, possono ritenersi morene di fondo.

Ritenendo, come detto sopra, che tutti questi residui appartengano ad un unico anfiteatro morenico, la corda dovrebbe misurare circa 1250 metri.

Molto più interessante è il lato sinistro dell' anfiteatro, formato da quattro archi di morene che si sono conservati mirabilmente, perchè gli elementi da cui erano costituiti furono cementati in un conglomerato (fig. 2). Gli archi morenici vanno crescendo di lunghezza dal più esterno, che come proveremo è anche il più antico, e che per contraddistinguerlo chiameremo « primo », al più interno, ossia al quarto. Difatti, di questi archi, il primo misura m. 210, il secondo m. 280, il terzo m. 425 ed il quarto m. 600. Fra il primo cordone ed il Rotunno non v'è nessun avvallamento, perchè i materiali morenici si sono direttamente appoggiati alle pendici del predetto monte.

Fig. 2. — Sponda delle Grottelle e porzione della valle di Campoluongo. (Scala 1 : 20.000 — Equidistanza m. 50). Le morene sono rappresentate da puntini. La direttiva della discesa del ghiacciaio dall'altopiano di Mèrcore è rappresentata da frecce.

I quattro archi morenici delimitano tre vallecole. Un'altra, un po' più grande, intercede fra la quarta morena e le pendici meridionali di Mèrcore. Queste quattro vallecole, coltivate a segala e patate, spiccano col loro verde fra la petraia morenica.

Sponda delle Grottelle. — Un interesse fondamentale presenta la sponda delle Grottelle, sita nel punto dove la valle di Campoluongo confluisce con il burrone dei Maglianisi. Osservata dalla Mezzana, che costituisce il lato sinistro del predetto burrone, la sponda delle Grottelle appare come una muraglia. In essa l'erosione ha formato alcuni antri, poco profondi, usati come riparo dei pastori, che le valsero appunto il nome di « Grottelle ». Sulla carta al 50.000 dell' Ist. Geog. Mil. al punto più alto delle Grottelle è attribuita la quota 1201. La costituzione della roccia che forma la sponda delle Grottelle si può ottimamente studiare, come in una sezione, camminando lungo la sua base. Appare subito evidente che si tratta di una morena trasformata in un conglomerato dalle acque ricche di bicarbonato di calcio

che la permeavano, perchè i ciottoli più o meno levigati, striati e tondeggianti, di ogni dimensione, dalla grandezza di una noce fino a quella di massi del peso di vari quintali, sono caoticamente disposti (fig. 3). Non è possibile assegnare a questo deposito l'origine fluviale, sia per la sua posi-

Fig. 3. — Conglomerato morenico della sponda delle Grottelle in cui sono ben visibili i ciottoli di varie dimensioni caoticamente disposti. Si nota anche una marmitta glaciale parzialmente distrutta dalla erosione. Un anello di ciottoli cementati è ancora in sito, coprendo in parte la figura umana in piedi nell'antico condotto.

zione topografica, sia per il fatto che, in questo caso, i grossi massi non ci si dovrebbero trovare inclusi, perchè essi avrebbero dovuto depositarsi nella parte più alta della valle, ed infine per la presenza di marmitte site alla superficie superiore della formazione, e nel punto più alto di essa, proprio al centro della valle. Di queste marmitte sarà fatto cenno più innanzi.

Il De Lorenzo e il Dainelli (op. cit.) hanno osservato anch'essi conglomerati simili per origine, sebbene assai meno potenti e privi di mar-

mitte, localizzati al termine della valle Niedda Merdionale a coronamento dell' argine morenico.

È importante mettere in evidenza che le Grottelle non sono formate da una, ma da quattro morene fuse in una massa sola. Difatti, i materiali morenici che col ghiacciaio scendevano dal bacino collettore, una volta giunti a Campoluongo, non si poterono interamente e liberamente espandere verso sinistra, completando così da questo lato l'anfiteatro, perchè essi, dopo essere stati obbligati a costeggiare un lungo ed alto sperone, che discendendo da Mèrcore si protende come un molo verso Sud, in parte precipitavano, insieme a blocchi di ghiaccio, nel sottostante vallone dei Maglianisi, in parte, accavallandosi in ondate successive, finirono per formare l'unica muraglia delle Grottelle. L'origine multipla di questa muraglia, lunga circa 450 metri, è messa in evidenza dalle sellette corrispondenti alle vellecole intercedenti fra una morena e l'altra, e che bisogna attraversare camminando sulla sua sommità. Delle tre sellette che dovrebbero intercedere fra le quattro morene, se ne possono osservare solo due, perchè manca quella che dovrebbe esistere fra il secondo e il terzo cordone.

Che le Grottelle rappresentino una morena composta appare anche osservandole di fronte. Da questa posizione si distinguono quattro coltri di materiali morenici, sovrapposte le une alle altre, come le tegole di un tetto. Tra le morene e le suddette coltri, che ne rappresentano le sezioni, nonchè con le sellette, evidentemente esistono delle corrispondenze, le quali però sono difficili a stabilirsi con esattezza.

Sempre guardando le Grottelle da una posizione frontale si vede (Tav. I. n. 1) che la prima coltre di materiale morenico è molto inclinata, e giace sugli strati di calcare compatto, seguendo l'antica incisione valliva. Le altre tre coltri, che appaiono press' a poco orizzontali, non solo riempiono la « V » della precedente valle fluviale, ma costituirono una piccola altura, la quale appunto, come una diga, sbarra la valle di Campoluongo. Ma questo riempimento ed il successivo sbarramento non furono esclusivamente operati dai materiali morenici; lo sbarramento è dovuto, in piccola parte, al preesistente sperone calcareo, già ricordato, che scende da Mèrcore, e che nella sua parte basilare fu arrotondato dal ghiaccio. Dei 450 metri di lunghezza della sponda delle Grottelle, 350 spettano al materiale morenico, e 100 alla roccia in sito lisciata dal ghiacciaio.

L'altimetro ci ha permesso di misurare lo spessore massimo dei depositi della sponda delle Grottelle, che risulta di metri 41.

Gli ing. Zaccagna e Crema osservarono in depositi morenici dell'Italia settentrionale e centrale alcune formazioni dette dal Crema « pseudostratificazioni ». Essi affermano che la disposizione caotica dei materiali morenici subì un livellamento in alcune zone, il che perfettamente corrisponde alle quattro coltri da noi osservate. Tali pseudostratificazioni sono messe in rapporto dai predetti autori con periodiche oscillazioni dei fronti dei ghiac-

ciai durante l'ultima glaciazione. Per quanto riguarda le Grottelle l'azione di cementazione ha reso il fatto molto visibile ed evidente, come appare dalla nostra fotografia, in cui le pseudostratificazioni sono rappresentate come da lamine più consistenti, nettamente sporgenti, quasi tettoie.

Percorrendo la base della sponda delle Grottelle si può osservare un altro fatto interessante, e cioè la ferrettizzazione del conglomerato morenico. Questa, che è massima in corrispondenza della morena più esterna, quella sita sotto alle pendici settentrionali del Rotunno, va gradatamente diminuendo fino a scomparire sotto alla morena più interna, posta ai piedi delle propaggini meridionali di Mèrcore. Da questa osservazione siamo autorizzati a dedurre che, secondo l'ordine con cui dall'esterno all'interno si succedono i quattro archi morenici concentrici, va corrispondentemente diminuendo l'età dei medesimi.

Marmitte. — Le marmitte glaciali da noi scoperte sulla sommità della terza collinetta, sita proprio al centro della valle di Campoluongo, sono una prova inoppugnabile della natura morenica di essa. Cinque marmitte si trovano lungo la parte della sponda delle Grottelle corrispondente alla terza morena. Molte altre, per un tratto di circa 200 metri, si aprono sul bordo della concavità rivolta a Nord della stessa terza morena. Altro gruppo numeroso di marmitte, quasi contigue, si rinviene sul margine del lato Sud di una grossa ed alta rupe di conglomerato, che si erge isolata in mezzo alla vallecola che intercede fra la terza e la quarta morena.

Le marmitte hanno in media un'altezza di 5-6 metri, ed un diametro tale da permettere comodamente ad un uomo di collocarvisi dentro in piedi. Poche di esse sono complete. La maggior parte manca del fondo, e si presenta quindi come tubi aperti alle due estremità, tanto che in parecchie di esse si può entrare sia dalla parte superiore, sia da quella inferiore (Tav. I, n. 2). Ve ne sono altre il cui foro è stato interrito fino ad un certo limite. Quelle poi che sono completamente interrite spiccano, come zolle verdeggianti di erbe di forma circolare, fra la squallida petraia del conglomerato morenico. Varie marmitte sono completamente sezionate, nel senso longitudinale, ed appaiono perciò come mezzi cilindri; fra di esse alcune sono mirabilmente levigate. Altre si trovano in uno stadio meno avanzato di distruzione e presentano sventrature a varia altezza, alternate con anelli completi di conglomerato, in modo da sembrare fornelli o strane costruzioni ad archi sovrapposti (vedi fig. 3 interc.). Altre ancora, per l'arretramento della parete ad opera degli agenti atmosferici, sono ridotte ad un solco lisciato appena appariscente.

Molto interessante è una marmitta esistente nella volta di un antro sito alla base della sponda delle Grottelle. Essa è chiusa alla sua sommità da un apporto di conglomerato posteriore, evidentemente piazzatovi durante una delle tante oscillazioni del fronte del ghiacciaio, delle quali abbiamo fatto cenno innanzi,

Tutte queste marmitte non possono essere di origine fluviale perchè, in questo caso, dovrebbero essere situate non al centro ma ai fianchi della valle, sotto qualche alta rupe, dall'alto della quale avrebbe dovuto cadere a cascata che le generò.

Data dunque la loro posizione, l'acqua che le trapanò poteva precipitare eoclusivamente o attraverso « mulini », o dall'alto della stessa fronte di un ghiacciaio scomparso.

Si arguisce anche che notevole doveva essere la potenza di questo ghiacciaio, se i rivoli che da esso precipitavano potevano acquistare l'energia cinetica occorrente a scavare marmitte tanto ampie e profonde nel sottostante conglomerato.

Conclusioni. — Le prove che dalla conca di Mèrcore scendeva un ghiacciaio nella zona terminale della valle di Campoluongo sono molte ed indiscutibili:

1) — L'esistenza del vastissimo bacino collettore di Mèrcore, classico esempio di valle di escavazione glaciale, occupata da tipici dossi arrotondati.

2) — La presenza di una soglia perfettamente levigata che interrompe l'irto orlo del detto bacino, e da cui doveva discendere il ghiacciaio.

3) — L'evidente modellamento glaciale che mostrano le pendici meridionali di Mèrcore.

4) — L'inconfondibile panorama dell'anfiteatro morenico (luminosamente provato da ben quattro cerchie concentriche di collinette arrotondate) che si gode dall'alto della mulattiera di Mèrcore.

5) — La natura indubbiamente morenica del conglomerato, per giunta ferrettizzato, che si nota nella sezione naturale rappresentata dalla sponda delle Grottelle.

6) — La pseudostratificazione del conglomerato morenico, comprovante oscillazioni del fronte del ghiacciaio.

7) — Le marmitte indiscutibilmente glaciali.

Inoltre, è da tener presente che, dopo quello indicato dal De Lorenzo, l'anfiteatro morenico delle Grottelle è il primo ad essere segnalato con certezza nell'Italia meridionale; esso è situato in teneri calcari cretacici. In tali terreni fino ad oggi si riteneva che il carsismo e le forze esogene avessero fatto scomparire quasi ogni traccia di glacialismo.

Infine, la particolare configurazione topografica del terreno permette di stabilire il limite delle nevi perenni postplioceniche sul monte Cervati con molto maggiore approssimazione di quanto non fosse stato fatto fino ad oggi.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

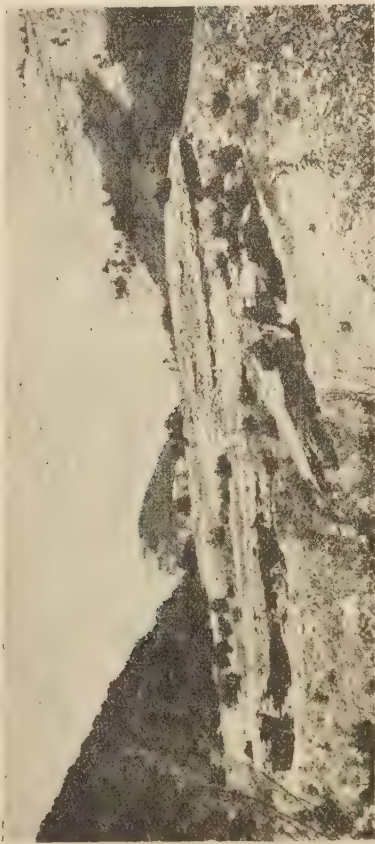
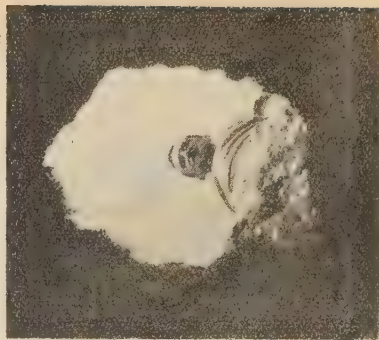
Fig. 1. — La sponda delle Grottelle vista di fronte dalle pendici della Mezzana. Sono visibili quattro coltri di materiale morenico, l'inferiore delle quali parallela all'antico fondo valle, mentre le altre sono orizzontali. Pure visibile, a destra, l'altopiano di Mèrcore; a sinistra il Rotunno. Dietro alle Grottelle s'indovina la valle di Campoluongo.

Fig. 2. — Una marmitta d'origine glaciale fotografata verticalmente dal basso.

Fig. 3. — Panorama della valle di Campoluongo; a destra, le pendici dell'altopiano di Mèrcore. La freccia indica la soglia di uscita del ghiacciaio dal bacino di raccolta. A sinistra, in primo piano, le pendici boscose del Rotunno; in fondo, l'altopiano del Medicale chiude la valle. La sponda delle Grottelle non è visibile.

1

2

3

IL SISTEMA $CaO - Fe_2O_3$

Nota del prof. **Vittorio Cirilli**, *presentata dal socio* **G. Malquori**

(Adunanza del dì 8 novembre 1947)

Sunto. — L'autore ha studiato a mezzo dell'indagine ottica, röntgenografica e magnetica una porzione del sistema CaO-Fe_2O_3 riscontrando delle divergenze con quanto risulta dal diagramma di stato di SOSMAN e MERWIN. Viene confermata la esistenza dei due ferriti $2\,CaO \cdot 3\,Fe_2O_3$ e $CaO \cdot 4\,Fe_2O_3$ individuati precedentemente da HILPERT e KOHLMEYER.

Il primo studio su questo sistema è stato eseguito, molti anni or sono, da S. HILPERT e E. KOHLMEYER [1]), i quali hanno ammesso l'esistenza di cinque ferriti definiti, di composizione compresa tra $3\,CaO \cdot Fe_2O_3$ e $CaO \cdot 4\,Fe_2O_3$ (fig. 1).

In seguito, tale ammissione è stata però ritenuta erronea da R. B. SOSMAN e H. E. MERWIN [2]), secondo i quali esisterebbero unicamente due ferriti, il mono- e il bicalcico (fig. 2). Ad analoghi risultati sono giunti altri studiosi [3]).

Successivamente, B. TAVASCI [4]) ha potuto stabilire che il diagramma di stato di SOSMAN e MERWIN, per il tratto che riguarda la zona più ricca di ossido ferrico del ferrito monocalcico, non dà ragione di quanto si può osservare con l'indagine ottica. TAVASCI, cioè, mentre conferma l'esattezza della parte del diagramma inerente alle composizioni più basiche del ferrito monocalcico, ritiene possibile l'esistenza di un terzo ferrito della composizione: $CaO \cdot 2\,Fe_2O_3$ (fig. 3).

Le divergenze che si notano fra quanto si legge sul diagramma di stato e le temperature di fusione sperimentalmente osservate, sono state rilevate anche da K. REES e H. G. FISK [5]).

A ulteriore chiarimento di questo interessante argomento ho ritenuto utile di indagare nuovamente entro la porzione del diagramma di stato sulla quale la interpretazione dei fatti osservati è tuttora discorde [6]).

[1]) Ber. *42*, 4581 (1909).

[2]) Journ. Wash. Acad. Science, *6*, 532 (1916).

[3]) J. WHITE, R. GRAHAM, R. HAY, Journ. Iron and Steel Inst. *81*, 91 (1935).

[4]) Ann. chim. appl., *26*, 291 (1936).

[5]) Journ. Amer. Cer. Soc., *23*, 185 (1940).

[6]) Debbo notare a questo proposito che recentemente M. A. SWAYZE (Am. J. Sci. — *244*, 1 (1946)) ha stabilito che il ferrito bicalcico fonde congruente, contrariamente a quanto ammesso da SOSMAN e MERWIN, ad una temperatura di 1435°. La

Lo studio è reso complicato dalla possibiiità che l'ossido ferrico, per l'elevata temperatura, si dissoci con perdita di ossigeno. Questa perdita è

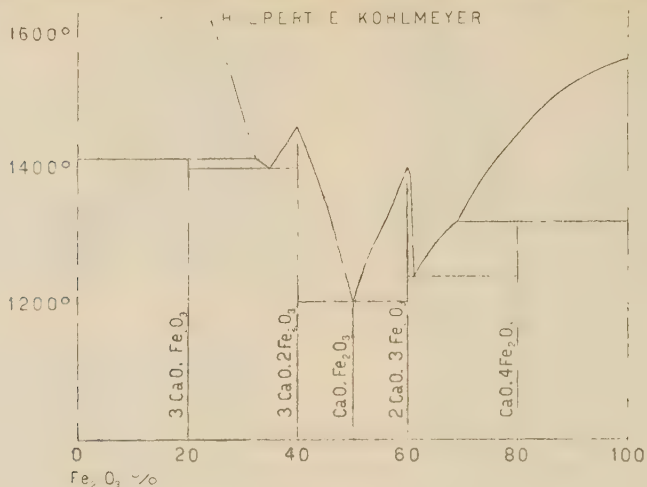



Fig. 1.

stata osservata da HILPERT e KOHLMEYER ed anche da SOSMAN e MERWIN i quali, pur non superando nella zona del diagramma che è in discussione

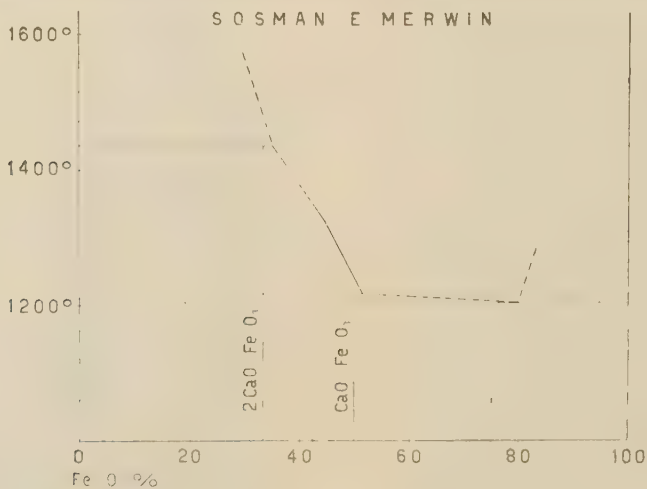



Fig. 2.

temperatura dell'eutettico corrispondente sarebbe di 1425°. Non ho potuto leggere la memoria originale e la notizia la riporto dal recentissimo trattato: — R. H. BOGUE. *The Chemistry of Portland Cement*, Reinhold Publishing Corporation, New-York, 1947.

i 1250°, ritengono tuttavia che le temperature di fusione da loro rilevate possano risultare influenzate dalla presenza di ossido ferroso.

I numerosi lavori [1]) eseguiti per definire il comportamento al riscaldamento dell'ossido ferrico indicano che la tensione di dissociazione di questo uguaglia la pressione parziale dell'ossigeno nell'aria (circa 150 mm. di mercurio) entro l'intervallo 1300°-1400° e quindi solo al disopra di 1300° è possibile la dissociazione del sesquiossido. Verso i 1500° la tensione raggiunge l'atmosfera.

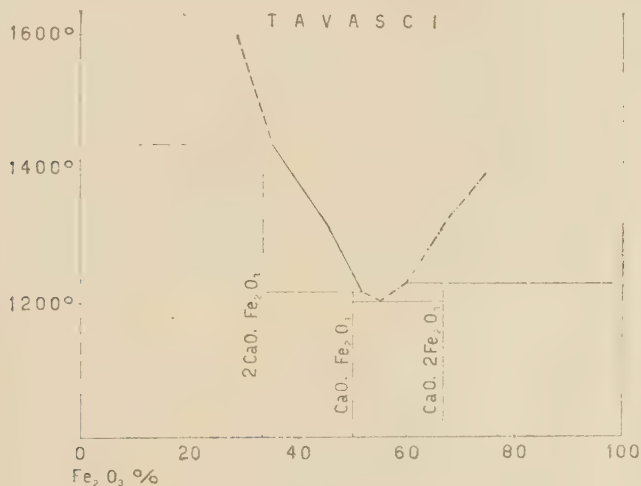



Fig. 3.

Circa il comportamento al riscaldamento di miscugli di ossidi di calcio e di ferro la letteratura riporta i valori relativi ai ferriti mono- e bicalcico.

H. Kühl e R. Rasch [2]) hanno confrontato la dissociazione termica dell'ossido ferrico libero e combinato nei due ferriti misurando la velocità con la quale essi cedono ossigeno quando vengono riscaldati ad una medesima elevata temperatura: 1500°. Tali esperienze, dalle quali si deduce che la tensione di dissociazione dell'ossido ferrico combinato è nettamente inferiore a quella dell'ossido libero, si riferiscono ad una temperatura superiore a quella di fusione (per $CaO.Fe_2O_3$: 1216°, per $2\,CaO.Fe_2O_3$: 1436°).

Per quanto riguarda il ferrito monocalcico i risultati di Kühl e Rasch sono però in contrasto con quanto è stato osservato da J. White, R. Graham e R. Hay [3]), i quali, lavorando con tecnica diversa, hanno stabilito che la

[1]) H. Schenck. *Physikalische Chemie der Eisenhüttenprozesse*. Springer. Berlino. 1932 vol. 1°, pag. 133. — N. G. Schmall, Zt. Elektrochemie, 47, 821 (1941).

[2]) Zement, 20, 812 (1931).

[3]) l. c.

tensione di dissociazione del ferrito monocalcico resta piccola ed inferiore a quella dell'ossido ferrico fino alla temperatura alla quale ha inizio la formazione di liquido. A questa temperatura la tensione raggiunge il valore di circa 210 mm. di mercurio per aumentare poi molto rapidamente fino al valore di una atmosfera fra 1250° e 1300° (valore dedotto da un grafico riportato nel testo).

A causa di questa divergenza dei dati sperimentali ho determinato nuovamente la curva di dissociazione termica del ferrito monocalcico usando un dispositivo sperimentale molto semplice e già da me descritto su questo Rendiconto [1]).

Nella tabella seguente sono riportati i valori che ho determinato, espressi in mm. di mercurio; per confronto indico anche ciò che ho rilevato per l'ossido ferrico da solo.

pO_2 espressa in mm. di mercurio

Fe_2O_3		$CaO . Fe_2O_3$	
1080°	3	1060°	1
1130°	7	1130°	4
1250°	27	1200°	18
1340°	145	1250°	57
1420°	370	1320°	178
1460°	710	1350°	310
1470°	760		

Ho osservato quindi che fino a 1200° la tensione di dissociazione del ferrito è pressocchè uguale a quella dell'ossido ferrico mentre a temperatura più elevata essa è leggermente superiore.

Si noti che, fondendo il ferrito monocalcico a 1216°, l'aumento della tensione di ossigeno deve porsi in relazione con la comparsa di liquido.

Dai valori della tabella si deduce anche che sopra i 1300° non è possibile la preparazione del ferrito monocalcico per riscaldamento all'aria degli ossidi, la tensione di dissociazione diviene infatti maggiore della pressione parziale dell'ossigeno nell'aria.

Le esperienze sopra descritte confermano quelle di WHITE e coll. per quanto questi studiosi abbiano ottenuti valori nettamente più elevati di quelli da me osservati, e dimostrano che fino a 1300° l'ossido ferrico e il ferrito monocalcico non perdono praticamente ossigeno per riscaldamento all'aria.

[1]) vol. XV (1947), pag. 216.

Risulta inoltre che lo studio del diagramma di stato a mezzo dell'analisi termica è poco agevole dato che i più bassi punti di fusione sono da attendersi a temperature non inferiori a 1200° e la temperatura massima di riscaldamento non può superare i 1300°.

Ho, per tale ragione, determinato i pochi punti di fusione che riporterò in seguito, osservando direttamente il comportamento di conetti ottenuti pressando dei miscugli [1]) sottoposti in precedenza ad un prolungato trattamento termico (per provocare, a seguito della reazione allo stato solido, la combinazione dei due ossidi) poco al disotto della temperatura di fusione.

Per le osservazioni ottiche, magnetiche e röntgenografiche gli stessi miscugli sono stati portati, in crogiolo di platino, ad una temperatura di una diecina di gradi superiore a quella di fusione, mantenuti a tale temperatura per circa un'ora, lasciati solidificare lentamente e quindi tolti dal forno e raffreddati rapidamente immergendo il crogiolo nell'acqua.

Le osservazioni ottiche sono state eseguite a mezzo del microscopio metallografico; i provini sono stati lucidati e poi sottoposti ad attacco chimico più o meno prolungato con vari acidi a differente diluizione (le macchie nere che si notano nelle microfotografie riportate sono dovute a vuoti: ingrandimento × 350).

La fotografia 1 (tav. I) si riferisce ad un miscuglio della composizione $5\,CaO + 6\,Fe_2O_3$: si osservano grossi cristalli, costituiti da ferrito monocalcico, immersi in una massa scura eutettica.

Aumentando il quantitativo di ossido di ferro l'indagine micrografica mostra, immersi nella massa eutettica, dei cristalli prismatici allungati di forma nettamente diversa da quelli osservati per il miscuglio precedente (fig. 2, tav. I miscuglio $3\,CaO + 1\,Fe_2O_3$), la posizione dell'eutettico è quindi intermedia tra quella dei due miscugli e prossima a Fe_2O_3 55 % (in molecole), in accordo con il valore indicato da TAVASCI. La temperatura di fusione è di 1203° in accordo con SOSMAN e MERWIN, HILPERT e KOHLMEYER e TAVASCI.

Per il miscuglio della composizione $2\,CaO + 3\,Fe_2O_3$ la temperatura di fusione è di 1215°. L'osservazione microscopica mostra che la massa, dopo lucidatura e senza attacco, non possiede alcun rilievo salvo per piccolissime zone eutettiche; a nicols incrociati si può stabilire la presenza di cristalli anisotropi, differentemente orientati. La tessitura diviene più evidente dopo l'attacco (fig. 3, tav. I); si notano cristalli generalmente allungati e a volte striati per tracce di sfaldatura.

Lo spettrogramma mostra (tav. II) una certa analogia con quello del ferrito monocalcico per quanto si possano rilevare delle sicure differenze

[1]) Ho usato ossido ferrico ottenuto per calcinazione all'aria dell'ossalato ferroso e carbonato di calcio precipitato puro per analisi. Ogni miscuglio corrisponde ad un peso complessivo di circa 20 grammi.

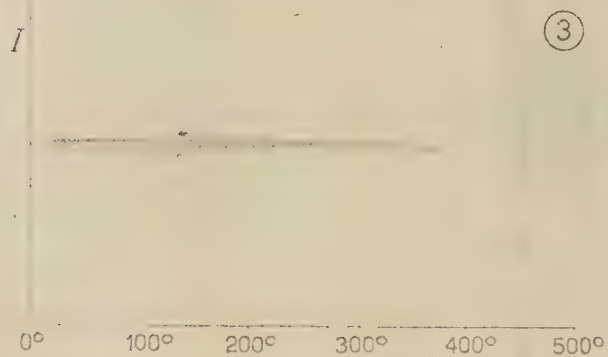
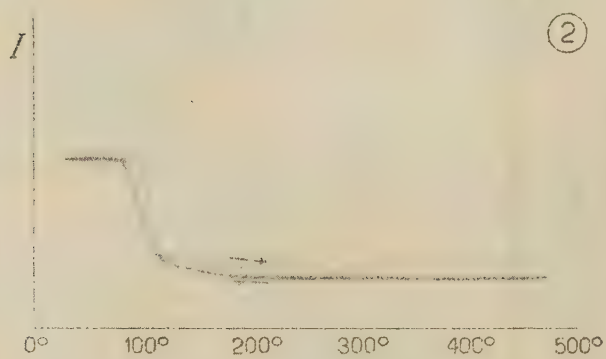
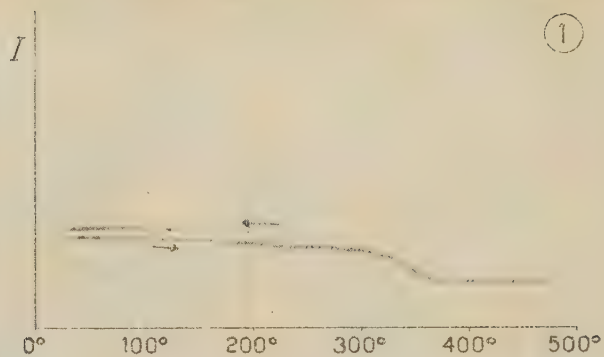
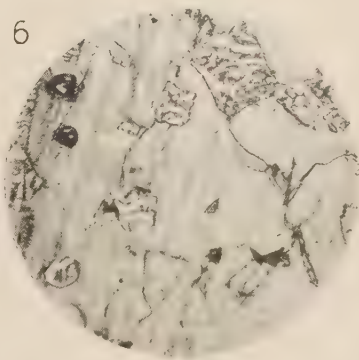
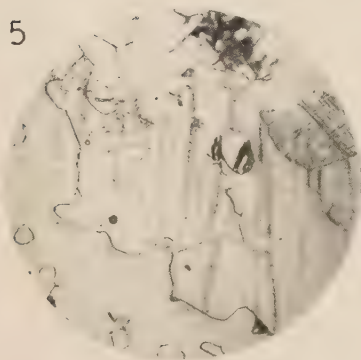
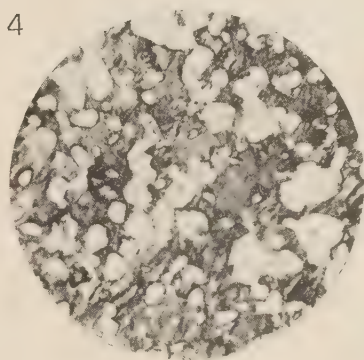
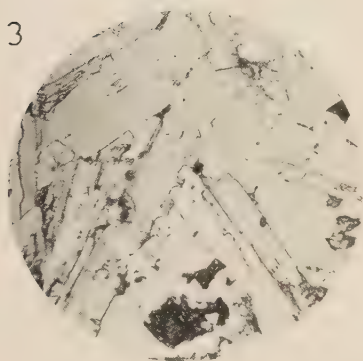
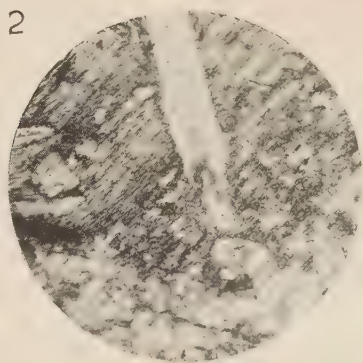
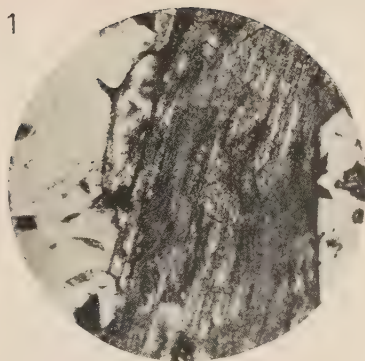
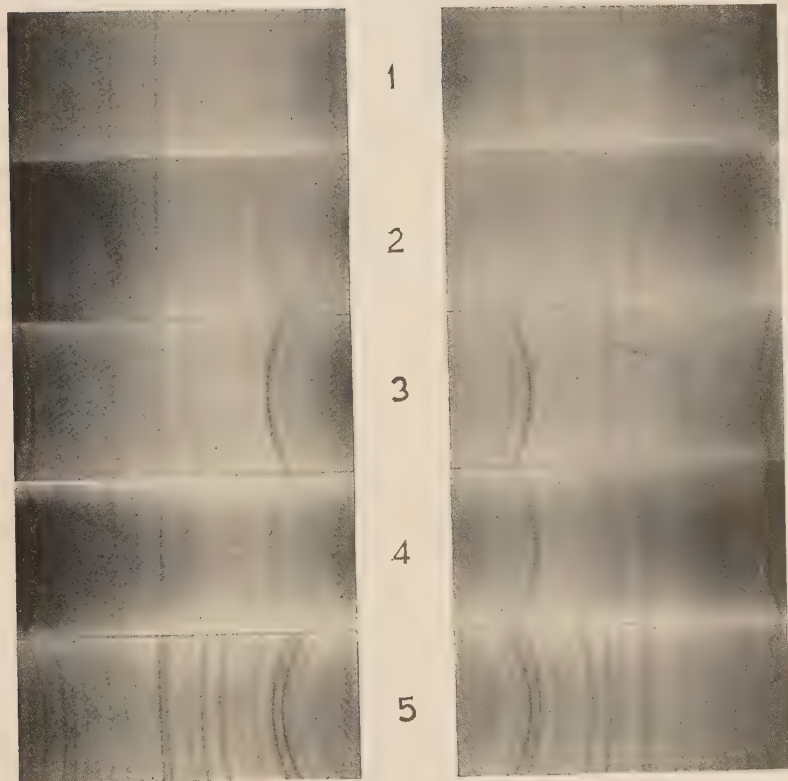



Fig. 4. 1) $CaO \cdot Fe_2O_3$ 2) $2CaO \cdot 3Fe_2O_3$ 3) $CaO \cdot 4Fe_2O_3$

1
2
3
4
5
6

1) $CaO \,.\, Fe_2O_3$
2) $2\,CaO \,.\, 3\,Fe_2O_3$
3) $CaO \,.\, 2\,Fe_2O_3$
4) $CaO \,.\, 4\,Fe_2O_3$
5) Fe_2O_3

nella intensità reciproca delle righe. Del tutto caratteristico è invece il comportamento magnetico: la sostanza possiede una suscettività nettamente più elevata di quella del ferrito monocalcico (in accordo con una osservazione di S. Hilpert e A. Wille [1]) e con un valore massimo dell'ordine $\chi = 0{,}02$ mentre per il ferrito monocalcico è dell'ordine $\chi = 0{,}001$ [2]).

Il punto Curie che per quest'ultimo è di 360°, per il solido della composizione $2\,CaO + 3\,Fe_2O_3$ è nettamente più basso: 110° (fig. 4).

Dall'assieme dei risultati si può affermare che il prodotto della reazione, nelle condizioni indicate, del miscuglio $2\,CaO + 3\,Fe_2O_3$ è un composto definito [3]).

Per la composizione $CaO + 2\,Fe_2O_3$ si osserva che la sezione lucida, non sottoposta ad attacco, è costituita di due tipi di sostanze, ambedue in quantità notevoli, che per semplicità designo con le lettere *a)* e *b)*.

La sostanza *a)* possiede un medio potere riflettente, perfettamente uguale in ogni punto; la sostanza *b)* è nettamente più riflettente e possiede una superficie rugosa ed irregolare. È inoltre di durezza superiore a quella di *a)*.

L'osservazione a nicols incrociati rivela una chiara anisotropia della sostanza *a)*; la sostanza *b)* è invece praticamente isotropa.

L'attacco ha un'azione molto più profonda sulla sostanza *b)* che sulla sostanza *a)*; in corrispondenza di *b)* si osservano infatti delle zone fortemente corrose.

Dopo l'attacco, a nicols incrociati, si osserva che anche il materiale *b)* è sensibilmente anisotropo. Ruotando il piatto del microscopio si notano però solo differenze di illuminazione ma mai estizione. Questo fatto porta a ritenere che la sostanza sia costituita di cristallini di diversa natura, differentemente orientati se pure con una direzione preferenziale. Ciò provoca il formarsi di numerose piccole superfici, variamente inclinate e a diversi livelli; queste superfici, polarizzando la luce per riflessione, in differenti piani, provocano l'effetto di birifrazione notato.

Le osservazioni precedenti e l'aspetto della sostanza *b)* dopo l'attacco portano alla conclusione che questa costituisce un eutettico a tessitura piuttosto fine. L'osservazione a forte ingrandimento mostra anche che una fase è in quantità fortemente predominante sull'altra.

[1]) Z. physik. Chem., B 18, 291 (1932).

[2]) V. Cirilli, Gazzetta Chim. ital., 75, 233 (1945).

[3]) Dall'osservazione della microfotografia risulta che i cristalli del composto $2\,CaO \cdot 3\,Fe_2O_3$ possono presentarsi con potere riflettente leggermente diverso. Basandosi su questa osservazione e sull'aspetto dei cristalli B. Tavasci ha ritenuto che il solido della composizione indicata sia costituito da un miscuglio dei due ferriti $CaO \cdot Fe_2O_3$ e $CaO \cdot 2\,Fe_2O_3$. Dall'assieme delle indagini da me eseguite si deduce invece che tale diversità del potere riflettente e della forma cristallina è da attribuirsi unicamente a differente orientamento.

La fig. 4 (tav. I) mostra l'aspetto del provino dopo l'attacco.

Per il solido della composizione $CaO + 2Fe_2O_3$ lo spettrogramma dei raggi X mostra (tav. II), accanto a quelle del composto $2CaO . 3Fe_2O_3$, delle nuove righe che non possono essere attribuite all'ossido ferrico.

Da quanto sopra risulta che nel diagramma di stato deve comparire un secondo eutettico, la sua posizione corrisponde ad una composizione prossima a $Fe_2O_3 = 61 - 62\%$ e ad una temperatura di circa 1208°.

Per riscaldamento a 1300° del miscuglio $CaO + 4Fe_2O_3$ (20 % CaO) e susseguente lento raffreddamento, si ottiene un solido omogeneo (fig. 5, tav. I) anisotropo, mediamente riflettente e che possiede uno spettrogramma caratteristico (tav. II) [1].

Il nuovo composto è anch'esso ferromagnetico, con una suscettività massima dell'ordine $\chi = 0{,}01$ e possiede un punto Curie prossimo a 400° (fig. 1), in una posizione cioè che permette di differenziarlo sicuramente dal composto $2CaO . 3Fe_2O_3$.

Il ferrito $CaO . 4Fe_2O_3$ fonde incongruente a circa 1300°; la fig. 6 (tav. I) mostra l'aspetto di un solido ottenuto per riscaldamento a 1300° e raffreddato rapidamente. Le zone frastagliate, nettamente più chiare o più scure della massa fondamentale, sono appunto dovute alla presenza di miscuglio peritettico.

L'osservazione röntgenografica dimostra che nel diagramma di stato non compariscono altri ferriti.

Debbo inoltre fare osservare che lo studio termomagnetico dei miscugli ottenuti per cottura di miscele di composizione intermedia tra quella dei tre ferriti considerati in questo lavoro, mostra che i punti Curie da me indicati possono subire degli spostamenti sensibili nel senso che indica la formazione di soluzioni solide.

I solidi dei quali abbiamo fino ad ora trattato sono stati tutti ottenuti per riscaldamento a temperature per le quali era presente fase liquida. La reazione tra ossidi di ferro e di calcio avviene, in tali condizioni, piuttosto rapidamente; a temperature inferiori la velocità di reazione è, come è ovvio molto minore.

Riscaldando insieme i due ossidi nelle proporzioni $CaO/Fe_2O_3 = 2/3$ si, osserva che fino a 1000° non è praticamente possibile ottenere la formazione di un ferrito diverso dal monocalcico; la combinazione dell'ulteriore quantitativo di ossido ferrico si comincia ad osservare verso i 1100°, per quanto

[1] È da notare che Sosman e Merwin avevano osservato che il miscuglio contenente il 25 % di CaO consiste quasi interamente di un solido omogeneo. Essi però ritenevano che questo fosse costituito di un miscuglio eutettico molto intimo di $CaO . Fe_2O_3$ e ossido ferrico.

la combinazione totale anche a questa temperatura richieda varie ore di riscaldamento.

La preparazione del composto $CaO \cdot 4\,Fe_2O_3$ a tale temperatura è ancora più lenta, si osserva però che i solidi così ottenuti possiedono uno spettrogramma ed un comportamento magnetico del tutto analogo a quello descritto per i solidi ottenuti a temperature superiori.

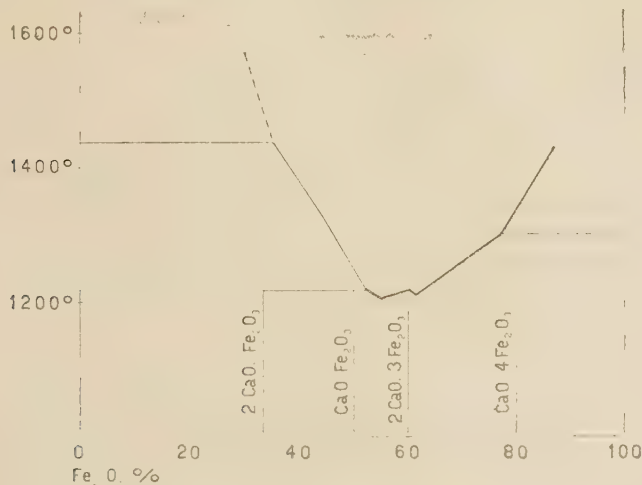



Fig. 5.

Analoghi risultati si ottengono eseguendo il riscaldamento in lenta corrente di ossigeno. Si può quindi escludere che i risultati da me ottenuti si riferiscano ad un sistema nel quale è presente ossido ferroso. Il diagramma di stato di Sosman e Merwin deve essere quindi modificato, e nella figura 5 riporto ciò che, almeno qualitativamente, rappresenta quanto è stato da me osservato. Resta pertanto confermata l'esistenza dei due ferriti: $2\,CaO \cdot 3\,Fe_2O_3$ e $CaO \cdot 4\,Fe_2O_3$ ammessa in precedenza da Hilpert e Kohlmeyer.

Le osservazioni ottiche sono state eseguite in stretta collaborazione con l'ing. L. Vighi dell'Istituto di Geologia applicata e Arte Mineraria di questa Università; i risultati sono stati controllati dal chiarissimo prof. A. Rittmann.

Mi è gradito ringraziare entrambi per la loro cordiale ed efficace assistenza.

Napoli — Istituto di Chimica industriale dell' Università.

GIUSEPPE CHECCHIA RISPOLI

Commemorazione letta dal socio ordinario **Geremia D' Erasmo** *nell' adunanza del dì 6 dicembre 1947.*

Nelle prime ore pomeridiane del 30 ottobre scorso, in Roma, chiudeva improvvisamente la sua esistenza, tutta spesa al servizio della scienza e della scuola, il nostro consocio Giuseppe Checchia Rispoli. Era ritornato da pochi minuti al suo Istituto e si apprestava a partecipare ai lavori di una Commissione di esami allorchè un istantaneo malore lo fece stramazzare al suolo, fulminandolo.

Silenziosamente come era vissuto, Egli si spense così, accanto ai suoi fossili ed ai suoi libri, ai quali aveva dedicato le migliori energie di una vita fervidamente ed instancabilmente operosa.

Nato a Sansevero, in provincia di Foggia, il 21 aprile 1877 dal dott. Giovanni e da Caterina Rispoli, di antica e facoltosa famiglia pugliese, Giuseppe Checchia compì gli studi classici nel liceo di Lucera e quelli universitari a Roma, dove conseguì la laurea in Scienze naturali nel 1900.

Avendo cominciato a frequentare, ancor prima della laurea, assiduamente come volontario l'Ufficio geologico, divenne discepolo prediletto del prof. Giovanni Di Stefano, che l'iniziò alla indagine paleontologica e lo nominò più tardi suo assistente alla cattedra di geologia di Palermo, dove si trasferì nel 1905. Conseguita in quella sede la libera docenza in Geologia e Paleontologia nel 1908, ebbe due anni più tardi l'incarico d'insegnamento della Geografia fisica, che tenne fino al 1914. L'anno successivo, trasferita la libera docenza a Roma, riprese il servizio volontario presso l'Ufficio geologico, dove nel 1921 vinse il concorso come geologo e fu promosso a scelta geologo principale nel 1923. Nel 1918-19 diresse il reparto geologico dell'Istituto sperimentale delle Ferrovie dello Stato e nel 1922 ebbe l'incarico della Paleontologia nell'Università di Roma, che conservò per tre anni, cioè fino alla nomina, per concorso, a straordinario di geologia nell'Università di Cagliari. In Sardegna rimase solo per un biennio, dal 1926 al 1928, perchè chiamato dalla Facoltà di Scienze di Roma ad occuparvi la nuova cattedra di Paleontologia, nella quale conseguì la stabilità nel 1929.

Fu ordinario di tale disciplina fino al 1935, anno in cui passò alla cattedra di Geologia dello stesso Ateneo, rimasta vacante per l'immatura morte di Alessandro Martelli. E tenne la direzione dei due Istituti sino al 1946, sino a quando cioè, riconoscendo di non potere più, sopratutto per le peggiorate condizioni della vista, adempiere da solo, con lo zelo instancabile ch'Egli poneva in ogni ufficio le molteplici mansioni ed attività

dell'uno e dell'altro Istituto, frequentati da un sempre crescente numero di allievi aspiranti alla laurea in Scienze geologiche o in Scienze naturali, tornò volontariamente alla sua prediletta Paleontologia, lasciando la cattedra di Geologia, alla quale la Facoltà chiamò da Palermo il prof. Ramiro Fabiani.

La morte lo ha ghermito a 70 anni, quando Egli, lieto di una recente disposizione legislativa, che gli avrebbe consentito di continuare, ancora per un quinquennio, nell'ambiente universitario la propria attività didattica e scientifica, si era tracciato un piano di ricerche, che comprendevano il completamento dell'illustrazione della fauna echinologica e malacologica della Somalia e la revisione del Terziario della Capitanata, sintesi finale di tutti i suoi studi geologici e paleontologici.

Ma, anche se interrotta quando poteva ancor dare altri buoni frutti, la produzione scientifica di Giuseppe Checchia appare senza dubbio cospicua già ad un esame superficiale, risultando costituita da quasi duecento lavori riflettenti poco meno di mezzo secolo di assidue ricerche, e da cinque fogli della carta geologica al 100.000, uno dei quali ancora in corso di rilevamento.

Dando uno sguardo meno fugace a tale ricca bibliografia, si scorge subito come, pur non mancando argomenti di cultura varia, lavori di geologia stratigrafica, studi relativi ai fenomeni carsici e alla idrologia sotterranea, contributi di morfologia e psammografia, ricerche di paletnologia, recensioni critiche e cenni commemorativi, il massimo dell'attività sia stato assorbito dallo studio dei foraminiferi terziari e degli echinidi fossili: ai primi essendo stati dedicati sopratutto gli anni giovanili, ed ai secondi l'età matura. Non meno di una quarantina di pubblicazioni, che abbracciano il primo trentennio di vita scientifica, si riferiscono infatti ai grossi foraminiferi dei terreni paleogenici e miocenici dell'Italia meridionale e della Sicilia, e più di settanta lavori trattano di echinidi, provenienti da svariate formazioni dell'Italia, della Tripolitania e della Somalia.

Il Checchia fu dunque sopratutto un paleontologo, per vocazione rivelatasi fin dagli anni giovanili e per lunga pratica esercitata con tenacia e costanza attraverso una vita intera: ed uno specialista può definirsi nel campo dell'echinologia fossile, in cui le sue profonde cognizioni gli avevano procacciato larga estimazione fra i più eminenti echinologi delle diverse nazioni, i quali mantenevano con lui attivo scambio di corrispondenza su svariate questioni scientifiche.

Basterebbe ricordare, a tale riguardo, che fra le numerosissime forme studiate, vennero da lui istituite, soltanto nella classe degli echinidi, non meno di 8 generi e di 177 specie nuove. Si tratta dunque di un contributo di conoscenze di prim'ordine, principalmente offerto dallo studio delle bellissime raccolte fatte nelle nostre colonie africane dall'ing. Domenico Zaccagna (1914), dall'ing. Camillo Crema (1920-21), dal comm. Ignazio Sanfi-

LIPPO (1913-1934) e dalla missione geologica dell' A. G. I. P. (1936-39) diretta dal prof. Carlo MIGLIORINI.

Tali materiali, veramente cospicui per copia e varietà di esemplari e per magnificenza di conservazione, dovevano offrire, come difatti offrirono, ad uno specialista sperimentato quale il CHECCHIA, larga messe di osservazioni faunistiche e stratigrafiche e abbondanza di risultati cronologici. Una famiglia, in cui si rivelò particolarmente l'originalità delle ricerche del Nostro commemorato, è quella dei Clipeastri. Gli studi sull'endoscheletro di questi echinidi, sia fossili che viventi, gli permisero di distinguere tre diversi tipi di struttura interna, di completare o rettificare precedenti diagnosi erronee, di stabilire una nuova classificazione e di precisare la filogenesi.

Anche il complesso dei lavori illustranti le faune nummulitiche da lui scoperte in Sicilia e nell' Appennino è particolarmente degno di nota per i risultati nuovi ed importanti, lungamente discussi anche con scienziati stranieri, sulla distribuzione cronologica delle Orbitoidi e sul loro valore stratigrafico.

Alla illustrazione di forme nuove di molluschi e di crostacei, tanto terziari che mesozoici, sono dedicati parecchi altri lavori, fra i quali primeggiano quelli che si riferiscono ai numerosi generi di lamellibranchi e gasteropodi del Maestrichtiano della Tripolitania: formazione, che fornì pure notevoli avanzi di pesci, fra cui particolarmente interessante è un nuovo genere di *Pristidae (Dalpiazia)*.

In due lavori giovanili furono studiati alcuni avanzi di proboscidati della Puglia e della Sicilia; ed in altri, di carattere paletnologico, vennero illustrati oggetti litici dei dintorni di Sansevero e del Gargano.

Argomenti di geologia applicata sono trattati in varie pubblicazioni riguardanti la segnalazione di giacimenti fosfatici in Tripolitania e di argille smettiche in Italia; mentre altri lavori trattano di psammografia di alcune zone litoranee dell' Italia meridionale o di grotte e di altri fenomeni carsici del Gargano.

Un contributo alla storia della scienza è finalmente offerto da un opuscolo, nel quale vengono messi in opportuno rilievo i pregi di una poderosa ma pressochè dimenticata opera, la *Fisica Appula*, scritta sul finire del secolo XVIII da Michelangelo MANICONE, erudito naturalista francescano nativo di Vico Garganico.

Nel campo delle ricerche più strettamente geologiche, è specialmente cospicuo, come si è accennato, il contributo al rilevamento della Capitanata, rappresentato, nella sua sintesi finale, da quattro fogli della carta al 100.000 (M. Sant' Angelo, S. Marco in Lamis, Sansevero, Foggia), editi a cura dell' Ufficio Geologico tra il 1928 e il 1931, e da un quinto (S. Bartolomeo in Galdo) in avanzato corso di preparazione.

Le ricerche stratigrafiche di dettaglio su quella zona dell' Appennino,

effettuate in occasione di tale rilevamento, assorbirono — insieme con la continuazione dei prediletti studi sulla echinofauna cretacica e terziaria africana — gli ultimi anni della vita di CHECCHIA. E furono indagini feconde di importanti ed inattesi risultati, specialmente per la migliore conoscenza dei calcari marnosi chiari, largamente sviluppati in Capitanata, Molise, Irpinia e Basilicata, dei quali furono precisate la estensione e la continuità e venne modificata l'attribuzione cronologica. È noto infatti come questi terreni fossero dapprima concordemente attribuiti all'Eocene in base alla presenza di Nummuliti e altri foraminiferi eocenici, che qua e là in essi si raccolgono. In una serie di note, che vanno dal 1935 al 1945, CHECCHIA potè invece dimostrare, che i fossili (Nummuliti, Ortofragmine, Alveoline, Chapmanine, Lepidocicline ecc.), creduti in posto, sono per contrario rimaneggiati, presentando spesso ancora tracce della loro roccia originaria e rivelandosi pertanto più antichi della brecciolina che li contiene. I nuovi dati geologici e paleontologici gli permisero perciò di ringiovanire assai quella formazione calcareo-marnosa, che venne riferita al Miocene medio.

Se questi sono, per sommi capi, i principali risultati dell'attività scientifica, altri meriti Egli acquistò nel campo didattico ed organizzativo universitario. Una prima prova di tale sua attivissima opera si ebbe già nel biennio passato a Cagliari, dove seppe dare all'Istituto ancora nascente una maggiore consistenza ed una migliore sistemazione. Ma ancor più essa rifulse a Roma, allorchè dai vecchi ed angusti locali della Sapienza gli Istituti di Geologia e di Paleontologia si trasferirono nella nuova degna sede della Città Universitaria. Ivi le importanti collezioni litologiche e paleontologiche, costituite ed incrementate, dal 1864 in poi, ad opera soprattutto di PONZI, MICHELOTTI, PORTIS e tanti altri, nonchè dello stesso CHECCHIA ebbero opportuna sistemazione e vennero messe in valore con la esposizione in ampi locali ed adatte vetrine. Disgraziatamente in questi ultimi anni le offese belliche non risparmiarono l'Istituto geologico romano; e nel bombardamento aereo del 19 luglio 1943 parecchie preziose collezioni paleontologiche andarono inesorabilmente perdute. Assai grave fu, in quella circostanza, il dolore di Giuseppe CHECCHIA, che scriveva agli amici lettere accorate, deploranti la perdita del materiale scientifico faticosamente accumulato ed amorosamente ordinato e l'impossibilità di un recupero o di una sostituzione.

Benchè schivo, per innata modestia, di ogni onore, Giuseppe CHECCHIA era assai apprezzato nel mondo scientifico, e parecchi Sodalizi lo vollero socio. Oltre che della nostra Accademia, alla quale apparteneva, dal 18 dicembre 1938, in qualità di corrispondente della Sezione di Scienze naturali e a cui volle dare subito un attestato di attaccamento e di devozione presentando per l'inserzione negli Atti una memoria *Su alcuni clipeastri miocenici della Calabria*, Egli era socio corrispondente dell'Accademia nazionale dei Lincei, dell'Accademia Peloritana di Messina, dell'Accademia

Gioenia di Catania, dell' Accademia delle Scienze naturali ed economiche di Palermo Presidente della Commissione geologica del Consiglio Nazionale delle Ricerche, membro della Commissione dell' Ufficio Geologico, consigliere dell' Istituto di Antropologia e dell' Istituto di Paleontologia Umana, membro del Consiglio di Amministrazione della Stazione di Patologia vegetale, era Presidente designato per il 1948 della Società Geologica Italiana. Fu Commendatore della Corona d' Italia, Cavaliere dei Santi Maurizio e Lazzaro, Cavaliere della Stella d' Italia al merito coloniale, Stella d' argento al merito della Scuola, Gran Croce dell' Ordine Costantiniano di San Giorgio e Cavaliere dell' Ordine Militare di S. M. di Bethlhem.

Amato da tutti per la sua straordinaria bontà e gentilezza d'animo pari alla grande modestia, studioso serio, insegnante sobrio ed efficace, gentiluomo perfetto ed amico carissimo, lascia di sè vivo ricordo e mesto rimpianto. Ma l'opera sua non muore: resta nella memoria degli estimatori, dei colleghi e dei discepoli e si perpetua nel progresso della scienza geo-paleontologica italiana, alla quale Egli dedicò il meglio della sua attività e della sua dottrina.

Commemorando, il 13 gennaio 1918, nell'adunanza invernale della Società geologica Giovanni Di Stefano, Checchia affermava che il suo maestro non solo aveva dispensato ai discepoli i tesori del suo grande ingegno, ma si era altresì sforzato di formare nei giovani un carattere, dando a modello della loro vita la sua, « fatta di somma rettitudine, di grande modestia e di lavoro tenace ». Giudicando oggi obbiettivamente la vita e l' opera del discepolo, non possiamo non rilevare come queste tre appunto siano state le qualità più peculiari e spiccate del suo carattere; e più vivo si fa in noi il rimpianto per la grave perdita. Inchiniamoci reverenti alla buona, cara, dolce memoria di Lui!

PUBBLICAZIONI

di GIUSEPPE CHECCHIA RISPOLI

ABBREVIAZIONI

B. C. G. I.	= Boll. Com. Geol. Ital.	M. C. G. I.	= Mem. per serv. descr. carta geol. d' It.
B. P. I.	= Bull. Paletn. Ital.	M. D. C. G.	= Mem. descritt. carta geol.
B. S. G. I.	= Boll. Soc. Geol. Ital.	M. S. G. I.	= Mem. Soc. Geol. It.
B. S. Z. I.	= Boll. Soc. Zool. Ital.	P. I.	= Palaeont. Italica
B. U. G. I.	= Boll. Uff. Geol. d' It.	R. A. I.	= Rend. Acc. d' It.
G. S. N. E.	= Giorn. Sc. nat. ed econ.	R. A. L.	= Rend. Acc. Lincei
M. A. I.	= Mem. Accad. d' It.	R. I. P.	= Riv. It. di Paleont.
M. A. L.	= Mem. Accad. Lincei	R. S.	= La Ricerca Scient.

Escursione geologica ai Colli Laziali. Boll. d. Naturalista, a. XIX. Siena, 1899.

Contributo alla Paletnologia della Capitanata. L'Alba, n. 29 e 35. Sansevero, 1900.

Sull' « Elephas (Euelephas) antiquus » Falc. nei dintorni di Sansevero. B. S. Z. I., s. 2ª, a. IX, 1900.

Nuove osservazioni sulla fauna triassica della Punta delle Pietre Nere presso il lago di Lesina (Capitanata). B. S. G. I., XX, 1900.

Una escursione alla grotta del M. Nero nel Gargano. 1901.

Attraverso il Gargano. 1901.

Intorno al lavoro del dott. C. Airaghi sull'echinofauna terziaria del Piemonte e della Liguria. R. I. P., VIII, 1902.

Gli echinidi eocenici del Monte Gargano. B. S. G. I., XXI, 1902.

Osservazioni sull' apparecchio apicale di alcuni echinidi appartenenti alla famiglia degli « Spatangidae ». B. S. Z. I., s. 3ª, a. XI, 1902.

Nuove ricerche paletnologiche nella Capitanata. B. P. I., XXVIII, 1902.

Nuova contribuzione alla echinofauna eocenica del M. Gargano. B. S. G. I., XXII, 1903.

Sopra un crostaceo dei tufi calc. postplioc. dei dintorni di Palermo. B.S.G.I., XXII, 1903.

Osservazioni geologiche lungo la valle del Fortore in Capitanata. B. S. G. I., XXIII, 1904.

Il Miocene dei dintorni di Cagnano-Varano sul Gargano. B. S. G. I., XXIII, 1904.

I calcari di S. Giovanni in Piano presso Apricena in prov. di Capitanata. B. S. G. I., XXIII, 1904.

I foraminiferi eocenici del gruppo del Monte Iudica e dei dintorni di Catenanuova (Catania). B. S. G. I., XXIII, 1904.

L' « Harpactocarcinus punctulatus » Desmarest dell' Eocene di Peschici nel M. Gargano. B. S. Z. I., s. 3ª, XIV, 1904.

Recensione del lavoro di J. Lambert, *Descr. des Échin. crét. de la Belg. I. Étude monogr. sur le gen. Echinorys.* R. I. P., X, 1904.

Sull' Eocene di Chiaromonte-Guelfi in prov. di Siracusa. R. A. L., s. 5ª, XIV, 1905.

L' « Atelecyclus rotundatus » Olivi fossile nel Postpliocene dei dintorni di Palermo. Il nat. Sic., a. XVII. Palermo, 1905.

Il gen. Arbacina trovato vivente la prima volta in Italia. Il Nat. Sic., a. XVII. Palermo, 1905.

Un nuovo rinvenimento di Lepidocyclina nell' Eocene della Sicilia. Il Nat. Sic., a. XVII. Palermo, 1905.

Le grotte del Promontorio garganico. Boll. Circ. Escurs. « L. Pilla », a. I, 1905.

Leopoldo Pilla ed il Gargano. In memoria di commilitoni e di geologi nel I centenario della nascita di L. Pilla. Campobasso, 1905.

Contributo alla conoscenza del Pliocene della Capitanata. L' escursionista merid., a. I. Avellino, 1905.

Osservazioni sulle Orbitoidi. R. I. P., a. XI, 1905.

Gaetano Giorgio Gemmellaro. La Sicilia Universitaria, a. I. Palermo, 1905.

I crostacei dell' Eoc. dei dintorni di Monreale in prov. di Palermo. G. S. N. E., XXV, 1905.

Sopra alcune alveoline eoceniche della Sicilia. P. I., IX, 1905.

Sulla diffusione geologica delle Lepidocicline. B. S. G. I., XXV, 1906.

Di alcune Lepidocicline eoceniche della Sicilia. R. I. P., XII. 1906.

Sull' Eocene di Capo S. Andrea presso Taormina. R. A. L., s. 5ª, XV. 1906.

Gli echinidi viventi e fossili della Sicilia. Parte I. *Gli echinidi viventi sulle coste della Sicilia.* P. I., XII, 1906.

Prima nota sulle Orbitoidi del sistema Cretaceo della Sicilia (In collaborazione col dott. M. Gemmellaro). G. S. N. E., XXVI, 1907.

Sulla provenienza di alcune Lepidocicline dei dintorni di Termini Imerese (Palermo). G. S. N. E., XXVI. 1907.

Nota preventiva sulla serie nummulitica dei dintorni di Bagheria e di Termini Imerese in prov. di Palermo. G. S. N. E., XXVI. 1907.

Sopra un crostaceo dell' Eocene medio dei dintorni di Bagheria, in prov. di Palermo. B. S. G. I., XXVI. 1907.

Gli echinidi viventi e fossili della Sicilia. Parte II. *Gli echinidi del piano Siciliano dei dintorni di Palermo.* P. I, XIII. 1907.

Luigi Seguenza. Il Naturalista Siciliano, a. XX. Palermo. 1909.

Seconda nota sulle Orbitoidi del sistema Cretaceo della Sicilia (In collaborazione col dott. M. Gemmellaro). G. S. N. E, XXVII, 1909.

La serie nummulitica dei dintorni di Termini Imerese. Parte I. *Il vallone Tre Pietre.* G. S. N. E., XXVII, 1909.

La serie nummulitica dei dintorni di Termini Imerese. Parte II. *La regione Cacasacco.* G. S. N. E, XXVII. 1909.

Nuova contribuzione alla conoscenza delle Alveoline eoceniche della Sicilia. P. I., XV, 1909.

Luigi Seguenza. Cenni commemorativi. B. S. G. I., XXVIII. 1910.

L' esistenza del Cretaceo sul M. S. Giuliano presso Trapani. B. S. G. I., XXVIII, 1910.

Sull' esistenza dell' Oligocene nella regione del M. Iudica (Catania). R. A. L., XIX, 1910.

Stazione neolitica dei dintorni di S. Severo (Capitanata). B. P. I., XXXVI, 1910.

Sul Miocene di alcune regioni della Sicilia occidentale. Atti Soc. It progr. Sc., IV Riun. (Napoli, 1910). Roma, 1911.

La serie nummul. dei dintorni di Bagheria in prov. di Palermo. G.S.N E., XXVIII, 1911.

Sull' Oligocene dei dintorni di Campofiorito in prov. di Palermo. G. S. N. E., XXVIII. 1911.

Sul Miocene medio di alcune regioni delle prov. di Palermo e di Girgenti. G. S. N. E., XXVIII, 1911.

Osservazioni geologiche sull' Appennino della Capitanata. Parte I. G. S. N. E., XXIX, 1912

Sopra alcuni molluschi eocenici della Sicilia. G. S. N. E, XXIX, 1912.

Marmitte di eros. marina lungo la costa di Castell. del Golfo. G.S.N.E., XXX. 1913.

Sopra alcuni echinidi oligocenici della Cirenaica. G. S. N. E., XXX, 1913.

Osservaz. geologiche sull' Appennino della Capitanata. Parte II. G. S. N. E., XXX. 1913.

I foraminiferi dell' Eoc. dei dintorni di S. Marco la Catola in Capitanata. P. I. XIX. 1913.

Sopra alcuni echinidi del Cretaceo superiore della Tripolitania raccolti dal cav. I. Sanfilippo. G. S. N. E., XXX, 1914.

Osservazioni geolog. sull' Appennino della Capitanata. Parte III. G. S. N. E. XXX. 1914.

Nuove osservazioni sulla formazione pliocenica di Apricena (Capitanata). Sul « Pecten rhegiensis » Seguenza del Pliocene garganico. G. S. N. E., XXX, 1914.

Sul « Mastodon angustidens Cuvier » dei dintorni di Bargio in prov. di Girgenti. G. S. N. E., XXX, 1914.

Bibliografia geol. e paleont. della Capitanata. Sc. Tip. Colonia S. Martino. Palermo, 1914.

La conca di S. Egidio sul Gargano. « Il Foglietto », a. XVIII, n. 2. Lucera, 1915.

A proposito di una recente nota del dott. P. Oppenheim dal titolo: « Alttertiäre Korallen vom Nordrand der Madonie in Sizilien ». R. I. P., XXI, 1915.

Il Miocene dei dintorni di S. Giovanni Rotondo (Capitanata). B. S. G. I., XXXIV, 1915.

Enrico Carapezza. Brevi cenni necrologici. B. S. G. I., XXXIV, 1915.

Sopra alcuni echinidi del Cretacoo superiore della Tripolitania raccolti dall' ing. D. Zaccagna. B. C. G. I., XLV (1915), 1916.

L' Eocene dei dintorni di Roseto Valfortore e considerazioni sulla sua fauna. B. C. G. I. XLVI, 1916.

Sui terreni terziari inf. del versante settentr. delle Madonie. M.C.G.I., VI, p. 2ª, 1916.

Alcune notizie sul laghetto di Biccari in Capitanata. Boll. Soc. Geogr. It., s. 5ª, vol. V. Roma, 1916.

Osservaz. geologiche sull'Appennino della Capitanata. Parte IV. B.S.G.I., XXXV, 1916.

Per la conoscenza del fenomeno carsico nel Gargano. B. S. G. I., XXXV, 1916.

Su alcune rocce a foraminifere dell'Eoc. medio della Capitanata. B.S.G.I., XXXV, 1916.

Su alcuni echinidi eocenici del Monte Gargano. B. S. G. I., XXXV, 1916.

Osservazioni geologiche nei dintorni di Vico (Gargano). R. A. L., s. 5ª, XXV, 1916.

I terrazzi delle pendici merid. del M. Gargano. La Geografia, a. IV. Novara, 1916.

Un frate naturalista pugliese del secolo XVIII. « Il Foglietto », XIX. Lucera, 1916.

Gli echinidi viventi e fossili della Sicilia. Parte III: *Appendici alle parti I e II.* P. I., XXI, 1916.

Gli echinidi viventi e foss. della Sicilia. Parte IV: *Echinidi pliocenici.* P. I., XXII, 1916.

Gli echinidi viventi e foss. della Sicilia. Parte V: *Echinidi miocenici.* P. I., XXIII, 1917.

Gli echinidi viventi e foss. della Sicilia. Parte VI: *Echinidi eocenici.* P. I., XXIII, 1917.

Osservaz. geologiche sull' Appennino della Capitanata. Parte V. B. S. G. I., XXXVI, 1917.

Sull' estensione del Miocene nella regione settentrionale del Promontorio garganico. B. S. G. I., XXXVI, 1917.

« Distefania », nuovo genere di Brachiuro del Cenomaniano della Sicilia. B. S. Z. I. s. 3ª, III, 1917.

« Zuffardia », nuovo genere di echinide del Senoniano della Tripolitania. R. A. L., s. 5ª. XXVI, 1917.

Giovanni Di Stefano. Cenni biografici. Miniera Italiana, a. II, n. 2. Roma, 1918.

Giovanni Di Stefano. B. S. G. I., XXXVI (1917), 1918.

L' Eocene ed il Miocene di Sciacca. R. A. L., s. 5ª, XXVII, 1918.

Sulle sabbie ferrifere del litorale pugliese a sud del Promontorio garganico. R. A. L., s. 5ª, XXVII, 1918.

Sul Miocene del Monte Gargano. B. S. G. I., XXXVII, 1918.

Su alcuni Rhabdocidaris ed in particolar modo sul « R. remiger » Ponzi sp. del Monte Vaticano (Roma). B. S. G. I., XXXVIII, 1919.

Osservazioni geologiche sul M. Gargano. R. A. L., s. 5ª, XXVIII, 1919

Echinidi cretacei della Tripolitania. In Zaccagna D., *Itinerari geologici nella Tripolitania occidentale.* M. D. C. G., XVIII. 1919.

Sopra due echinidi del Cenomaniano del Sinai raccolti dall' ing. E. Cortese. B. C. G. I., XLVII (1919), 1920.

Di una nuova forma di pettinide del Miocene medio. B. S. G. I., XXXIX, 1920.

« *Trachyspatagus Lamberti* », *nuovo echinide del Miocene sardo.* B. S. G. I., XXXIX, 1920.

Nuove osservazioni geologiche sul M. Gargano. B. S. G. I., XXXIX, 1920.

Sul « Cidaris affinis » Philippi. B. S. Z. I., s. 4ª, I, 1920.

Osservaz. sulla morfologia interna dei Clipeastri e loro classificazione. P. I., XXVI, 1920

Fauna del Neocretacico della Tripolitania. Echinidi. M. C. G. I., VIII, 1921.

I pteropodi del Miocene garganico. B. C. G. I., XLVIII, 1921.

Sulla distribuzione geologica delle Orbitoidi. B. C. G. I., XLVIII, 1921.

Mariano Gemmellaro. Cenni biografici. R. I. P., XXVII, 1921.

Le sabbie ferrifere italiane (in collaborazione con A. Stella). Miniere di ferro in Italia. Torino-Genova, Lattes, 1921.

Gli echinidi del Pliocene di Anzio. M. C. G. I., IX, 1923.

Sopra due Clipeastri del Miocene medio della Sardegna. B. U. G. I., XLIX, 1923.

Sulla distribuzione stratigrafica delle Miogipsine. B. U. G. I., XLIX, 1923.

Sulla « Nummulites Molli » d' Archiac dell' Eocene del Promontorio garganico. B. U. G. I., XLIX, 1923.

Sopra alcuni Pettinidi neogenici della Capitanata. B. U. G. I., XLIX, 1923.

Salvatore Scalia. Cenno biografico. R. I. P., XXIX, 1923.

Sui primi fossili cretacei della Somalia italiana. B. U. G. I., L, 1925.

Sull' età di alcuni calcari dei dintorni di Cagnano Varano (Gargano). B.U.G.I., L, 1925.

Illustrazione dei Clipeastri miocenici della Calabria. M. C. G. I., IX, 1925.

Considerazioni paleontologiche sull' Eocene dei dintorni di Castelluccio Valmaggiore (Capitanata). M. A. L., s. 6ª, I, 1925.

Sugli echinidi cenozoici della Cirenaica raccolti dall' ing. C. Crema. R. A. L., s. 6ª, II, 1925.

Sulla diffusione verticale delle « Orbitoides s. str. ». R. A. L., s. 6ª, II. 1925.

Nuove osservazioni sulla struttura interna dei Clipeastri. P. I., XXIX (1923), 1926.

Su di un calcare pliocenico a « Ditrupa » della Capitanata. B. U. G. I., LI, 1926.

Sul « Clypeaster pliocenicus » Seguenza della Calabria. B. U. G I., LI, 1926.

Osservazioni geologiche sull' isola S. Nicola di Tremiti (M. Adriatico). B. U. G. I., LI, 1926.

Illustrazione degli echinidi cenozoici della Cirenaica raccolti dall' ing. C. Crema: I. *Generi Lovenia e Vasconaster.* B. U. G. I., LI, 1926.

Illustrazione degli echinidi cenozoici della Cirenaica ecc.: II. *Generi Hypsoclypus ed Echinolampas.* B. U. G. I., LI, 1926.

Illustrazione degli echinidi cenozoici della Cirenaica ecc.: III. *Generi Schizaster e Trachyaster.* B. U. G. I., LII, 1927.

Illustrazione degli echinidi cenozoici della Cirenaica ecc.: IV. *Generi Stolonoclypus, Clypeaster e Tetrodiscus.* B. U. G. I., LII, 1927.

Di alcune nummuliti eoceniche della Marmarica. B. U. G. I., LIII, 1928.

Sopra alcuni « Stolonoclypus » del Miocene medio della Sardegna. B. U. G. I., LIII, 1928.

Su di una nuova Chlamys (C. adriatica) del Mioc. delle is. Tremiti. B.U.G.I., LIII, 1928.

Illustraz. degli echin. cenoz. della Cirenaica ecc., V. Gen. Fibularia. B.U.G.I., LIV, 1929.

Su di un caso di tetrameria in un echinide exocisto. R. A. L., s. 6ª, XI, 1930.

Sul genere « Noetlingaster » Vredenburg. B. U. G. I., LV, 1930.

Su di un echinide tetramero del Cretaceo della Tripolitania. B. S. G. I., XLIX, 1930.

Sopra alcuni Spatangoidi del Maestrichtiano della Tripolitania. B. U. G. I., LVI 1931.

Nuove osservazioni sulla fauna nummulitica dei dintorni di Castelluccio Valmaggiore (Capitanata). B. U. G. I., LVI, 1931.

Nuove osservazioni sul genere « Noetlingaster » Vredenburg. B. U. G. I., LVI, 1931.

Illustrazione di alcuni echinidi del Maestrichtiano della Tripolitania raccolti da Ignazio Sanfilippo. M. S. G. I., I, 1931.

Alessandro Portis (Necrologio). Annuario Univ. di Roma (1931-32). Roma, 1932.

Nuovi dati paleontologici sul Miocene del Promontorio garganico. B. S. G. I., LI, 1932.

Su alcuni echinidi cretacei della Tripolitania. M. A. I., III, 1932.

« Sanfilippaster », nuovo genere di echinide del Cretaceo superiore. R.A.L., s. 6ª, XV, 1932.

La ittiofauna del Maestrichtiano della Tripolitania e la sua importanza per la ricerca dei fosfati. Per. di Mineralogia, a. III, Roma, 1932.

Echinidi regolari del Maestrichtiano della Tripolitania. B. U. G. I., LVII, 1932.

Sopra un Psammechinus del Pliocene di Anzio (Roma). B. U. G. I., LVII, 1932.

Echinidi cretacei della Tripolitania. B. U. G. I., LVIII, 1933.

Di un nuovo genere di « Pristidae » del Cret. superiore della Tripolit. M. A. I., IV, 1933.

Una nuova Trilobite del Cambriano di Sardegna (Olenopsis Bruttii). M. S. G. I., I, 1933.

Illustrazione dei molluschi maestrichtiani della Tripolitania raccolti da I. Sanfilippo: I. Genere Plicatula. B. S. G. I., LIII, 1934.

Illustrazione dei molluschi maestrichtiani della Tripolitania ecc.: II. Generi Venericardia, Crassatella, Corbis. B. S. G. I., LIII, 1934.

Commemorazione di Alessandro Martelli. B. S. G. I., LIII, 1934.

Scoperta di giacimenti fosfatici in Tripolitania. R. S., a. V, II, 1934.

Alessandro Martelli (Necrologio). Ann. Univ. Roma (1934-35). Roma, 1935.

Illustrazione dei molluschi maestrichtiani della Tripolitania ecc.: III. Generi Lucina, Corbula, Cardium. B. S. G. I., LIV, 1935.

Su alcune « Eriptycha » del Cretaceo superiore della Tripolitania. B. S. G. I., LIV, 1935.

Su una formazione miocenica dell' Appennino della Capitanata. R. A. L., XXII, 1935.

Su alcune « Bullidae » del Cretaceo superiore della Tripolitania. B. S. G. I., LV, 1936.

Su di una echinofauna plioc. dei dintorni di Lentini (Siracusa). R.A.L., XXIII, 1936.

Su alcuni echinidi della Sicilia. B. S. G. I., LV, 1936.

Cenni preliminari su giacimenti di argille smettiche in Italia. (In collab. con M. Taricco). R. S., a. VII, II, 1936.

Osservazioni sulla serie cenozoica dell' Appennino pugliese. R. A. L., s. 6ª, XXV, 1937

Su alcuni Ceritidi del Cretaceo superiore della Tripolitania. B. S. G. I., LVI, 1937.

« Libycerithium », nuovo genere del Maestrichtiano della Tripolitania. B. S. G. I., LVI, 1937.

Di alcuni Clipeastri del Miocene del M. Gargano. B. S. G. I., LVII, 1938.

Appunti di echinologia fossile siciliana. B. S. G. I., LVII, 1938.

Osservazioni sulla struttura del guscio dei Clipeastri Nota I. R. A. L. s. 6ª, XXVIII, 1938.
Su alcuni Clipeastri miocenici della Calabria. Atti Acc. Sc. fis. e mat., s. 3ª, vol. I. Napoli. 1939.
Osserv. geol. prelimin. lungo la valle del Celone (Capitanata). R.A.L., s. 6ª, XXIX, 1939.
Su alcuni echinidi del Malm della Sicilia. Boll. Soc. Sc. nat. ed econ. Palermo, 1940.
Nuovi dati sulla fauna echinitica del macco di Nettunia. R. A. I., s. 7ª, II, 1941.
Osservazioni geologiche sull' Appennino pugliese. R. A. I., s. 7ª, II, 1941.
Osservazioni su alcuni generi di Antillasterinae. R. A. I., s. 7ª, II, 1941.
Sul genere « Pseudopygurus » Lambert. R. A. I., s. 7ª, II, 1941.
Megalocrinus, nuovo genere di echinide dell' Eocene della Migiurtinia. R. A. I., s. 7ª, III, 1942
Osservazioni geologiche nei dintorni di Biccari. M. A. I., XIII, 1942.
Osservazioni su alcuni Pseudodiademinae. R. A. I., s. 7ª, IV, 1943.
Brissoidi eocenici della Migiurtinia. M. A. I., s. 6ª, XIV, 1943.
Nuovi dati su una formazione miocenica dell' Italia meridionale. B. U. G. I., LXVIII, 1945.
Di due nuovi generi di echinidi del Cretaceo della Somalia. B. U. G. I., LXVIII, 1945.
Ricerche sulle sferuliti di selce nella formaz. neocom. del M. Gargano. R.S., a. XV, 1945.
Su alcuni resti di crostacei brachiuri dell' Eocene della Migiurtinia. B.U.G I., LXIX, 1946.
Rettifica di nomenclatura. B. U. G. I., LXIX, 1946.
Nuove osserv. geol. sulla serie attrav. dal fiume Celone (Capitanata). R.A.L., s. 8ª, I, 1946.
Monografia degli « Epiaster » della Somalia italiana. M. A. L., s. 8ª, I, 1947.
Su alcuni echinidi eocenici della Migiurtinia. B. U. G. I., LXX (1945-46), 1947.
Sul genere « Brissopatagus » Cotteau. R. A. L., s. 8ª, II, 1947.
Sull' esistenza del Maestrichtiano nella Migiurtinia. R. A. L., s. 8ª, II, 1947.
Serafino Cerulli-Irelli (Cenni biografici). B. S. G. I., LXV (in corso di stampa).
Su alcuni « Pseudodiademinae » del Cretaceo della Somalia. M. A. L. (in corso di stampa).
Pygasteridi del Cenomaniano della Somalia. R. A. L. (in corso di stampa).
« Salenia Hawkinsi », nuovo echinide del Cenomaniano della Somalia. R. A. L. (in corso di stampa).

Carte geologiche

S. Marco in Lamis. Foglio 156 della Carta geol. al 100.000.			Roma, 1928.
Monte S. Angelo. Foglio 157	id.	id.	Roma, 1928.
San Severo. Foglio 155	id.	id.	Roma, 1932.
Foggia. Foglio 164	id.	id.	Roma, 1934.
S. Bartolomeo in Galdo. Foglio 163	id.	id. (in corso di rilevamento)	

Contributo alla conoscenza della malacofauna delle ligniti di Colle dell'Oro presso Terni

Nota di **Felice Ippolito**, *presentata dal socio* **G. D'Erasmo**

(Adunanza del dì 6 dicembre 1947)

Sunto. — Si studia una fauna di molluschi rinvenuta nella miniera di lignite del Colle dell'Oro (Terni). Sono presenti le forme *Melanopsis nodosa* Feruss., *Melanopsis nodosa duonodulosa* n. var., *Potamides bicintus* Br. sp., *Cerastoderma edule* L., *Cerastoderma edule contortula* Sacco, *Cerastoderma Lamarcki* Reeve, *Cerastoderma Lamarcki umbonata* Wood, non segnalate precedentemente in tale località.

PREMESSA

Il giacimento lignitifero del Colle dell'Oro, presso Terni, oggetto di sfruttamento industriale da molti anni, è sovente menzionato nella letteratura scientifica non tanto per il combustibile fossile che vi si estrae, quanto per le varie segnalazioni di elementi faunistici atti a fornire dati sull'età e sulla *facies* della formazione.

Come fu a suo tempo dimostrato dal Tuccimei [1], in base a considerazioni d'ordine stratigrafico e paleontologico, la fine del Pliocene coincise, per l'Umbria, con una fase di sollevamento. Infatti a sud ovest dei monti di Narni, il mare pliocenico era popolato da una fauna tipicamente marina, da attribuire evidentemente al Calabriano di Gignoux [2], mentre all'interno della conca di Terni, ed in quella limitrofa di Rieti, sedimentavano assise abbastanza potenti di terreni a *facies* salmastra o tipicamente continentali.

Le varie successive condizioni che si instaurarono via via nella zona, consentirono, a tratti ed in diversa misura, l'avanzare del mare all'interno di quello che fu, secondo il Lotti [3], il « lago Tiberino » e che invece dovè avere caratteristiche di laguna, nella quale la salinità variava saltuariamente ed irregolarmente fino a valori anche molto elevati, sì da rendere possibile l'insediamento di quelle faune tipicamente marine, segnalate da Terrenzi [4] come provenienti da trivellazioni eseguite fino a limitata profondità a nord-est di Narni. L'esame della carta geologica, rilevata dallo stesso Lotti ed allegata alla di lui monografia sull'Umbria [3], mostra infatti chiaramente la possibilità che il mare entrasse in questa vasta laguna, quasi a formare in qualche momento un golfo, non solo dalla stretta di Narni e

dalla incisione esistente tra Terni e Poggio Mirteto, ma anche da nord-ovest, a settentrione cioè dei rilievi cretacici del M. Peglia [1]).

Le possibilità che il mare pliocenico si insinuasse nell'interno della conca di Terni andò, in prosieguo di tempo, diminuendo, di tal che, da un certo momento in poi, le forme di acqua dolce o di ambiente lievemente salmastro presero sopravvento su quelle marine, mentre nel contempo andava accumulandosi quel copioso materiale vegetale, che ha dato origine poi ai ben noti giacimenti lignitiferi di quelle valli, la cui appartenenza al Villafranchiano è stata da tempo esaurientemente dimostrata [5]. Tra i giacimenti di quel combustibile fossile uno dei più noti è appunto quello del Colle dell'Oro e ciò non tanto, come si è detto, per la sua importanza mineraria quanto per il rinvenimento, specialmente nelle argille marnose che intercalano quelle ligniti, di materiale fossile, in prevalenza molluschi, che ha largamente contribuito alle conoscenze faunistiche del Pliocene continentale italiano [2]).

Nella classica memoria di C. De Stefani sulle malacofaune plioceniche continentali italiane [6] il Colle dell'Oro è ripetutamente citato e sono ben 13 le specie allora sicuramente ivi accertate.

Successivamente però nessuno si è più occupato di quella fauna; poichè io ho avuto occasione di raccogliere sul posto, per la cortesia dei dirigenti la Società Terni [3]), un buon numero di esemplari fossili, ritengo possa essere di un certo interesse contribuire, con la loro descrizione, alla conoscenza di detta fauna anche in considerazione del fatto che le forme, da me raccolte, non risultano citate da nessuno dei precedenti autori.

DESCRIZIONE DELLE FORME

Come già accennato, la Conca di Terni, è stata oggetto di parecchi studi a carattere geologico; per quanto concerne invece le sue faune fossili si può dire che assai scarse sono le descrizioni pubblicate. Di quelle del Colle dell'Oro, in particolare, si è occupato solo De Stefani, dalla cui monografia

[1]) Questo modo di vedere può trovare conferma non solo in base a considerazioni stratigrafiche citate dallo stesso Lotti (vedi pag. 129 e 130 di [3]), ma anche per la presenza di piccoli lembi di Pliocene marino, indicati dalla carta citata, sopra e fra i terreni del Lias, come per esempio ad oriente di Ameglia. Su questo argomento mi riservo tuttavia di ritornare, dopo aver eseguito uno studio sul terreno che ho in animo di intraprendere nell'immediato futuro. Del resto lo stesso De Stefani [6] a pag. 172-3 accenna esplicitamente alla possibilità che il « lago » in parola fosse in comunicazione col mare anche per altre « larghe vie ».

[2]) Nella medesima località furono anche rinvenuti resti di *Castor fiber* L., segnalati da Meli [13] e Terrenzi [14].

[3]) Ringrazio particolarmente il dr. G. Zaffuto per le cortesie prodigatemi e per le notizie fornitemi.

sui molluschi pliocenici d'Italia (6) risulta la presenza, in detta località, delle seguenti specie: *Neritina Pantanellii*, De Stef.; *Valvata piscinalis*, Mull.; *Melanopsis flammulata*, De Stef.; *Emmericia umbra*, De Stef.; *Goniochilus Zitteli* Schwartz; *Bythinia Verrii* De Stef.: *Vivipara Neumayri* Brusina; *Ancylus parmophorus* De Stef. A queste specie, su determinazioni probabimente dello stesso DE STEFANI, il VERRI (7) aggiunse le seguenti: *Anodonta* sp.: *Neritina sena*, Cantr.: *Melanopsis oomorpha*, De Stef.; *Nematurella ovata*, Bronn; *Planorbis* sp.; *Melania Verrii* De Stef.; *Stenogyra decollata* L.

Nel mio materiale, mentre non compare nessuna delle specie sopraindicate, sono invece comprese altre del gen. *Melanopsis*, *Potamides* e *Cerastoderma*, che per il Colle dell'Oro non erano stati mai segnalati.

Passo pertanto alla descrizione dei singoli fossili [1].

Melanopsis nodosa Feruss.

1829 — de FERUSSAC. *Mon. Espèces viv. et foss. du genre Melanopsis*, Mém. Soc. Hist. nat. de Paris, T. 1°, tav. I, fig. 13).

Posseggo un gran numero di esemplari di questa specie che, come è noto, presenta una spiccatissima variabilità sia per la forma generale della conchiglia, come pure per il maggiore o minore rilievo delle nodosità dell'ultimo anfratto e delle costicine assiali oblique, che riuniscono i nodi delle varie serie. CERULLI-IRELLI (8), nel suo classico lavoro sulla malacofauna di Monte Mario, ha messo in evidenza un tale carattere fornendo la illustrazione di tutta una serie di esemplari, in cui sono abbastanza bene osservabili le variazioni, sia come rilievo della conchiglia che per lo slancio, maggiore o minore, della spira.

Nel mio materiale, che comprende circa 200 individui, l'apice della conchiglia è quasi sempre molto appuntito, la spira alta, e comunque sono assai rare le forme tozze del tipo di quelle illustrate da DE STEFANI (6) per le località umbre di Roccantica, presso Poggio Mirteto, e per Otricoli; ugualmente si discostano da quelli, generalmente tozzi, di CERULLI-IRELLI (l. c.).

L'aspetto generale della maggior parte dei miei esemplari corrisponde bene al tipo datone da FERUSSAC, e di questo hanno la forma decisamente appuntita, mentre se ne discostano alquanto per il rilievo delle nodosità (generalmente assai più accentuato nel mio materiale) che in alcuni casi risultano così spiccate da far dubitare che ci si trovi in presenza di una vera varietà. Tale è il caso degli esemplari figurati ai nn. 22 a 28 della tav., nei quali appare, evidentissima, una ventricosità dei rilievi, in forma

[1] Non ritengo opportuno, per semplicità, riportare tutte le sinonimie delle specie descritte, dando solo i riferimenti originali.

di coste, con i quali si prolungano, verso la base della conchiglia, i nodi della seconda serie dell'ultimo anfratto: in tal modo fra nodo e nodo di tale 2ª serie, un po' più verso la base della conchiglia, rimane limitata un'area fortemente incavata e di forma irregolare a seconda del vario andamento delle costolature.

La nodosità della conchiglia si manifesta in varia misura, sì da passare dalle forme nelle quali la superficie esterna è pressocchè liscia e lascia vedere solo un rilievo (num. 1-2 e 1-7), a quelle in cui appare quasi un cingolo, corrispondente ai nodi (num. 3), ad altre forme che mostrano l'apparire della nodosità lungo il cingolo stesso; arrivando infine agli esemplari nei quali i rilievi in forma di nodi si manifestano nettamente, assai più pronunziatamente di quanto non avvenga, a giudicare dalle figure, nel tipo istituito da FERUSSAC (l. c.).

Come già detto, i miei esemplari sono prevalentemente a spira acuta, con linee suturali profonde, sì da conferire un aspetto turricolato alla conchiglia; ma anche a questo riguardo si rileva tutta una serie di passaggi, per cui l'aspetto generale appare più slanciato o più tozzo, come ad es. può osservarsi confrontando gli esemplari 22 e 23 con il 27, i quali tutti appartengono al gruppo nodoso-ventricoso. Esemplari molto tozzi sono quelli figurati ai num. 30-31 ai quali si giunge per successivi passaggi. L'esemplare num. 37 è ricollegabile a quelli dei num. 22-28, salvo il maggiore slancio della conchiglia.

Questa specie, oggi vivente solo in Mesopotamia, non risultava ancora citata per il Colle dell'Oro presso Terni, il che può facilmente spiegarsi ammettendo che lo strato marnoso da cui proviene il mio materiale non sia lo stesso di quello che fornì a DE STEFANI gli esemplari da lui segnalati.

Melanopsis nodosa duonodulosa n. var.

L'esame del ricco materiale da me studiato mostra chiaramente che un costante carattere delle *Melanopsis* del gruppo *nodosa* è rappresentato dal fatto che, nel corso dell'accrescimento della conchiglia, la sutura fra due anfratti successivi si determina in corrispondenza del solco che divide le due serie di nodi più evidenti; in tal modo, le spire che precedono l'ultimo anfratto risultano ornate di una sola serie di nodi, quella superiore, essendo la seconda ricoperta dalla spira successiva.

Posseggo però un certo numero di esemplari, quasi tutti in poco soddisfacenti condizioni di conservazione, nei quali, la sutura fra i due ultimi anfratti lascia chiaramente vedere anche la seconda serie di nodi del penultimo giro: di questo è quindi possibile osservare completamente il solco esistente fra i due ordini di nodi.

La sutura dell'ultimo anfratto rispetto al precedente corre in corrispondenza della mezzeria della seconda fila di nodi.

In conseguenza di questo diverso sovrapporsi dell'ultima spira sulla precedente, viene a mancare quella profonda incisione suturale che conferisce l'aspetto a gradinata agli individui del gruppo *nodosa*, pur rimanendo sempre nell'ambito del gruppo stesso per la evidente identica ornamentazione dell'ultimo anfratto.

Gli esemplari della varietà *duonodulosa* sono alquanto tozzi a causa di un piú rapido accrescimento del diametro della spira.

Ai nn. 32, 33, 34 e 35 della tavola sono riprodotti, in grandezza naturale, alcuni degli esemplari sui cui caratteri si fonda la varietà *duonodulosa*.

Nell'esemplare del n. 36 è un po' meno evidente la doppia nodulosità del penultimo anfratto. In altri esemplari, da me posseduti, più piccoli ed in pessimo stato di conservazione dell'apice e della base della conchiglia, il carattere distintivo si può osservare ugualmente bene.

Sotto un certo punto di vista i miei esemplari richiamano alquanto l'aspetto di alcuni individui di *Melanopsis martiniana* Feruss. figurati da HOERNES (9); in questi però la forma è ben diversamente ed irregolarmente turricolata (ed in ciò si contrappone alla forma assai regolare della *M. nodosa*) e mancano le due serie di nodi bene individuati ed evidenti, che si trovano sostituiti da rilievi assai irregolari.

Potamides bicinctus Br. sp.

1843 — BROCCHI G. B. *Conchiologia fossile subappennina*, II, p. 213, tav. IX, fig. 13, Milano, (***Murex***).

Posseggo una cinquantina di esemplari facilmente attribuibili a questa specie, nonostante che presentino qualche differenza con il tipo istituito da BROCCHI. Le due serie di tubercoli arrotondati che circondano ciascun anfratto, presso le due suture, sono divise da un solco bene evidente, entro il quale non si notano i due filetti, con andamento elicoidale parallelo alle file di tubercoli, che risultano sulla figura data da BROCCHI. Si osserva invece un solo filetto, che presenta un rilievo un po' maggiore proprio in corrispondenza delle serie di tubercoli considerate nel loro senso longitudinale, nel qual senso i tubercoli stessi risultano ben disposti lungo linee quasi rette, o leggermente irregolari. Il contorno dei miei esemplari è perfettamente conico come nel tipo di BROCCHI, ma l'accrescimento è meno rapido che in questo e le suture sono debolmente infossate (num. 38-42).

In alcuni casi il cingoletto intermedio è notevolmente ispessito, sì da simulare una terza serie di tubercoli; ma si tratta, evidentemente, di variazioni individuali, non potendosi tali esemplari riportare al *Potamides tricinctus* Br. sp. sul quale le tre serie di tubercoli sono subeguali, e solo con una certa prevalenza del primo cingolo sui due successivi, che non mostrano sostanziali differenze di grossezza dei tubercoli.

Talvolta, in corrispondenza delle suture appare un sottile cingolo, in altri casi invece manca il cingoletto intermedio fra le due serie di tubercoli, e queste mostrano una tendenza a fondersi, mentre i due diversi tubercoli di ciascuna serie permangono ben pronunziati e distinti.

In nessuno degli esemplari da me posseduti risulta conservata l'apertura, sì da poterne esaminare i caratteri per i necessari confronti.

Nel loro aspetto generale il mio materiale (nn. 38 a 42) si differenzia nettamente da quello figurato da Sacco (10).

Cerastoderma edule L. sp.

[1767 — Linneo, *Syst. Nat.*, ed. XII, pag. 1124 (*Cardium*)].

Nel mio materiale questa specie è rappresentata da un buon numero di valve di ogni grandezza, mostranti la ben nota variabilità, sì che si nota una certa tendenza alla specie *Lamarcki* Reeve ed alla sua varietà *umbonata* Wood.

I miei esemplari si distinguono per la robustezza della conchiglia, il che sta a dimostrare l'ambiente nel quale dovettero vivere, essendo noto che questa specie tende ad impicciolirsi in acque molto salate, mentre nelle acque dolci o salmastre è stata riscontrata una tendenza ad un irrobustimento della conchiglia.

Cerastoderma edule contortula Sacco.

[1899 — Sacco F. *Moll. terr. terziari Piemonte Liguria*, parte XXVII, p. 19, tav. XI, fig. 29, 30].

Ho una sola valva sinistra (tav. n. 46), alquanto mal conservata nella sua parte posteriore, nella quale si osserva bene la profondità dell'umbone e la sua spiccata contorsione, sì da poterla sicuramente ascrivere a questa varietà, nonostante differisca leggermente dall'unico esemplare illustrato da Sacco.

Cerastoderma Lamarcki Reeve.

[1844 — Reeve, *Conch. Icon.*, tav. XVIII, fig. 93].

Ascrivo a questa specie due valve (una destra ed una sinistra tav. nn. 13 e 14) di due diversi individui, notevoli per la spessezza del guscio e per il lato posteriore molto allungato. L'umbone è mediamente sporgente. I miei esemplari non corrispondono a quello figurato da Sacco (10) e corrispondono invece perfettamente alle figure di Cerulli-Irelli (11) e, meno

perfettamente, alla var. *incurva* di COEN [12] della quale non ha le grandi dimensioni. Il contorno è molto inequilaterale ed irregolarmente ovale; il lato posteriore è allungato, con spiccata tendenza all'appiattimento. Per l'insieme dei caratteri si differenzia nettamente dal *C. Lamarcki* var. *umbonata* Wood, come pure dalla var. *contortula* Sacc., che sono anche presenti nella mia fauna.

Cerastoderma Lamarcki umbonata Wood.

[1850 — S. WOOD, *Crag Moll.*, vol. II, p. 155, tav. XIV, fig. 28].

A proposito del *C. edule* L. ho accennato come fra i miei esemplari ve ne siano alcuni che mostrano una certa tendenza alla varietà di WOOD, della quale posseggo una valva che può dirsi presenti nettamente i caratteri distintivi (tav. n. 15); l'umbone è difatti profondo, e molto sporgente rispetto alla zona cardinale, e presenta una certa contorsione. Il mio esemplare corrisponde bene alle figure date dai diversi autori.

CONCLUSIONI

La fauna studiata, che comprende quattro specie e tre varietà, di cui una istituita *ex novo*, mostra con evidenza il suo carattere salmastro, in apparente contrasto con le forme segnalate da DE STEFANI [6] e VERRI [7], che hanno caratteristiche più decise di acqua dolce. Questo fatto induce a ritenere che la salinità del «lago» andava, come abbiamo accennato, diminuendo nel tempo, man mano cioè che si affermavano condizioni più chiaramente continentali.

Infatti il materiale da me descritto proviene, per l'attuale stato di coltivazione del giacimento lignitifero, da livelli certamente più profondi di quelli, donde provenne il materiale studiato dai predetti autori.

Napoli, Istituto di Geologia Applicata e di Arte Mineraria dell'Università, 8 sett. 1947

BIBLIOGRAFIA

[1] TUCCIMEI G., *Il Villafranchiano nelle valli sabine e i suoi fossili caratteristici.* Boll. Soc. Geol. It., VIII, 1889.

[2] GIGNOUX M., *Les formations marines pliocenes et quaternaires de l'Italie du Sud et de la Sicilie.* Ann. Univ. de Lyon, I, fasc 36, 1913.

[3] LOTTI B., *Descrizione geologica dell' Umbria.* Mem. descr. Carta Geolog. d' It., XXI, Roma, 1926.

[4] TERRENZI G., *Il mare pliocenico nell' interno della Conca di Terni.* Riv. scientif. e industr., XII, 7, 1880.

[5] TUCCIMEI G., *Il Villafranchiano e l' Astiano sulla Valle tra i Corniculani e i Lucani.* Acc. Pont. dei Lincei, 1885.

[6] DE STEFANI C., *Molluschi continentali pliocenici d' Italia,* Atti Soc. Toscana Sc. Nat., 1876-84.

[7] VERRI A., *Studi geologici sulle conche di Terni e Rieti.* Mem. R. Acc. Lincei Cl. Sc. Fis. Mat. e Nat.), XV, Roma, 1883.

[8] CERULLI IRELLI S., *Fauna malacologica Mariana P. VII.* Palaentographia italica, XX, Pisa, 1914.

[9] HOERNES M., *Fossile Mollusken des Tertiaer-Beckens von Wien.* Abhandl. d. k. k. geol. Reichs., III B., Wien, 1856.

[10] SACCO F., *Molluschi dei terreni terziari del Piemonte e della Liguria,* P. XVII; Torino, 1895.

[11] CERULLI IRELLI S., *Fauna malacologica Mariana,* P. II, Palaentographia italica, XIV, Pisa, 1908.

[12] COEN C. S., *Nota sui Cardium sezione Cerastoderma.* Atti Acc. Veneto-Trentina-Istriana, VIII, Padova, 1915.

[13] MELI R., *Notizie preventive intorno ai resti di mammiferi trovati nelle ligniti della Sabina.* Atti Pont. Acc. Nuovi Lincei, s. 3ª, LXXII, Roma, 1918-19.

[14] TERRENZI G., *Il « Castor fiber L. » trovato fossile al Colle dell' Oro presso Terni.* Riv. Scient. Industr., XX, Firenze, 1888.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

nn. 1-31, 36, 37 *Melanopsis nodosa* Ferussac

1, 2, 4: esemplari piuttosto lisci, con nodosità appena accennata;

3: esemplare nel quale i nodi, appena evidenti, costituiscono quasi un cingolo continuo;

5-7: esemplari con nodi già bene individuati;

8-21: esemplari con nodosità bene sviluppata, in alcuni dei quali già appare la ventricosità molto evidente nei successivi nn. 22-28; si noti il vario slancio della spira;

22-28: esemplari in cui i noduli della 2ª serie risultano prolungati da coste spiccatamente ventricose;

29: individuo a nodosità evidente, ma con gli anfratti contigui crescenti senza determinare un profilo scalariforme;

30-31: esemplari tozzi;

36: individuo tozzo, particolarmente sviluppato in larghezza;

37: esemplare a spira molto acuta e con nodosità dell' ultimo anfratto quasi sostituite da coste.

nn. 32-35 *Melanopsis nodosa duonodulosa* n. var. (vedi testo)
nn. 38-42 *Potamides bicinctus* Br. sp.
nn. 43-44 *Cerastoderma Lamarki* Reeve
n. 45 » » *umbonata* Wood
n. 46 » *edule contortula* Sacco.

N. B. — Gli esemplari dei nn. 1-42 sono figurati in grandezza naturale; quelli dei nn. 43-46 sono nel rapporto 2 : 3 circa.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46

Le variazioni di latitudine ed il movimento del Polo di rotazione terrestre negli anni 1943 e 1944

Nota del socio ordinario **Luigi Carnera**

(Adunanza del dì 6 dicembre 1947)

Sunto. — Facendo uso delle osservazioni eseguite durante il corso degli anni 1943-4, nelle Stazioni Internazionali di latitudine, situate nell'emisfero boreale lungo il parallelo di 39°8' di latitudine, e seguendo i metodi abituali usati negli anni antecedenti, vennero determinate le coordinate istantanee del Polo di rotazione terrestre, la conseguente traiettoria, e le variazioni di latitudine per le diverse longitudini, durante il corso dei due anni, indicate nell'ultima tabella numerica. La polodia così dedotta mostra come dopo un periodo di movimenti relativamente ridotti di entità si sia nuovamente passati nel 1944 ad una delle massime deviazioni dal Polo medio.

Dopo la mia ultima comunicazione avvenuta nella seduta del 3/V/47 si è potuto conchiudere in questi giorni il calcolo provvisorio della Polodia negli anni 1943 e '44, ed è imminente la conclusione per gli altri due anni successivi, in guisa da poter contare di esserci ormai rimessi, per quanto possibile, in corrente ed aver superato la crisi dovuta alla guerra. Ho detto, per quanto possibile, perchè pur troppo il periodo degli anni di guerra, e di quelli, che l'hanno seguita, non potranno esser paragonabili in pieno alla serie degli anni di pace, in quanto o sono venuti a mancare i risultati delle osservazioni della stazione di Carloforte, rendendo con ciò meno sicure le deduzioni delle coordinate istantanee del Polo, o è diventato illusorio il contributo portato da altra (Adelaide), o infine si è interrotta la lunga serie di dati, che per l'omogeneità, e sopratutto per l'equa distribuzione delle osservazioni durante tutto il corso dell'anno, poteva riuscire particolarmente adatta a ricerche di variazioni a corti periodi (Batavia). Le ragioni del ritardo nella pubblicazione di questi risultati venne già detta in precedenza, e non è qui il caso di ripetere quanto scritto.

In modo particolare devo però ricordare per questo periodo, che si dovette chiudere nell'aprile 1943 la Stazione di Carloforte, onde sottrarla ai pericoli dei bombardamenti aerei: da quel mese e poi fino al giugno 1946 il servizio nell'emisfero boreale rimase ridotto a solo 4 stazioni, che se per la loro posizione ben si prestano alla deduzione della coordinata y del Polo, non possono portare, che un peso relativo per la deduzione della coordinata x. È ben vero che si è tentato rimediare a questa mancanza di dati, iniziando subito una serie regolare di osservazioni di latitudine, con pro-

gramma analogo a quello delle Stazioni internazionali, all'Osservatorio di Pino Torinese, facendo uso di un telescopio zenitale alquanto più piccolo, di analoga costruzione di quelli delle Stazioni internazionali, messo espressamente a disposizione dall'Osservatorio di Capodimonte a Napoli. Il fatto di essere Carloforte e Pino Torinese sensibilmente sullo stesso meridiano potrà in un certo senso servire a colmare la mancanza dei dati della Stazione internazionale, ma questo solo quando si potrà ricavare dal complesso delle osservazioni contemporanee fatte nel 1946 per oltre 7 mesi nelle due località il valore della latitudine media di Pino, riferita allo stesso Polo medio adottato per le stazioni internazionali, e si avrà la correzione delle declinazioni stellari osservate a Pino dal complesso delle osservazioni fatte dal settembre 1943 alla fine del 1946. Solo allora potrà esser compensata in parte la mancanza delle osservazioni di Carloforte. In questa guisa si è resa più appariscente l'importanza della nostra stazione per il servizio internazionale, e la necesistà che ad essa venga provveduto seriamente onde garantire in tutti i modi il perfetto e continuativo rendimento, e mi ha fatto pensare quanto potrebbe riuscire giovevole l'esistenza di una seconda stazione, che fruendo di ottimo clima, potesse assumere un lavoro continuativo di collaborazione analogamente a quanto si aveva per esempio a Batavia. Ove ad esempio presso l'Osservatorio di Lisbona, che possiede uno strumento adatto, si iniziasse un servizio continuativo di osservazioni di latitudine, si potrebbe dopo un certo tempo avere elementi sufficienti di collegamento per ridurre le variazioni di latitudine osservate a Lisbona al sistema di quelle delle Stazioni internazionali, e rafforzare così gli elementi disponibili per la determinazione della coordinata x, che particolarmente nei mesi invernali risultano scarsamente assicurati dalle osservazioni di Carloforte.

Una seconda ragione di relativa incertezza negli odierni risultati deve ricercarsi nel fatto già accennato nella comunicazione mia del maggio scorso, e concernente la Polodia dei due anni 1941-2: ci troviamo ancora nella mancanza di ogni e qualsiasi dato relativo agli errori della vite del telescopio zenitale di Gaithersburg. Il micrometro al principio del 1942 ha dovuto essere parzialmente smontato e riparato, la lettura corrispondente alla posizione del filo mobile in prossimità del centro del campo è variata di oltre 2 rotazioni; ignoriamo completamente quali conseguenze sieno derivate da ciò al micrometro, e se ed in qual modo possano esser applicabili le antiche determinazioni degli errori. Abbiamo preferito pertanto in luogo di applicare correzioni, che certamente non corrispondono più al vero, prescindere da ogni correzione, riservandoci introdurre i corrispondenti valori quando si faranno i calcoli definitivi.

Gli osservatori nelle stazioni sono stati i seguenti:

a Mizusawa: TADAHIKO HATTORI dal gennaio 1943 a fine maggio 1944, e poi da ottobre a dicembre 1944.
SHIGETSUGU TAKAGI dal gennaio 1943 a fine agosto 1944.
TETSURO IKEDA dal giugno a fine dicembre 1944.
SUSUMU GOTO nell' agosto e settembre 1944.
a Kitab: E. SCHAPOSCHNIKOVA
N. KOTOTAEVA
G. LANGE
a Carloforte: N. MISSANA-RUDARI nei tre mesi di gennaio a marzo 1943.
a Gaithersburg: E. L. WILLIAMS
ad Ukiah: H. G. WROCKLAGE

Per quanto si riferisce alle riduzioni non si sono introdotte variazioni, in confronto agli anni precedenti, nè nelle costanti strumentali, nè ancor meno nei metodi.

Dal quadro seguente si rileva il numero delle coppie osservate dalle diverse stazioni nel corso dei due anni, oltre al numero medio di osservazioni eseguite negli otto anni precedenti, e questo distintamente per i gruppi serali e per quelli del mattino: nel complesso risulta che prescindendo da Carloforte, che sospese completamente la sua attività, nelle altre vi fu un rendimento o normale o superiore al normale, e questo particolarmente a Kitab, ove potendo fruire dell'opera di tre osservatori, si è quasi raddoppiato il numero delle osservazioni, superando sensibilmente quanto le altre stazioni.

TABELLA I.

STAVIONI	Osserv. Sera			Osservaz. Mattino			TOTALE		
	1943	1944	Media	1943	1944	Media	1943	1944	Media
Mizusawa	639	651	696	581	551	623	1220	1208	1319
Kitab	1005	1087	713	904	990	673	1969	2077	1386
Carloforte	111	—	869	86	—	729	197	—	1598
Gaithersburg	744	712	682	696	658	594	1440	1370	1276
Ukiah	620	745	684	601	709	656	1221	1454	1340
Totale	3119	3198	3644	2868	2911	3275	5987	6109	6919

I risultati delle osservazioni delle singole stazioni sono compendiati nei due quadri seguenti, che destinati uno alle osservazioni della sera, e l'altro a quelle del mattino, contengono per ciascun gruppo oltre all'epoca media delle osservazioni la differenza fra la latitudine risultante dal complesso di tutte le coppie osservate e quella media, riferita cioè alla posizione del Polo medio, che al solito si è conservata inalterata fin dal primo inizio di queste nostre riduzioni, quella adottata dal KIMURA. Si è ritenuto non inu

tile aggiungere accanto ad ogni valore di queste differenze di latitudine anche il numero delle coppie osservate. Non è necessario avvertire che in queste, come in tutte le altre tabelle, che seguono, i risultati devono intendersi espressi come frazioni di secondo arco, e quindi in 0.001″.

Tabella II.

Osservazioni della sera.

Data	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carl'oforte		Gaithersb.		Ukiah	
1943											
.06	IV	–″.118	63	–″.013	80	–″.025	37	+″.201	41	–″.133	48
.14	V	– .225	31	– .234	41	– .022	34	+ .063	51	– .057	40
.23	VI	– .083	71	+ .030	44	+ .086	40	+ .235	89	– .114	54
.31	VII	– .107	72	– .027	70	.–	–	+ .065	70	– .012	36
.39	VIII	– .210	61	– .120	88	.–	–	– .004	58	– .165	60
.47	IX	– .282	51	– .076	135	.–	–	– .080	58	– .238	66
.56	X	– .163	58	.049	106	.–		– .155	56	– [illegible]	61
.64	XI	– .041	53	+ .092	124	.–	–	– .012	75	– .113	72
.72	XII	+ .014	22	+ .132	110	.–	–	+ .037	74	– .042	71
.80	I	+ .085	92	+ .058	89	.–	–	– .079	70	+ .030	48
.90	II	.260	27	.047	80	.–	–	– .168	61	– .070	37
.98	III	+ .008	35	+ .002	38	.–	–	+ .071	38	+ .328	24
1944											
.06	IV	+ .015	42	– .029	53	.–	–	+ .049	66	+ .186	42
.14	V	– .160	34	– .261	101	.–	–	+ .009	54	+ .003	36
.23	VI	– .002	43	– .054	76	.–	–	+ .202	59	+ .188	71
.31	VII	– .181	46	– .090	95	.–	–	+ .100	56	+ .043	48
.39	VIII	– .264	71	– .039	99	.–	–	+ .043	69	– .076	51
.48	IX	– .431	48	– .068	112	.–	–	+ .025	81	– .138	60
.56	X	– .285	50	+ .035	138	.–	–	– .048	45	– .268	81
.64	XI	– .127	65	+ .245	110	.–	–	– .004	90	– .215	96
.72	XII	+ .102	64	+ .322	107	.–	–	– .094	39	– .178	81
.81	I	+ .130	97	+ .188	98	.–	–	– .213	80	– .115	60
.89	II	– .065	61	.076	68	.–	–	– .251	11	– .296	60
.98	III	+ .204	33	+ .168	30	.–	–	– .054	32	+ .190	50

TABELLA III.

Osservazioni del mattino.

[illegible]	Gruppo	Mizusawa		Kitab		Carloforte		Gaithersb.		Ukiah	
1943											
.06	V	—″.159	49	—″.193	72	—″.032	23	+″.118	40	—″.028	48
.14	VI	— .018	29	+ .394	29	— .012	26	+ .263	43	+ .132	42
.23	VII	— .101	65	— .001	27	+ .037	37	+ .143	85	+ .006	54
.31	VIII	— .163	80	— .056	60	.—	—	+ .010	66	— .103	35
.39	IX	— .233	62	— .120	80	.—	—	+ .062	37	— .183	60
.47	X	— .125	42	— .091	126	.—	—	— .034	55	— .177	66
.56	XI	— .020	38	+ .044	101	.—	—	+ .020	50	— .153	60
.64	XII	— .059	62	+ .070	121	.—	—	+ .054	73	— .083	71
.72	I	+ .079	20	+ .080	95	.—	—	— .043	85	— .011	66
.80	II	— .144	74	— .133	89	.—	—	— .127	56	— .160	39
.90	III	+ .129	31	+ .056	74	.—	—	+ .082	61	+ .172	36
.98	IV	+ .010	29	+ .069	30	.—	—	— .050	45	+ .148	24
1944											
.06	V	—″.236	45	—″.222	54	.—	—	—″.018	57	+″.035	36
.14	VI	— .157	32	— .049	83	.—	—	+ .109	40	+ .253	36
.23	VII	— .140	30	— .119	70	.—	—	+ .133	54	+ .135	63
.32	VIII	— .218	41	— .180	82	.—	—	+ .103	43	+ .055	48
.39	IX	— .377	64	— .208	92	.—	—	+ .079	45	— .103	53
.48	X	— .340	37	— .033	106	.—	—	+ .041	80	— .140	60
.56	XI	— .169	40	+ .130	125	.—	—	+ .076	43	— .174	81
.64	XII	— .119	57	+ .250	113	.—	—	+ .023	111	— .117	96
.72	I	— .042	52	+ .244	86	.—	—	— .089	33	— .112	84
.81	II	— .043	69	— .012	92	.—	—	— .320	78	— .293	53
.89	III	+ .294	54	+ .226	59	.—	—	— .054	42	+ .065	58
.98	IV	+ .140	34	+ .050	98	.—	—	— .179	32	+ .117	41

Con i valori di queste tabelle si è proceduto al calcolo delle coordinate istantanee del Polo: x ed y, e del termine residuo z, che ci rappresenta quasi nella sua totalità l'errore residuo della declinazione media delle stelle di quel gruppo. Questi calcoli essendo stati fatti distintamente per le osservazioni dei due gruppi, quello serale e quello del mattino, condussero per ciascuna epoca a due valori distinti, e completamente indipendenti, per ognuna delle coordinate del Polo istantaneo, che troviamo indicate nel quadro seguente.

TABELLA IV.

Epoca	X sera	X matt.	X media	Y sera	Y matt.	Y media	Z sera	Z matt.	Z media
1943								+″.057	
.06	+″.033	+″.053	+″.043	+″.132	+″.136	+″.134	+″.037	— .065	+″.047
.14	+ .082	+ .062	+ .072	+ .140	+ .012	+ .076	— .103	+ .142	— .084
.23	+ .137	— .077	+ .107	+ .061	+ .076	+ .068	+ .022	+ .011	+ .082
.31	+ .084	+ .113	+ .098	+ .054	+ .037	+ .045	— .009	— .060	+ .001
.39	+ .122	+ .172	+ .147	+ .049	+ .072	+ .060	— .106	— .093	— .083
.47	+ .186	+ .077	+ .132	+ .010	+ .005	+ .007	— .136	— .094	— .111
.56	+ .094	+ .101	+ .098	— .041	— .043	— .042	— .121	— .007	— .107
.65	+ .112	+ .129	+ .120	— .053	— .012	— .032	+ .005	+ .026	— .001
.72	+ .096	— .020	+ .038	— .046	— .063	— .054	+ .055	+ .027	+ .040
.81	+ .066	+ .019	— .023	— .059	— .002	— .030	+ .016	— .137	+ .021
.90	+ .090	— .076	+ .007	.009	— .020	+ .014	— .121	— .095	— .129
.98	— .091	— .042	— .067	+ .106	— .003	+ .051	+ .079	+ .037	+ .087
1944									
.06	— .071	— .004	— .033	+ .070	+ .137	+ .103	+ .038	— .119	+ .037
.14	— .042	+ .027	— .007	+ .131	+ .158	+ .144	— .118	+ .034	— .118
.23	— .010	+ .030	+ .010	+ .153	+ .154	+ .153	+ .073	— .004	+ .053
.31	+ .091	+ .061	+ .076	+ .120	+ .163	+ .141	— .024	— .060	— .014
.39	+ .190	+ .192	+ .191	+ .075	+ .164	+ .119	— .055	— .094	— .057
.48	+ .293	+ .263	+ .278	+ .105	+ .075	+ .090	— .108	— .076	.101
.56	+ .274	+ .274	+ .274	— .024	— .020	— .022	— .091	+ .016	— .083
.64	+ .292	+ .266	+ .279	— .105	— .075	— .090	+ .034	+ .062	+ .025
.72	+ .139	+ .164	+ .151	— .209	— .128	— .168	+ .076	+ .038	+ .069
.81	— .027	— .012	— .019	— .195	— .166	— .180	+ .006	— .158	+ .022
.89	— .004	— .105	— .055	— .118	— .151	— .134	— .166	+ .102	— .162
.98	— .127	— .179	— .152	— .076	— .080	— .078	+ .110	+ .006	+ .106

L'accordo fra i due valori delle x ed y è in complesso buono, e come facilmente prevedibile, migliore per la seconda che per la prima, mancando come si è rilevato, le osservazioni di Carloforte, e se nel dicembre 1943 si osserva pure una sensibile differenza fra i due valori della y, non bisogna dimenticare che il numero delle coppie osservate in quel mese non raggiunge neppure la metà del numero abituale, e che la deficienza di osservazioni colpisce sopratutto la stazione di Kitab, che per la longitudine sua ha il peso maggiore nella determinazione di quella coordinata. I valori medii di

queste coordinate presentano poi una notevole regolarità di andamento accordandosi bene con l'andamento ed il valore finale del periodo anteriore. Per quanto riguarda il terzo termine z, ricordiamo che essendo dovuto essenzialmente alla correzione da apportare alle declinazioni stellari, per trovare l'accordo bisogna paragonare il valore dello z, tratto in ciascun mese dalle coppie osservate alla sera, con quello dedotto analogamente ma nel mese precedente dalle coppie osservate al mattino. Per questa ragione si è aggiunto in testa alla colonna dei valori delle z, dedotte da osservazioni del mattino, il valore trovato dalle osservazioni fatte nel dicembre 1942. Anche per queste l'accordo è sufficiente, dovendosi riflettere che se nei valori delle z è compresa come parte principale la correzione delle declinazioni, vi sono però anche altri termini, che sono variabili da mese a mese e da località a località, e che non possono nè debbono essere trascurati. Concependo adunque le medie dei valori delle z trovate in due mesi successivi ed in corrispondenza di osservazioni del medesimo gruppo di stelle come dovute a necessarie correzioni da apportare alle declinazioni, vediamo subito un buon accordo fra i valori ricavati in questi due anni, e quelli ricavati negli anni precedenti. Anzi se fissiamo l'attenzione in modo particolare sui valori riportati nella tabella V, che segue, per i gruppi IV, XI, XII, I, II, III, sembra si possa riconoscere un vero e proprio andamento che fa ritenere necessaria una modifica dei moti propri delle stelle comprese in quel gruppo.

TABELLA V.

Correzioni delle declinazioni ottenute negli anni successivi per alcuni gruppi.

ANNO	IV	XI	XII	I	II	III
1935	—″.122	—″.041	—″.083	—″.090	+″.066	—″.175
36	— .122	— .043	— .079	— .127	+ .101	— .154
37	— .076	— .015	— .072	— .085	+ .120	— .125
38	— .058	— .038	— .090	— .078	+ .094	— .117
39	— .044	— .037	— .059	— .096	+ .106	— .129
40	— .061	— .050	— .096	— .036	+ .084	— .129
41	— .064	+ .010	— .046	— .046	+ .091	— .067
42	— .044	— .001	— .042	— .045	+ .126	— .135
43	— .047	+ .001	— .040	— .021	+ .129	— .087
44	— .037	— .025	— .069	— .022	+ .162	— .106
45	— .006					
	+″.0085	+″.0039	+″.0039	+″.0101	+″.0068	+″.0072

Se tenendo conto delle variazioni annue, segnate in calce delle diverse colonne, riduciamo i valori trovati nel corso di questi dieci anni all'epoca media del 1940, lasciando inalterati i valori risultanti per gli altri gruppi, e ricordiamo quanto si ebbe a dire a proposito dei gruppi IX ed XI nella precedente mia nota, si hanno i valori dati nella seguente tabella VI, che mentre mostra l'ottimo accordo fra i diversi valori per ciascun gruppo, permette arguire quale possa essere l'ordine di attendibilità dei valori medi ricavati e posti nell'ultima colonna. Considerando infatti quali errori accidentali gli scarti, che presentano i valori trovati per i singoli anni in confronto del valore medio del decennio, si ha che l'error medio di un valore annuale deve essere di $\pm 0.020''$ e pertanto quello delle medie decennali di $\pm 0.0062''$, e risultare pertanto garantita la correzione entro il $0.01''$.

Riportati su di un grafico i valori delle coordinate medie x ed y della tabella IV, facendo precedere un numero opportuno di valori del periodo precedente, vennero raccordati i punti con curve continue, e su di esse lette le coordinate corrispondenti ai successivi decimi esatti di ciascun anno, ottenendo i valori delle due prime colonne della tabella VII. Con tali valori delle coordinate istantanee, che si possono considerare come una prima, ma sufficiente approssimazione, venne disegnata la traiettoria compiuta dal Polo di rotazione a partire dal 1940.9. È notevole osservare come la polodia, che già nel corso del 1940 si era andata via via restringendo, tanto che nel corso della primavera del 1943 il Polo era rimasto pressoché immobile, ed era difficile distinguere il vero e proprio movimento, da ciò che poteva essere effetto degli errori di osservazione, abbia preso successivamente uno sviluppo improvviso allargandosi fino a raggiungere un'ampiezza raggiunta solo raramente in passato nei momenti di massima espansione. La traiettoria del Polo degli anni successivi fino alla fine del corrente anno 1947, che spero poter comunicare nei prossimi mesi, ci dirà se quanto ora vediamo è stato il massimo sviluppo di questo periodo, o se si è avuto un allargamento veramente eccezionale, superiore o pari a quello verificatosi fra il 1909 ed il 1912, in cui durante i massimi scostamenti accertati il Polo istantaneo si mantenne permanentemente ad una distanza di oltre $0.3''$, ossia di circa 10 metri dal polo medio.

Tabella VI.

Correzioni medie delle declinazioni di ciascun gruppo negli anni 1935-1945, ridotte al 1940 tenendo conto delle variazioni annue.

Gruppo	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	Media
IV	″.080	— ″.088	— ″.051	— ″.041	— ″.036	— ″.061	— ″.072	— ″.061	— ″.072	— ″.071	— ″.018	— ″.062
V	+ .094	+ .096	+ .103	+ .072	+ .105	+ .103	+ .045	+ .129	+ .084	+ .118		+ .095
VI	.092	— .090	— .037	— .084	— .080	— .081	— .099	— .110	— .082	— .053		— .080
VII	+ .016	+ .032	+ .020	+ .005	+ .008	— .010	— .010	+ .039	— .001	— .014		+ .081
VIII	+ .092	.051	+ .090	.071	.055	.077	+ .030	+ .078	+ .083	+ .057		+ .069
IX	+ .150	+ .103	+ .124	+ .147	+ .123	+ .145	+ .103	+ .129	+ .114	+ .101		+ .124
X	+ .116	+ .093	+ .107	+ .120	+ .047	+ .089	+ .099	+ .113	+ .107	+ .083		+ .097
XI	— .022	.027	— .003	— .036	— .033	.050	.002	— .012	.010	— .040		— .022
XII	— .064	— .063	— .060	— .082	— .055	— .096	— .050	— .050	— .052	— .085		— .066
I	— .038	— .085	— .054	— .057	— .086	— .036	— .056	— .066	— .052	— .061		— .059
II	+ .100	+ .128	.140	.108	.113	+ .081	+ .084	+ .113	+ .100	+ .135		.111
III	— .139	— .125	— .103	— .103	— .122	— .129	— .074	— .149	— .109	— .135		— .119

Nella tabella VII sono date al solito le variazioni della latitudine quali risultano per i diversi meridiani terrestri di due in due ore di differenza di longitudine a partire da quello centrale di Greenwich, e di decimo in decimo di anno per gli anni 1943 e 1944 calcolati con la formola: $\Delta\varphi = x \cos\lambda + y \sin\lambda$ in corrispondenza delle coordinate x ed y del Polo istantaneo.

TABELLA VII.

Epoca	x	y	Longitudini occidentali +12h	+10h	+8h	+6h	+4h	+2h	0h	Longitudini orientali −2h	−4h	−6h	−8h	−10h	−12h
1913.0	".030	+ .016	".030	+ .047	+ ".111	+ .146	+ ".111	+ .099	+ ".030	— .047	— .111	— ".146	— ".111	— ".099	— ".030
.1	.056	+ .112	.056	+ .008	+ .069	+ .112	+ .125	+ .101	.056	— .008	— .069	— .112	— .125	— .104	— .056
.2	.087	+ .070	— .087	— .040	+ .018	+ .070	+ .101	+ .110	.087	+ .040	— .018	— .070	.104	.110	— .087
.3	.118	+ .055	.118	— .075	.011	+ .055	+ .107	+ .129	.118	+ .075	+ .011	— .055	— .107	— .129	— .118
.4	.115	.036	— .115	— .108	— .011	+ .036	+ .104	+ .114	+ .115	+ .108	.041	— .036	.104	.144	— .115
.5	.129	.005	.129	— .114	— .068	— .005	+ .060	+ .110	+ .129	+ .114	+ .068	+ .005	— .060	— .110	— .129
.6	.101	— .037	.101	— .108	.084	.037	+ .020	.072	+ .101	+ .108	+ .084	+ .037	.020	.072	.101
.7	.063	— .056	.063	.083	— .080	— .056	— .017	+ .027	+ .063	+ .083	+ .080	+ .056	— .017	— .027	— .063
.8	.007	.033	.007	— .022	— .033	— .033	— .026	— .010	.007	+ .022	+ .033	+ .033	+ .026	+ .010	.007
.9	.019	+ .012	+ .019	+ .018	+ .034	+ .012	— .014	.036	.049	.048	— .034	— .012	+ .014	+ .036	.019
1941.0	.066	.058	.066	.086	+ .083	+ .058	.017	— .028	— .066	.086	— .083	.058	.017	+ .028	.066
.1	.026	— .125	+ .026	+ .085	+ .121	.125	+ .095	+ .040	.026	.085	.121	— .125	— .095	.040	+ .026
.2	.004	.156	.004	.075	+ .133	+ .156	.137	+ .081	.094	.075	— .133	— .156	.137	— .081	— .004
.3	.060	.141	.060	+ .020	— .095	.141	.155	+ .141	.060	.020	— .095	— .141	— .155	.114	— .060
.4	.210	.116	— .210	.124	— .005	+ .116	+ .205	+ .240	+ .210	+ .124	+ .005	— .116	.205	— .240	— .210
.5	.268	.081	.268	.190	— .061	+ .081	.207	.271	+ .268	.190	.061	— .084	.207	.271	— .268
.6	.272	.060	.272	— .266	.188	— .060	.084	.206	.272	.266	.188	+ .060	.084	— .206	.272
.7	.182	.150	.182	— .233	.221	.150	— .039	+ .083	+ .182	.233	+ .221	+ .150	+ .039	.083	— .182
.8	.010	.180	+ .010	.081	.151	— .180	— .161	— .099	.010	.081	— .151	+ .180	+ .161	+ .099	+ .010
.9	— .081	.130	+ .084	+ .008	— .071	.130	— .155	— .138	— .081	.008	+ .071	+ .130	+ .155	+ .138	+ .084
1915.0	— .151	— .067	.151	.100	+ .019	— .067	— .135	— .167	— .151	.100	— .019	.067	+ .135	+ .167	.151

Capodimonte 5 Dicembre 1947.

Processo verbale dell' adunanza del dì 8 gennaio 1946.

Partecipano all'adunanza presieduta dalla socia anziana BAKUNIN, i soci ordinari CARNERA, COLAMONICO, DE LORENZO, D' ERASMO (segretario), DIAMARE, PIERANTONI, ed i corrispondenti nazionali SALFI e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 4 dicembre, che è approvato. Indi comunica che al concorso della fondazione di studi « SENSALES » amministrata dall'Accad. di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, scaduto il 31 dicembre scorso, non fu presentato alcun lavoro.

Considerato che il concorso è andato deserto verosimilmente in seguito alle vicende della guerra, che hanno ostacolato la larga diffusione del relativo bando ed impedito a molti studiosi di attendere alle ricerche chimiche sul tema specifico messo a concorso, l'Accademia è unanime nel proporre alla consorella Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo che il detto concorso sia prorogato, se possibile, di un altro triennio (1946-1948), con la stessa somma, con le medesime norme e con uguale tema *(Contributo alla conoscenza della struttura dei composti chimici).*

L'Accademia discute quindi affari di amministrazione interna, relativi allo stato dei locali, alla biblioteca e alla stampa del Rendiconto.

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 febbraio 1946.

Presidenza della socia anziana BAKUNIN. Sono presenti i soci ordinari CARNERA, COLAMONICO, DE LORENZO, D' ERASMO (segretario), DIAMARE, PIERANTONI e SPAMPINATO ed i soci corrispondenti IMBÒ e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 8 gennaio, che è approvato. Quindi dà notizia dello stato di pubblicazione del Rendiconto e dei lavori di riattamento dei locali della Società Reale.

Il socio SPAMPINATO presenta, per il Rendiconto, una nota dell'ing. Luderigo BENCIVENGA, *Sulla riducibilità di un tipo di algebra complessa di ordine n* e un lavoro suo, per lo stesso periodico, dal titolo *Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n, dell' S proiettivo complesso.* L' Accademia approva, con le limitazioni vigenti.

Processo verbale dell' adunanza del dì 5 marzo 1946.

Sono presenti i soci ordinari BAKUNIN, CARNERA, D'ERASMO, DIAMARE, GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI ed il corrispondente nazionale SCHERILLO. Presiede l'adunanza la socia anziana BAKUNIN, segretario il socio D' ERASMO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 5 febbraio, che è

approvato. Indi comunica che la stampa delle note accolte per l'inserzione nel Rendiconto accademico durante l'anno 1945 è pressochè ultimata e che fra breve potrà essere completato il volume. Dà quindi notizia dei passi fatti per l'approvvigionamento della carta necessaria per il nuovo volume dello stesso periodico. Legge infine le circolari recentemente pervenute da varie Accademie e Società scientifiche italiane e straniere per il ripristino del cambio dei periodici scientifici. Accogliendo la proposta del socio GIORDANI, l'Accademia stabilisce di effettuare, appena possibile, la spedizione del volume 1942-45 del Rendiconto, di imminente pubblicazione, per ristabilire il cambio con i diversi enti e sodalizi interrotto durante il periodo bellico, rimandando ad un secondo tempo la spedizione degli eventuali volumi arretrati, qualora dopo la rioccupazione dell'antica sede della Società Reale risulterà una certa disponibilità di copie.

Il socio PIERANTONI presenta, per il Rendiconto, una nota del dottor Bernardo FERIO dal titolo: *Le espansioni nervose della vescica natatoria del Ciprinide dorato (Carassius auratus)*. L'Accademia approva.

Processo verbale dell'adunanza del dì 2 aprile 1946.

Assistono all'adunanza, presieduta dalla socia anziana BAKUNIN, i soci ordinari CACCIOPPOLI, CARNERA, DE LORENZO, D'ERASMO (segretario), DIAMARE, GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI, SILVESTRI e SPAMPINATO, ed i corrispondenti nazionali NOBILE, SALFI e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 5 marzo, che è approvato.

Il presidente, comunicando con commossa parola la improvvisa e tragica scomparsa del socio G. Domenico MATTIOLI, avvenuta la sera del 15 marzo scorso per mano assassina, prega il consocio CACCIOPPOLI, a cui è stato affidato l'incarico di tenerne in altra adunanza degna commemorazione, di parlare brevemente dell'estinto, al quale egli era legato da molti anni, oltre che da affinità di studi, da vincoli di viva amicizia.

Il socio CACCIOPPOLI, dopo aver ricordato la vita di studio e di lavoro, senza ambizioni di carriera, di Gian Domenico MATTIOLI e dopo averne efficacemente rievocata la grande versatilità dell'ingegno ed il carattere fieramente sdegnoso, schivo dai contatti facili e dalle improvvisazioni, alieno financhе dalla conversazione, si ferma a considerarne l'opera scientifica, passando in rassegna tanto i lavori sulla dinamica dei sistemi continui e sulla riduzione delle equazioni canoniche, quanto quelli di fisica moderna, di cosmogonia, e specialmente di idrodinamica, che comprendono contributi specialmente cospicui al regime della turbolenza, da lui portato ad un grado di precisione prima non raggiunto. L'Accademia si associa unanime al rim-

pianto per la grave perdita, incaricando il segretario di esprimere alla vedova le vive condoglianze dei consoci tutti.

Il segretario presenta il volume del Rendiconto ottobre 1942-dicembre 1945, del quale è stata recentemente ultimata la stampa, e segnala, fra le pubblicazioni pervenute in omaggio, alcuni lavori del consocio SILVESTRI e un volume di E. BARBETTE, *Les sommes de pèmes puissances distinctes égales à une pième puissance et égales entre elle.*

Il socio CARNERA presenta, per il Rendiconto, un lavoro del dott. Tito NICOLINI dal titolo: *Il termine di Chandler nelle variazioni di livello del lago Victoria.* L'Accademia approva.

Processo verbale dell'adunanza del dì 7 maggio 1946.

Sono presenti all'adunanza, presieduta dalla socia anziana BAKUNIN, i soci ordinari CARNERA, CARRELLI, DE DOMINICIS, D'ERASMO (segretario), DIAMARE, LONGO, MALQUORI, PIERANTONI, SPAMPINATO ed i corrispondenti nazionali IMBÒ e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del dì 2 aprile, che è approvato. Indi comunica:

1) i ringraziamenti della vedova MATTIOLI per i sentimenti di condoglianza espressi dall'Accademia;

2) l'invito della Società Svizzera di Scienze naturali a partecipare alla celebrazione del secondo centenario della Società di Scienze naturali di Zurigo, che avrà luogo in quella città nella prima decade del venturo settembre. L'Accademia, lieta di poter riprendere le relazioni con la Società Svizzera di Scienze naturali interrotte dalla guerra, delibera di aderire, facendosi rappresentare a Zurigo dal consocio CARRELLI, che accetta l'incarico.

Il socio SPAMPINATO presenta una nota del prof. Ulderico BENCIVENGA « *Su di un'espressione degli elementi di un tipo di algebra di ordine n mediante certe funzioni esponenziali* », proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Il socio LONGO legge un articolo recentemente pubblicato in una rivista italiana e destinato a mettere in luce la grave situazione in cui tuttora si trovano, per effetto della occupazione da parte delle truppe alleate, l'Orto Botanico di Napoli e l'annesa Stazione Sperimentale per le piante officinali.

L'Accademia unanime si associa alla protesta ripetutamente espressa dal socio LONGO e delibera di trasmettere al superiore Ministero il voto che l'Istituto Botanico di Napoli possa al più presto riprendere in pieno la sua efficienza e le sue nobili tradizioni di studio interrotte ancor oggi, a più di un anno dalla fine della guerra, per la persistente occupazione militare

Processo verbale dell'adunanza del dì 4 giugno 1946.

Presidenza della socia anziana BAKUNIN. Sono presenti i soci ordinari CARNERA, DE LORENZO, D'ERASMO (segretario), GIORDANI, LONGO, SILVESTRI, SPAMPINATO, ed i corrispondenti nazionali IMBÒ, SALFI e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del dì 7 maggio, che è approvato. Indi comunica la lettera 2 maggio della Reale Accademia di Scienze, Lettere ed Arti di Palermo, la quale ha approvato la proposta di prorogare di un altro triennio la scadenza del concorso della fondazione SENSALES già bandito nel dicembre 1942. L'Accademia stabilisce di pubblicare e diffondere il nuovo bando di concorso sul tema precedentemente stabilito « Contributo alla conoscenza della struttura dei composti chimici », con scadenza al 31 dicembre 1948.

Dà quindi notizia della lettera 3403 del dì 30 aprile 1946, relativa alla concessione di un assegno straordinario di lire 50.000 quale contributo del Ministero dell'Istruzione alla stampa degli Atti e Rendiconti dell'Acc. di Scienze fisiche e matematiche.

Il socio DE LORENZO presenta una nota del prof. Federico SACCO dal titolo: *Le divisioni del Quaternario europeo*, proponendone l'inserzione nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Il socio SILVESTRI presenta, per lo stesso periodico, una sua nota su *Nuovi Stafilinidi termitofili dell'America meridionale*, con dodici figure intercalate; l'Accademia ne accoglie la stampa e delibera di assumerne eccezionalmente tutta la spesa del testo e delle illustrazioni.

Il socio corrispondente SALFI presenta una nota del dott. Marcello LA GRECA dal titolo: *Osservazioni sulla autotomia e la rigenerazione di Salmacina incrustans Clap.*, e ne discorre, proponendone l'accoglimento nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Processo verbale dell'adunanza del dì 5 novembre 1946.

All'adunanza, presieduta dalla socia anziana BAKUNIN, partecipano i soci ordinari CARNERA, DE DOMINICIS, D'ERASMO (segretario), DIAMARE, GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI, SPAMPINATO ed il socio corrispondente SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 4 giugno 1946, che è approvato. Indi presenta il secondo volume della 3ª serie degli Atti, di cui è stata recentemente ultimata la stampa, e segnala, fra le pubblicazioni recentemente pervenute in omaggio, il volume del socio straniero G. R. GAYRE, *Italy in transition*, e una cospicua collezione di libri, periodici ed opuscoli offerta in dono dal socio DIAMARE. Il presidente, a nome dei colleghi, ringrazia i donatori.

Il socio Carnera presenta, per il Rendiconto, una nota del prof. M. Castellano. *Sul nuovo valore preliminare del passo del micrometro della Stazione astronomica di Carloforte.*

Il socio Malquori paesenta, per il medesimo periodico, tre note del prof. Vittorio Cirilli: 1ª) *Sulle proprietà magnetiche delle soluzioni solide fra ferriti e alluminati di calcio*; 2ª) *Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi*: nota II: *Miscele: leucite-calce-fluorite*; 3ª) *Reagibilità allo stato solido fra silico-alluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi*: nota III: *Miscele: nefelina-calce.*

L'Accademia, udito il parere dei presentatori, approva alla unanimità l'inserzione delle quattro note predette nel volume in corso del Rendiconto.

Processo verbale dell'adunanza del dì 3 dicembre 1946.

Presidenza della socia anziana Bakunin. Sono presenti i soci ordinari Carnera, Carrelli, Colamonico, De Dominicis, D'Erasmo (segretario), Giordani, Spampinato e i soci corrispondenti Nobile e Salfi.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del 5 novembre, che è approvato.

Il socio Carrelli presenta due note della dott. Lina Rescigno dal titolo: « *Misure sull'intensità della luce diffusa dal cielo* », proponendone l'accoglimento nel Rendiconto. L'Accademia approva.

Il socio D'Erasmo presenta una nota della dott. Maria Zei: « *Nuovi pozzi trivellati per l'alimentazione di Napoli* » e ne discorre, proponendone l'inserzione nello stesso periodico. L'Accademia approva.

Il segretario presenta a nome del socio corrispondente G. L. Sera, che ne propone l'accoglimento per la stampa nel Rendiconto, una nota del dott. Antonio De Rosa dal titolo: « *Note di craniologia sulla necropoli di Alfedena* ». Indi legge una lettera del socio corrispondente G. Ippolito, il quale presenta una nota dell'ing. Luciano Vighi su « *La cupola lavica del Monte Spina nei Campi Flegrei* » con la proposta di inserirla nel Rendiconto. Sono entrambe accolte.

Il socio Carnera presenta una circolare dell'U. N. I. (Ente Nazionale per la unificazione nelle industrie), relativa a proposte di riforma riguardanti le misure angolari e quindi del tempo e relative all'unità di massa, e chiede che invece di rispondere personalmente possa essere risposto dalla Accademia, onde conferire un maggior peso. Prega quindi di voler designare una Commissione che si occupi della redazione di tale risposta. Viene nominata la Commissione composta dai soci Carnera, Carrelli e Nobile, che riferirà in una prossima adunanza.

Processo verbale dell' adunanza del dì 7 gennaio 1947.

Sotto la presidenza della socia anziana BAKUNIN si riuniscono i soci ordinari D' ERASMO (segretario) e i corrispondenti SALFI, SCHERILLO e IMBÒ.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 3 dicembre 1916, che è approvato. Indi comunica con dolore la notizia del grave lutto familiare che ha recentemente colpito il consocio LONGO. Il presidente incarica il segretario di esprimere al collega le condoglianze dell' Accademia.

Fra le pubblicazioni recentemente pervenute in omaggio è segnalato l'opuscolo del socio straniero GAYRE, *La posizione della Sicilia nel complesso etnologico europeo.* L' Accademia ringrazia.

A nome del socio SPAMPINATO il segretario presenta, per il Rendiconto, una II nota dal titolo: *Nozioni introduttive alla teoria delle ipersuperficie algebriche di indice n, nell' S_r proiettivo complesso.*

Il socio IMBÒ, tanto in nome proprio che dei colleghi CARNERA, CARRELLI e NOBILE, legge la relazione della Commissione incaricata di riferire sul questionario inviato dall' Ente Nazionale per l'unificazione dell'industria (U. N. I.) e relativo alla divisione decimale del grado di angolo e dell' unità fondamentale di massa. L'Accademia approva all'unanimità le conclusioni di detto rapporto, stabilendo di comunicarlo integralmente all' Ente proponente.

Processo verbale dell' adunanza del dì 4 febbraio 1947.

All'adunanza, presieduta dalla socia anziana BAKUNIN, partecipano i soci ordinari GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI, SPAMPINATO, D' ERASMO (segretario), ed il corrispondente nazionale NOBILE.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza 7 gennaio, che è approvato. Indi comunica i ringraziamenti del consocio LONGO per le condoglianze inviategli, e le migliori notizie sulla salute del consocio CARNERA, che nel ringraziare l' Accademia per i voti espressigli comunica l'avvenuta trasmissione della relazione della Commissione incaricata di riferire sul questionario U. N. I. relativo alla divisione decimale del grado di angolo e dell' unità di massa.

L'Accademia discute quindi di affari interni di carattere amministrativo.

Processo verbale dell' adunanza del dì 4 marzo 1947.

Presidenza DE LORENZO. Assistono i soci ordinari DIAMARE, PIERANTONI SPAMPINATO e D' ERASMO (segretario) e il corrispondente nazionale NOBILE.

Il segretario legge il processo verbale dell' adunanza del dì 4 febbraio,

che è approvato. Indi comunica la lettera 27 gennaio del presidente della Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, relativa al voto espresso da quel Sodalizio perchè nel trattato di pace tra l'Italia e gli Alleati venga cancellata la clausola concernente il divieto, per il nostro Paese, di svolgere qualsiasi studio o realizzazione aventi attinenze con l'energia atomica. La Accademia, plaudendo a tutti i motivi esposti nel voto predetto, si associa unanime.

Il socio SPAMPINATO presenta, per il Rendiconto, una nota dell'ing. Ulderigo BENCIVENGA *Su di un tipo di algebra di ordine n.* e un'altra O. SORACE *Su di una particolare curva di cui siano assegnate la curvatura e la torsione in funzione dell'arco.* Vengono entrambe approvate per la stampa, con le limitazioni vigenti.

Processo verbale dell'adunanza del dì 1° aprile 1947.

Sotto la presidenza della socia anziana BAKUNIN si riuniscono i soci ordinari CARNERA, COLAMONICO, DE LORENZO, D'ERASMO (segretario), DIAMARE, MALQUORI, SPAMPINATO ed i corrispondenti nazionali NOBILE, SALFI e SCHERILLO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 4 marzo, che è approvato. Indi comunica l'invito alla celebrazione del centenario dell'Accademia austriaca delle Scienze, che avrà luogo a Vienna dall'11 al 16 maggio prossimo. L'Accademia delibera di inviare la sua cordiale adesione.

Fra le pubblicazioni recentemente pervenute in omaggio sono segnalati il volume dei soci DE LORENZO e D'ERASMO, *Elementi di Geografia fisica*, e quello del socio COLAMONICO, *Sommario di Storia della geografia.*

Indi l'Accademia si occupa di questioni d'interna amministrazione, specialmente in rapporto al funzionamento della propria sede e allo scambio dei periodici scientifici.

Processo verbale dell'adunanza del dì 6 maggio 1947.

Sono presenti i soci ordinari BAKUNIN, CACCIOPPOLI, CARNERA, CARRELLI, DE LORENZO, D'ERASMO, DIAMARE, GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI, SPAMPINATO ed il corrispondente nazionale NOBILE. Presiede l'adunanza la socia anziana BAKUNIN; segretario il socio D'ERASMO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 1° aprile, che è approvato. Indi comunica con dolore la morte, avvenuta in Torino il 29 marzo u. s., del socio corrispondente Pietro Enrico BRUNELLI, professore di macchine e fisica tecnica in quel Politecnico ed appartenente alla sezione di Scienze Naturali dal 14 maggio 1932. Informa l'Accademia di avere già espresso le condoglianze alla famiglia del compianto collega. Dà quindi no-

lizia della Ministeriale 2402, con la quale si comunica la concessione di un sussidio di lire 500.000 a favore della biblioteca della Società di Scienze, Lettere ed Arti di Napoli, per riparazioni di materiale bibliografico danneggiato da offese belliche.

Il socio DE LORENZO presenta una nota del prof. Federico SACCO su *Le facies e le oscillazioni batimetriche del Terziario italiano*. Il socio SPAMPINATO presenta una nota della dott. Teresa RICCIO su *La varietà W_3^3 dell'S riemanniana dell'S_1 di 1ª specie legato all'algebra di Study*. Il socio CACCIOPPOLI presenta una nota della prof. Anna BOSELLI ROCCO dal titolo *Algebre complesse d'ordine 5 dotate di modulo*. L'Accademia approva a voti unanimi l'inserzione nel Rendiconto delle tre note predette con le limitazioni vigenti.

Processo verbale dell'adunanza del dì 3 giugno 1947.

Sotto la presidenza della socia anziana BAKUNIN si riuniscono i soci ordinari CARNERA, DE DOMINICIS, DE LORENZO, D'ERASMO, DIAMARE, GIORDANI, MALQUORI, PIERANTONI e SPAMPINATO e i soci corrispondenti NOBILE e SCHERILLO. Segretario il socio D'ERASMO.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza 6 maggio, che è approvato. Indi comunica una lettera del socio corrispondente PASCAL che propone l'accoglimento nel Rendiconto di una nota del prof. Mario GIOVANARDI. *Sulla prospettiva di una superficie di rotazione e della sua separatrice di ombra*; ed un'altra lettera del socio corrispondente SERA, che propone egualmente la stampa di una seconda nota del dott. Antonio DE ROSA, *Note di craniologia sulla necropoli di Alfedena*. L'Accademia unanime approva.

Il socio DE LORENZO presenta, per il medesimo periodico, una sua nota dal titolo *Influsso di Galileo e di Kepler su Hobbes e Kant*.

Il socio SPAMPINATO presenta una nota del dott. Pio BALSIMELLI, *La varietà di W'^{20}_6 dell'S, Riemanniana dell'S_4 biduale*, proponendone la stampa nel Rendiconto.

Uguale proposta fa il socio MALQUORI nel presentare tre note del prof. Vittorio CIRILLI: la prima dal titolo: *Ricerche intorno all'esistenza di un silico-alluminato di calcio idrato, identificato da Strätling*; la seconda su *La riduzione con ossido di carbonio degli ossidi di ferro in presenza di silice e di allumina* e la terza sulla *Reagibilità allo stato solido fra silicoalluminati alcalini e ossidi alcalino-terrosi, Nota IV: Reazione fra lo sterile della roccia leucitica e la calce ad alta temperatura.*

Anche il socio corrispondente SCHERILLO esprime il parere di accogliere per la stampa nel Rendiconto una nota del prof. Antonio PARASCANDOLA *Sulla formazione di pozzetti di erosione marina sulla costa di Brindisi.*

L'Accademia accoglie a voti unanimi le proposte di stampa delle cinque note predette nel Rendiconto, con le limitazioni vigenti.

Il socio CARNERA, parlando delle sue ricerche astronomiche in corso, annunzia il completamento di una nota su *Le variazioni di latitudine ed il movimento del polo di rotazione terrestre negli anni 1941 e 1942*, che, facendo seguito alle precedenti ricerche ugualmente inserite nel Rendiconto accademico, riporta i risultati delle osservazioni compiute durante i primi anni di guerra.

Processo verbale dell'adunanza del dì 8 novembre 1947.

Presiede la socia anziana BAKUNIN, segretario il socio D'ERASMO. Risultano presenti i soci ordinari COLAMONICO, DE LORENZO, MALQUORI, PIERANTONI ed i corrispondenti IMBÒ, NOBILE e SCHERILLO.

Il segretario comunica la morte, avvenuta il 7 settembre scorso, del socio corrispondente Michele CIPOLLA, ordinario di analisi matematica nella Università di Palermo, appartenente alla sezione di Scienze Matematiche dal 9 marzo 1918, e quella, accaduta in Roma il 30 ottobre, del prof. Giuseppe CHECCHIA-RISPOLI, ordinario di Paleontologia in quella Università, socio corrispondente nella Sezione di Scienze Naturali, alla quale apparteneva dal 16 dicembre 1938. Ricorda brevemente le più notevoli benemerenze scientifiche e didattiche dei due compianti colleghi, scomparsi nella piena attività del loro fecondo lavoro, ed annunzia che una commemorazione di essi sarà rispettivamente tenuta, in altra adunanza, dai soci CACCIOPPOLI e D'ERASMO.

Si stabilisce il seguente calendario per le adunanze ordinarie dell'anno accademico 1947-48: novembre 8, dicembre 6, gennaio 3, febbraio 7, marzo 6, aprile 3, maggio 8, giugno 5.

Il segretario comunica la lettera 15 luglio pervenuta dal dott. E. BODEWIG da La Haye, che chiede la inserzione nel Rendiconto accademico di una sua nota *Sur une formule pour calculer l'inverse d'une matrice et son application a la resolution des equations linéaires algebriques*. Il presidente incarica il socio NOBILE di riferire su tale nota in una prossima tornata.

Il socio DE LORENZO presenta una nota dei proff. Luigi D'ERRICO e Luigi MIRAGLIA dal titolo *Anfiteatro morenico delle Grottelle (Monte Cervati)* e ne discorre, proponendone l'accoglimento per la stampa nel Rendiconto. È approvata all'unanimità, lasciando all'Accademia il contributo delle spese di stampa per otto pagine e agli autori l'eventuale differenza per il testo, e il costo delle illustrazioni.

Il socio MALQUORI presenta una nota del prof. Vittorio CIRILLI dal titolo: *Il sistema* $CaO - Fe_2O_3$, proponendone la inserzione nello stesso periodico. È approvata alla unanimità con le limitazioni vigenti.

Processo verbale dell' adunanza del dì 6 dicembre 1947.

Presiede la socia anziana BAKUNIN, essendo presenti i soci ordinari CARNERA, COLAMONICO, DE LORENZO, D' ERASMO (segretario) DIAMARE, MALQUORI ed il corrispondente SALFI.

Il segretario legge il processo verbale dell'adunanza del dì 8 novembre, che è approvato.

Il socio D' ERASMO legge la *Commemorazione di Giuseppe Checchia-Rispoli*, da inserirsi nel Rendiconto insieme con l'elenco delle pubblicazioni.

Lo stesso socio presenta una nota dell' ing. Felice IPPOLITO dal titolo *Contributo alla conoscenza della malacofauna delle ligniti di Colle dell' Oro presso Terni*. L'Accademia ne approva la stampa con le limitazioni vigenti.

Il socio CARNERA presenta una sua nota su « *Le variazioni della latitudine ed il movimento del Polo di rotazione terrestre negli anni 1943 e 1944* » e ne discorre.

INDICE DEL VOLUME